

Devoir de Contrôle en Automatique



Régulation du niveau de liquide dans une cuve

On considère ici le processus de régulation automatique du niveau de liquide dans une cuve de stockage de section S , dont le schéma de principe est représenté dans la Figure 1.

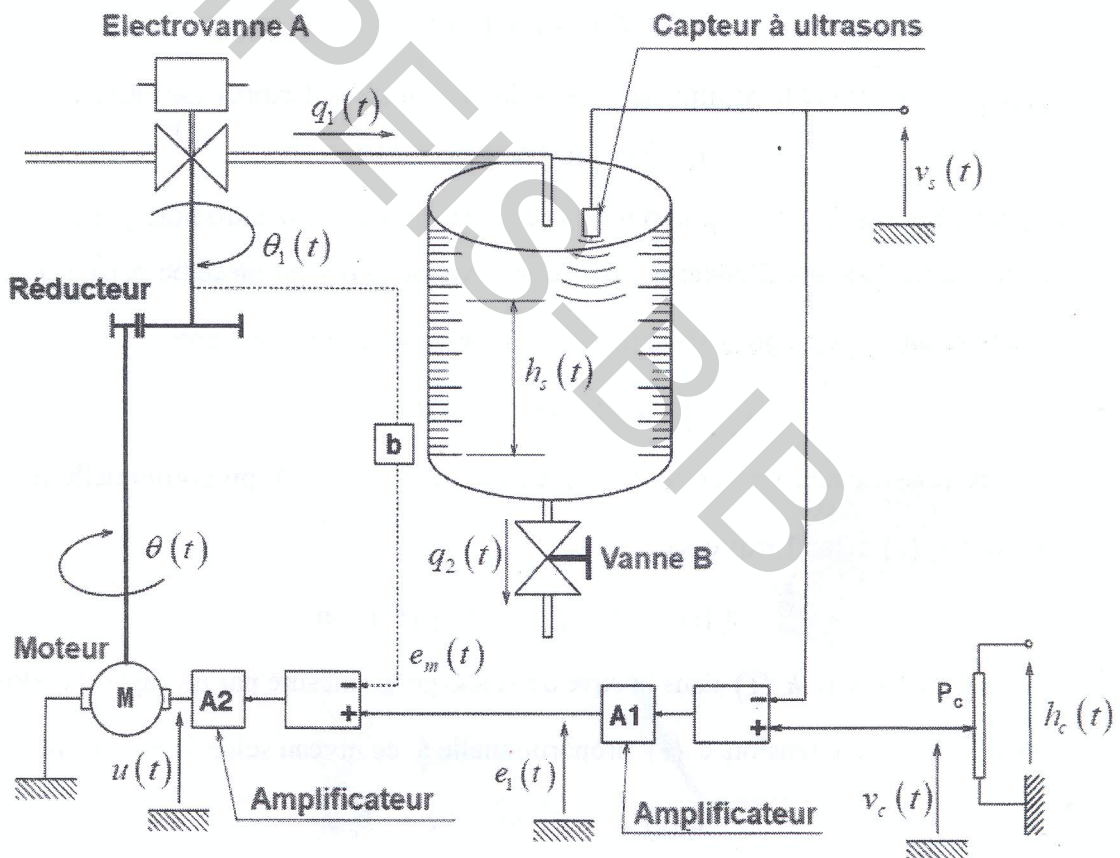


Fig. 1 – Schéma de principe de la régulation de la cuve.

Le remplissage de la cuve est assuré par l'électrovanne motorisée **A**, dont le débit $q_1 (m^3/s)$ est proportionnel à l'angle d'ouverture $\theta_1 (rad)$ selon la relation suivante:

$$q_1(t) = k_1 \theta_1(t) \text{ avec } k_1 = 0.1 \text{ m}^3 / (s.rad) \quad (1)$$

L'utilisation du liquide de la cuve de stockage est effectuée manuellement en agissant sur la vanne **B**, dont le débit est q_2 .

L'ouverture ou la fermeture de l'électrovanne est contrôlée par un système moteur équipé d'un réducteur. Le moteur prend la tension $u(t)$ en entrée et fournit la vitesse angulaire $\omega(t)$ en sortie. Son fonctionnement est décrit par l'équation différentielle suivante :

$$\frac{d\omega(t)}{dt} + 10 \omega(t) = 5 u(t) \quad (2)$$

La position angulaire de l'arbre du moteur est reliée à sa vitesse angulaire par la relation :

$$\theta(t) = \int_0^t \omega(t) dt \quad (3)$$

Un réducteur diminue la position angulaire du moteur selon l'expression suivante :

$$\theta_1(t) = r \theta(t) \text{ avec } r = 0.05 \quad (4)$$

Afin d'assurer la stabilité du système, une boucle interne est introduite pour le contrôle de l'électrovanne. L'angle d'ouverture de l'électrovanne $\theta_1(t)$ est mesurée par un potentiomètre qui délivre une tension proportionnelle $e_m(t)$, selon la formule suivante :

$$e_m(t) = b \theta_1(t) \text{ avec } b = 20 \text{ V / rad} \quad (5)$$

Un autre potentiomètre d'entrée P_c fournit une tension $v_c(t)$ proportionnelle au niveau de consigne $h_c(t)$ selon l'expression :

$$v_c(t) = k_c h_c(t) \text{ avec } k_c = 20 \text{ V / m} \quad (6)$$

Le niveau du liquide $h_s(t)$ dans la cuve de stockage est mesuré par un capteur à ultrasons. Ce capteur délivre une tension $v_s(t)$ proportionnelle à ce niveau selon la loi suivante :

$$v_s(t) = k_s h_s(t) \text{ avec : } k_s = k_c \quad (7)$$

La fonction de transfert de la cuve de stockage est :

$$G_s(p) = \frac{1}{S p} \text{ avec } S = 0.5 \text{ m}^2 \quad (8)$$

Le signal de commande est élaboré grâce à deux amplificateurs de gain A_1 et A_2 .

On suppose que les conditions initiales sont toutes nulles et que les variables polynomiales $H_c(p)$, $H_s(p)$, $V_c(p)$, $V_s(p)$, $E_1(p)$, $E_m(p)$, $U(p)$, $\Omega(p)$, $\theta(p)$, $\theta_1(p)$, $Q_1(p)$ et

$Q_2(p)$ sont respectivement les transformées de Laplace des variables temporelles $h_c(t)$, $h_s(t)$, $v_c(t)$, $v_s(t)$, $e_1(t)$, $e_m(t)$, $u(t)$, $\omega(t)$, $\theta(t)$, $\theta_1(t)$, $q_1(t)$ et $q_2(t)$.

Le schéma fonctionnel de l'asservissement précédent peut être représenté par la Figure 2 (voir page 5).

Travail demandé :

- 1) A partir de la Figure 2, déterminer les fonctions de transfert $G_i(p)$, i allant de 1 à 7.
- 2) Donner l'expression de la fonction de transfert $G(p) = \frac{\theta_1(p)}{E_1(p)}$ en fonction de A_2 .
- 3) Déterminer l'ordre (n), la classe (α) et le gain statique (K) de la fonction $G(p)$.

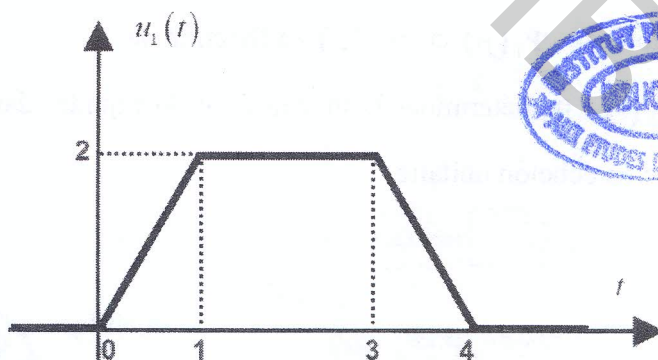
On va maintenant s'intéresser au moteur électrique, dont la fonction de transfert

est $G_2(p) = \frac{\Omega(p)}{U(p)}$.

- 4) Calculer sa réponse $\omega(t)$ suite à l'application d'une entrée en rampe $u(t) = 2t\sigma(t)$

avec $\sigma(t)$ représentant la fonction d'Heaviside définie par : $\sigma(t) = \begin{cases} 0 & \text{si } t < 0 \\ 1 & \text{si } t \geq 0 \end{cases}$

Pour mieux évaluer ses performances, le moteur est maintenant excité par le signal causal $u_1(t)$ suivant :



- 5) Donner l'expression de $u_1(t)$ en fonction de $\sigma(t)$.
- 6) Calculer la transformée de Laplace de $u_1(t)$ que l'on notera $U_1(p)$ en fonction de $U(p)$.
- 7) Dédire l'expression de la réponse $\omega_1(t)$ suite à l'entrée $u_1(t)$.

Dans la suite, nous prendrons $A_2 = 10$.

Le schéma fonctionnel de l'asservissement présenté dans la Figure 2 peut être représenté sous la forme suivante :

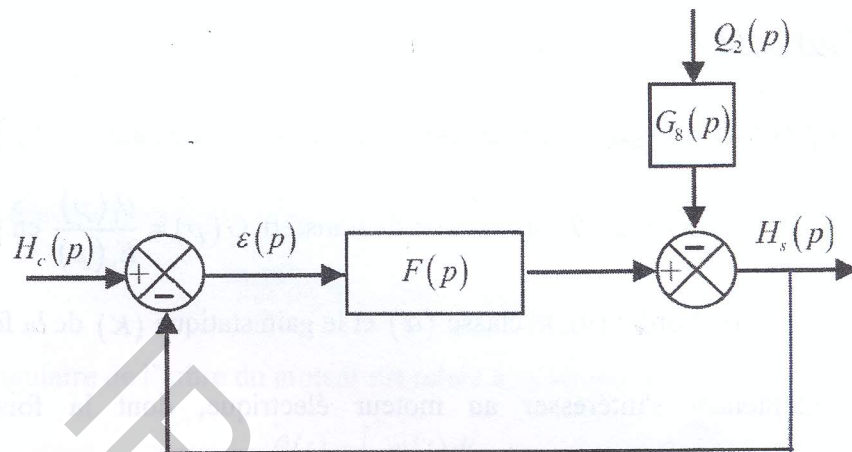


Fig. 3 – Schéma fonctionnel simplifié de la régulation de la cuve.

- 8) Déterminer la fonction de transfert $F(p)$ en fonction de A_1 (toutes les autres variables doivent être remplacées par leurs valeurs numériques).
- 9) A partir du schéma en Figure 3, l'expression du niveau du liquide $H_s(p)$ peut se mettre sous la forme : $H_s(p) = \Psi_1(p)H_c(p) - \Psi_2(p)Q_2(p)$. Déterminer les expressions de $\Psi_1(p)$ et $\Psi_2(p)$ en fonction de A_1 .
- 10) Pour $q_2(t) = 0$, déterminer le niveau final du liquide dans la cuve $h_s(\infty)$ pour une consigne en échelon unitaire.



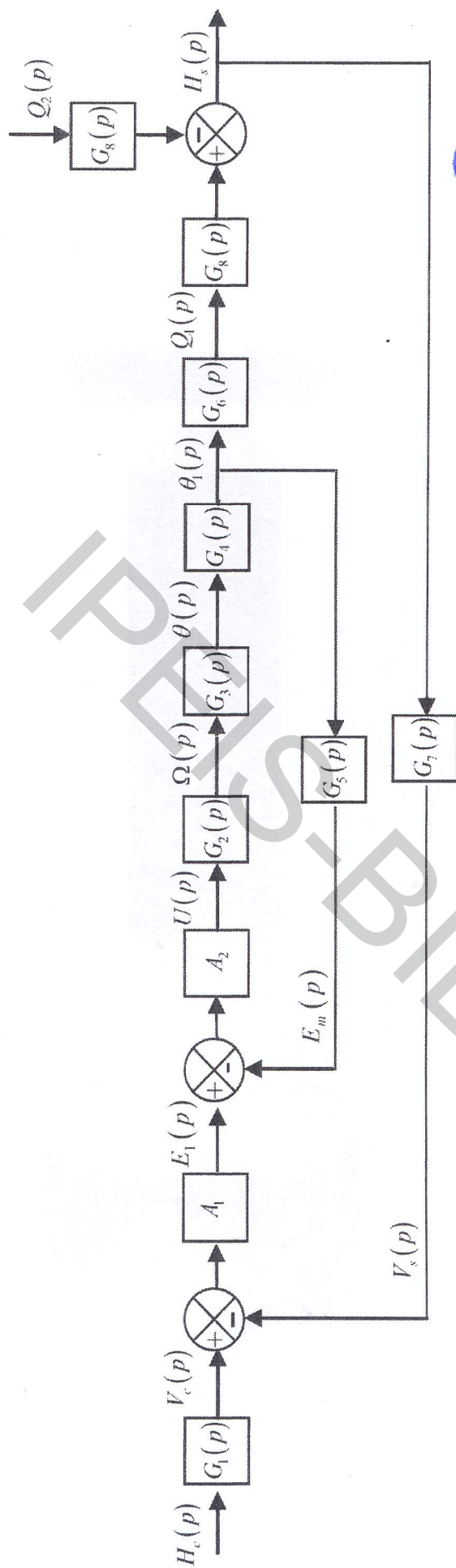


Fig. 2 — Schéma fonctionnel de la régulation de la cuve.