

Concours Blanc de Physique

Jeudi 09 Mai 2024

Durée : 4H

Problème N°1 : Solide paramagnétique à deux niveaux

On se propose d'étudier un système modèle de la physique statistique : le solide paramagnétique à deux niveaux.

Modèle :

Un solide paramagnétique est constitué de N atomes possédant des moments magnétiques $\vec{m}$. En absence d'un champ magnétique la résultante des moments magnétiques est nulle. En appliquant un champ magnétique $\vec{B} = B\vec{e}_z$ ($B > 0$) sur le solide paramagnétique, les moments magnétiques individuels de chaque atome peuvent prendre l'un de deux états suivants :

- **État 1** : le moment magnétique est dans la situation "up" soit $\vec{m}_1 = m_0\vec{e}_z$.
- **État 2** : le moment magnétique est dans la situation "down" soit $\vec{m}_2 = -m_0\vec{e}_z$.

Probabilité d'occupation des deux états :

Q 1. Rappelons que l'énergie potentielle d'interaction d'un moment magnétique $\vec{m}$ plongé dans un champ uniforme $\vec{B}$ est donnée par $E_p = -\vec{m} \cdot \vec{B}$. Exprimer les énergies ε_1 et ε_2 de l'atome dans les états 1 et 2, respectivement. Quel est l'état fondamental de l'atome ? Commenter.

Q 2. Montrer que les probabilités p_1 et p_2 d'occupation des états 1 et 2 sont données par $p_1 = \frac{\exp(x)}{2 \cosh(x)}$ et $p_2 = \frac{\exp(-x)}{2 \cosh(x)}$ avec $x = \frac{m_0 B}{k_B T}$.

Q 3. Quelles sont les valeurs limites de ces probabilités aux hautes et aux basses températures ? Commenter.

Calcul de l'aimantation :

Q 4. Le moment magnétique moyen d'un atome est donné par $\langle \vec{m} \rangle = p_1 \vec{m}_1 + p_2 \vec{m}_2$. Montrer que $\langle \vec{m} \rangle = m_0 \tanh(x) \vec{e}_z$. Quelles sont les valeurs limites de $\langle \vec{m} \rangle$ aux hautes et aux basses températures ? Commenter.

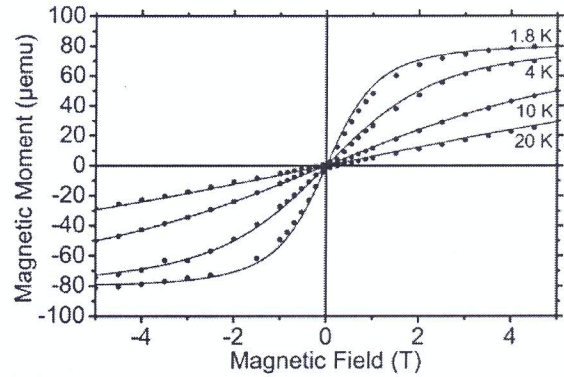
Q 5. L'aimantation $\vec{M}$ d'une substance magnétique est définie comme étant la densité volumique des moments dipolaires magnétiques. Sachant que $N \gg 1$, montrer que la moyenne de cette aimantation est donnée par $\langle \vec{M} \rangle = n \cdot m_0 \tanh(x) \vec{e}_z$ où $n = \frac{N}{V}$ est le nombre d'atomes par unité de volume.

Q 6. Montrer que pour des faibles valeurs du champ magnétique ($m_0 B \ll k_B T$), $\langle \vec{M} \rangle$ est proportionnelle à $\vec{B}$. Soit $\langle \vec{M} \rangle = \frac{nm_0^2}{k_B T} \vec{B}$ (Ce résultat est appelé loi de Curie).

Q 7. Quelle est la valeur limite de $\langle \vec{M} \rangle$ lorsque $m_0 B \gg k_B T$?

Q 8. Pour quelle valeur du champ magnétique a lieu la transition entre ces deux régimes rencontrés aux 6^{ème} et 7^{ème} questions ?

On considère les courbes expérimentales $M(B)$ de la figure ci-contre. Qui présente, pour un solide paramagnétique contenant du manganèse $\text{Cd}(\text{Mn})\text{S}$, les courbes $M(B)$ obtenues expérimentalement pour différentes températures. B est indiqué en Tesla (T) et M en unités électromagnétiques (*in english: "emu" stands for "electromagnetic units"*). Nous ne nous préoccupons pas de convertir cette unité dans le système SI.



Q 9. Expliquez l'allure des courbes pour la température la plus haute (20K) et la température la plus basse (1,8 K).

Q 10. Évaluer le champ magnétique de transition entre les régimes de faible et de fort champ pour la courbe à $T = 1,8 \text{ K}$. En déduire l'ordre de grandeur de m_0 .

Donnée : $k_B = 1,38 \cdot 10^{-23} \text{ J} \cdot \text{K}^{-1}$

Pour comparaison : La physique quantique prévoit que le moment magnétique d'un atome est de l'ordre du magnéton de Bohr $\mu_B = \frac{e\hbar}{2m_e} = 9,27 \cdot 10^{-24} \text{ A} \cdot \text{m}^2$.

Capacité calorifique d'un solide paramagnétique :

Dans cette partie, on s'intéresse au calcul de la capacité calorifique molaire d'un solide paramagnétique.

Q 11. Montrer que l'énergie moyenne d'un atome est donnée par $\langle \varepsilon \rangle = -m_0 \cdot B \cdot \tanh(x)$.

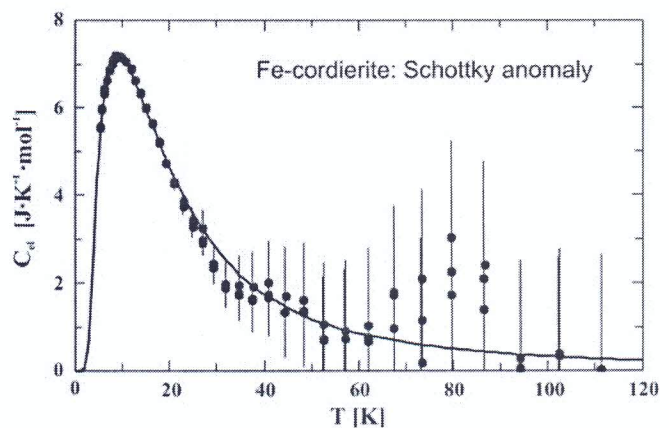
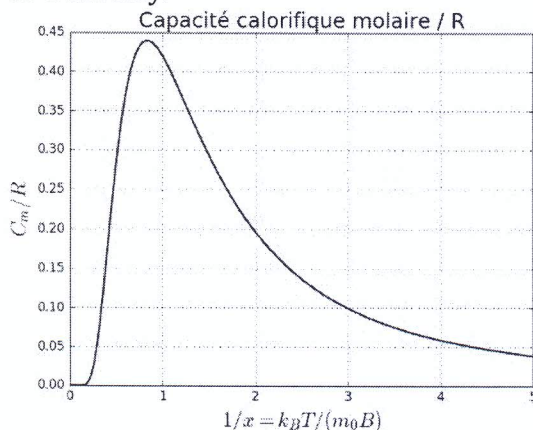
Q 12. En déduire l'énergie totale du cristal, puis la capacité calorifique molaire :

$$C_m = R \cdot x^2 (1 - \tanh^2(x))$$

avec $R = N_A k_B = 8,314 \text{ J} \cdot \text{mol}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$ et $N_A = 6,02 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1}$ le nombre d'Avogadro.

Indication : $\frac{d}{dx}(\tanh(x)) = 1 - \tanh^2(x)$

La courbe théorique donnant $\frac{C_m}{R} = x^2 (1 - \tanh^2(x))$ en fonction de $\frac{1}{x} = \frac{k_B T}{m_0 B}$ est donnée ci-dessous (à gauche) ainsi qu'une courbe expérimentale de mesure de capacité calorifique en fonction de la température d'un solide paramagnétique appelé Fe-cordierite (à droite). Ces courbes présentent un maximum, et ce phénomène est appelé anomalie de Schottky.

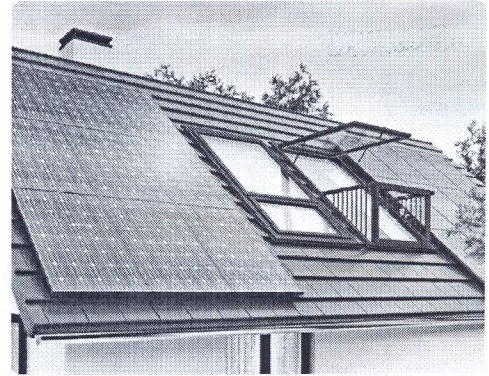


On remarque que la courbe théorique passe par un maximum pour $1/x \approx 0,8$ et la courbe expérimentale pour $T \approx 10 \text{ K}$.

Q 13. Déduire de ces données l'écart entre les deux niveaux d'énergie $\varepsilon_2 - \varepsilon_1 = 2m_0 B$, en eV.

Problème N°2 : Capteurs photovoltaïques

L'énergie solaire est une source renouvelable d'énergie. Cette énergie est un moyen propre de produire de l'électricité. Une partie du rayonnement solaire est transformée en électricité via les dizaines de cellules photovoltaïques qui composent chaque panneau solaire. Cette énergie ne génère aucune pollution de l'air, de l'eau ou par le bruit lorsque les panneaux sont en fonctionnement.



I-Rayonnement thermique du soleil

Données :

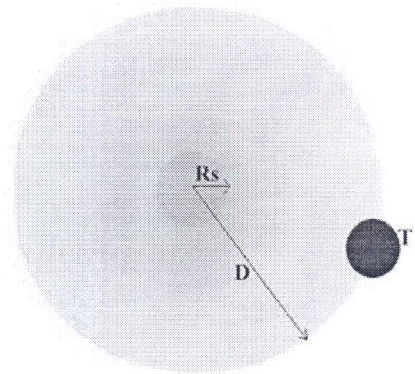
Rayon terrestre $R_T = 6400 \text{ km}$

Rayon du soleil $R_S = 6,97 \cdot 10^5 \text{ km}$

Distance terre soleil $D = 1,44 \cdot 10^8 \text{ km}$

Constante de Stefan $\sigma = 5,67 \cdot 10^{-8} \text{ W} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{K}^{-4}$

On admet que le soleil et la terre rayonnent comme des corps noirs à l'équilibre de température T_S et T_T , respectivement.



Q1. Déterminer la température à la surface du soleil sachant que le maximum du spectre qu'il émet est situé à 520 nm .

Q2. En déduire la puissance surfacique reçue par la terre en provenance du soleil.

II-Traitement antireflet du capteur

Le capteur est constitué de silicium, placé sous une vitre en verre. Il est recouvert d'un film de nitrure de silicium (formule SiN_x) participant à son reflet bleu. Cette partie propose une analyse du rôle de ce dépôt dans l'amélioration de l'efficacité énergétique de la cellule.

Pour une longueur d'onde de 600 nm , l'indice de réfraction du verre est $n_v = 1,5$, celui du silicium, supposé réel, est $n_s = 4,0$.

On admettra qu'à l'interface de deux milieux, les composantes tangentielles des champs électrique et magnétique sont ici continues.

Si n_1 et n_2 sont les indices de deux milieux notés 1 et 2, on note $r_{12} = \frac{n_1 - n_2}{n_1 + n_2}$.

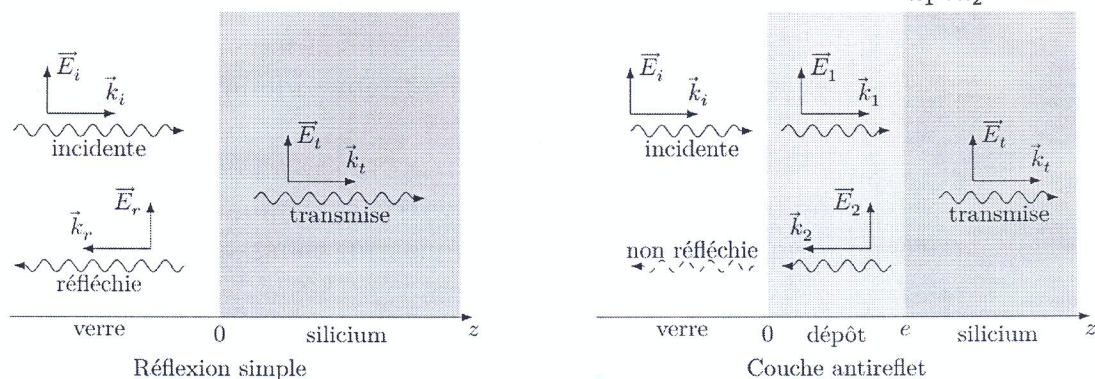


Figure 1 Réflexion sur le silicium et traitement antireflet

II.A-Réflexion sur le silicium

Une onde électromagnétique sinusoïdale arrive, sous incidence normale, sur le capteur dont la surface est assimilée au plan d'équation $z = 0$. Les champs électriques des ondes réfléchie et transmise (figure 1, réflexion simple) seront exprimés en notation complexe,

$$\vec{E}_i(z, t) = \vec{E}_{0i} e^{j(\omega t - k_i z)}, \quad \vec{E}_r(z, t) = \vec{E}_{0r} e^{j(\omega t + k_r z)} \text{ et } \vec{E}_t(z, t) = \vec{E}_{0t} e^{j(\omega t - k_t z)}$$

Q 3. Exprimer les vecteurs d'onde $\vec{k}_i$, $\vec{k}_r$ et $\vec{k}_t$ à l'aide de ω , c , n_v , n_s et $\vec{e}_z$ (vecteur unitaire de l'axe (Oz)).

Q 4. Exprimer les champs magnétiques des trois ondes, en notation complexe, en précisant leurs amplitudes $\vec{B}_{0i}$, $\vec{B}_{0r}$ et $\vec{B}_{0t}$ en fonction de $\vec{E}_{0i}$, $\vec{E}_{0r}$, $\vec{E}_{0t}$, c , n_v , n_s et $\vec{e}_z$.

Q 5. En traduisant les conditions aux limites, exprimer le coefficient de réflexion en amplitude du champ électrique r_{vs} en fonction de n_v et n_s .

Q 6. Exprimer le coefficient de réflexion énergétique. Calculer et commenter sa valeur numérique.

II.B-Couche antireflet

Les traitements antireflets réalisés utilisent des dépôts en couches minces multiples, combinées avec une micro-structuration de la surface. Nous envisageons ici simplement le cas d'une couche antireflet simple d'indice n_d et qui occupe la zone $0 < z < e$. Les indices n_d et n_s sont supposés réels et on pose $\varphi = \frac{2n_d e \omega}{c}$. Les notations précédentes sont conservées pour les champs électromagnétiques, en y ajoutant les champs électriques complexes $\vec{E}_1(z, t) = \vec{E}_{01} e^{j(\omega t - k_d z)}$ et $\vec{E}_2(z, t) = \vec{E}_{02} e^{j(\omega t + k_d z)}$ des ondes se propageant, respectivement dans la direction des z croissants des z décroissants, dans la couche antireflet. Par hypothèse, la fonction antireflet est idéalement réalisée : l'onde réfléchie est annulée (figure 1, couche antireflet).

Q 7. Établir la relation $\vec{E}_{02} = r_{ds} \vec{E}_{01} e^{-j\varphi}$.

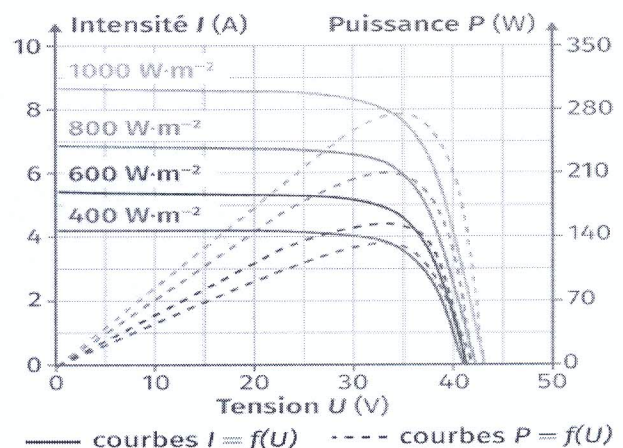
Q 8. En déduire que la fonction antireflet n'est réalisée que si $\varphi = (2p + 1)\pi$, avec p entier, et $n_d = \sqrt{n_v n_s}$.

Q 9. Justifier que l'on a intérêt à se placer dans ces conditions pour la conversion photovoltaïque du rayonnement solaire.

III-Énergie photovoltaïque

On souhaite installer, sur le toit d'une maison, des panneaux photovoltaïques de dimensions $1520 \text{ mm} \times 1475 \text{ mm}$ dont les caractéristiques intensité-tension sont données dans le doc ci-contre (figure 2).

On se propose de déterminer le rendement de ces panneaux pour un flux lumineux surfacique φ (ou irradiance) de $1000 \text{ W} \cdot \text{m}^{-2}$.



— courbes $I = f(U)$ - - - courbes $P = f(U)$
Figure 2: Les caractéristiques tension-intensité (en trait continu) et la puissance $P(U)$ (en traits discontinues).

- Q 10. Déterminer par lecture graphique la puissance maximale délivrée par le panneau.
 Q 11. En déduire la tension puis l'intensité au point de puissance maximale.
 Q 12. Déterminer la puissance lumineuse reçue par le panneau.
 Q 13. En déduire le rendement du panneau photovoltaïque.

IV-Jonction P-N

Les générateurs photovoltaïques sont réalisés par association, en série et/ou en parallèle d'un grand nombre de cellules élémentaires. Ces groupements sont appelés modules, puis panneaux. Les connexions en série de plusieurs cellules augmentent la tension pour un même courant, tandis que la mise en parallèle accroît le courant pour une même tension. Une cellule solaire photovoltaïque est composée d'une jonction P-N, la couche supérieure étant un matériau de type N (le Silicium $^{28}_{14}\text{Si}$ tétravalent dopé avec le Phosphore $^{30}_{15}\text{P}$ pentavalent) et la couche inférieure de type P (le Silicium $^{28}_{14}\text{Si}$ tétravalent dopé avec le bore $^{10}_{5}\text{B}$ trivalent) (figure 3 à gauche).

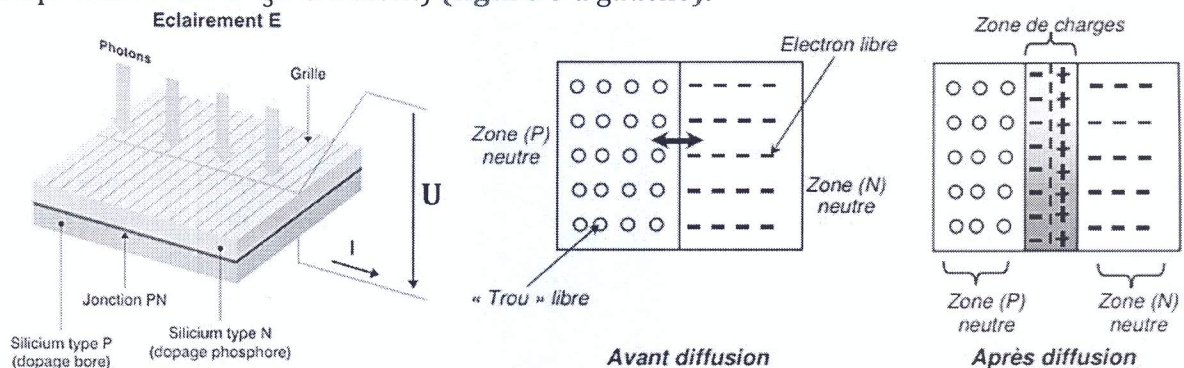


Figure 3 : Jonction P-N

Dans un semi-conducteur de type N, les porteurs de charge majoritaire sont les électrons de masse m et de charge $-e$ alors que dans un semi-conducteur de type P, les porteurs de charge majoritaire sont les trous (manque d'électrons) supposés de même masse m et de charge $+e$ (figure 3 avant diffusion). Lorsque deux semi-conducteurs de types différents P et N sont accolés (figures ci-dessus), les porteurs majoritaires des deux régions, de signes électriques contraires, s'attirent (*phénomène de diffusion*). Ainsi, dans le cristal dopé N qui a perdu quelques-uns de ses électrons, apparaît près de la jonction une charge volumique positive de concentration n_D , alors que de l'autre côté de la jonction, dans le cristal dopé P, se développe au contraire une charge volumique négative de concentration n_A (figure 3 après diffusion). Ces charges ne peuvent se recombiner puisqu'elles sont liées au réseau cristallin et qu'elles ne sont pas libres.

La barrière de potentiel (encore appelée tension de seuil) qui se crée alors au niveau de la jonction, zone de charge d'espace (ou zone de déplétion), fait cesser ensuite cette diffusion. Une telle jonction P-N est appelée diode à semi-conducteurs. On associe le milieu à un diélectrique linéaire homogène et isotrope. On admet que dans un tel milieu, les équations de Maxwell dans le vide restent valables en remplaçant la permittivité diélectrique du vide $\epsilon_0 = 8,85 \times 10^{-12} \text{F.m}^{-1}$ par $\epsilon = \epsilon_0 \epsilon_r$ où ϵ_r est appelé permittivité relative du milieu. Pour le silicium, $\epsilon_r = 11,8$.

La figure 4 donne une représentation simplifiée de cette situation dans une modélisation unidimensionnelle.

Q 14. Dans un modèle simplifié de jonction abrupte, tous les atomes accepteurs situés dans une zone d'épaisseur $-z_2$ au voisinage de la jonction captent les électrons venus d'atomes donneurs de la zone N sur une épaisseur z_1 . Déterminer les densités de charge ρ_1 et ρ_2 associées à cette modélisation (figure 4).

Q 15. Les variables n_A , n_D , z_1 et z_2 sont liées par la relation $n_D z_1 + n_A z_2 = 0$. Que signifie cette relation ?

Q 16. Sachant que les dimensions du plan (Oxy) sont très grandes par rapport aux celles de la zone de déplétion, montrer en se basant sur une étude d'invariance et de symétrie que le champ électrostatique dans la zone de déplétion est de la forme $\vec{E}(M) = E(z) \vec{e}_z$.

Q 17. On admet que le champ électrostatique est nul en dehors de la zone de déplétion. Montrer que :

$$\begin{cases} E(z_2 \leq z \leq 0) = \frac{-n_A e}{\epsilon_r \epsilon_0} (z - z_2) \\ E(0 \leq z \leq z_1) = \frac{n_D e}{\epsilon_r \epsilon_0} (z - z_1) \end{cases}$$

En déduire la valeur maximale $E_{\max}$ de la norme du champ électrostatique en fonction de e , ϵ , n_D et z_1 d'une part et en fonction de e , ϵ , n_A et z_2 d'autre part. Ce champ est-il continu en $z=0$?

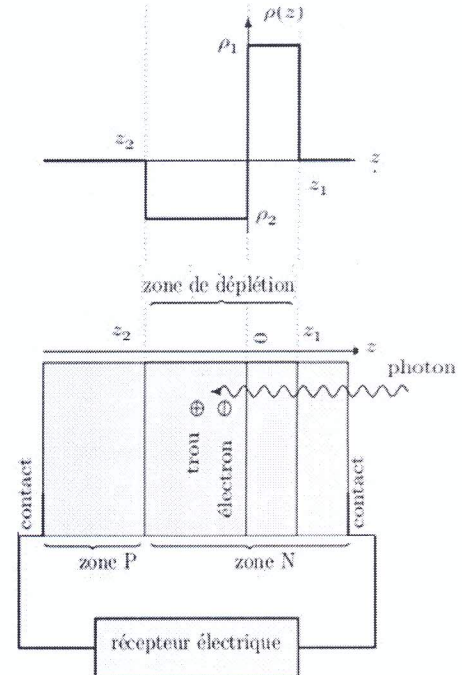


Figure 4 : Distribution charge dans la zone de déplétion.

Q 18. En déduire que si on prend $V(z_2) = 0$, le potentiel électrostatique au niveau de la jonction est donné par :

$$\begin{cases} V(0 \leq z \leq z_1) = -\frac{n_D e}{\epsilon_r \epsilon_0} \left(\frac{1}{2} z^2 - z_1 z - \frac{n_A z_2^2}{n_D} \right) \\ V(z_2 \leq z \leq 0) = \frac{n_A e}{\epsilon_r \epsilon_0} \left(\frac{1}{2} z^2 - z_2 z + \frac{z_2^2}{2} \right) = \frac{n_A e}{2 \epsilon_r \epsilon_0} (z - z_2)^2 \end{cases}$$

Q 19. Déterminer la différence de potentiel électrostatique $U = V(z_1) - V(z_2)$ en fonction de $E_{\max}$, z_1 et z_2 .

Q 20. Représenter l'allure de l'énergie potentiel $e \cdot V(z)$. Commenter.

Q 21. On donne $e = 1,6 \times 10^{-19} \text{ C}$, $U = 0,84 \text{ V}$, $n_D = 1 \times 10^{24} \text{ m}^{-3} = 100 n_A$. Évaluer numériquement en électron volt la hauteur de la barrière de potentiel eU ainsi que l'épaisseur de jonction $L = z_1 - z_2$.

V-Effet photovoltaïque

L'absorption d'un photon incident crée au niveau de la jonction une paire électron-trou. On admet que l'énergie minimale nécessaire à cette création est comparable à celle permettant à un électron (ou à un trou) de franchir une barrière de potentiel associée à une tension de valeur U .

Q 22. Quelles sont les longueurs d'onde susceptibles de créer une paire électron-trou ? Cette jonction PN convient-elle à la conversion photovoltaïque du rayonnement solaire ?

On donne : $h = 6,63 \cdot 10^{-34} \text{ J.s}$; $c = 3 \cdot 10^8 \text{ m.s}^{-1}$

Q 23. Reproduire le schéma de la cellule, avec sa jonction P-N, reliée à un récepteur électrique. En complétant ce schéma, décrire qualitativement les évolutions de l'électron et du trou créés dans la zone de déplétion, expliquer le rôle de générateur électrique réalisé par la cellule photovoltaïque, en précisant sa polarité et le sens du courant électrique délivré par celle-ci.

VI Modélisation quantique d'une jonction P-N

VI.A-Équation de Schrödinger à une dimension

Pour un problème à une dimension, l'équation de Schrödinger vérifiée par la fonction d'onde $\psi(z, t)$ d'une particule de masse m évoluant dans un potentiel d'énergie $V(z)$ s'écrit

$$j\hbar \frac{\partial \psi(z, t)}{\partial t} = -\frac{\hbar^2}{2m} \frac{\partial^2 \psi(z, t)}{\partial z^2} + V(z)\psi(z, t)$$

Q 24. Pour quel type de potentiel $V(z)$ une onde plane sinusoïdale de la forme $\psi(z, t) = \psi_0 e^{-j(\omega t - kz)}$ est-elle solution de cette équation ? Quelle est alors la relation de dispersion de cette onde ?

Q 25. Interpréter les résultats de la question précédente en relation avec l'expression de l'énergie en mécanique classique et les relations de De Broglie et de Planck-Einstein.

Q 26. Pour une solution stationnaire $\psi(z, t) = \varphi(z)\chi(t)$, montrer que la fonction $\chi(t)$ peut se mettre sous la forme $\chi(t) \propto \exp\left(-j\frac{E}{\hbar}t\right)$, où E est l'énergie de la particule. ($\propto$ signifie proportionnelle)

Q 27. Montrer que la fonction d'amplitude $\varphi(z)$ vérifie l'équation :

$$\frac{d^2 \varphi(z)}{dz^2} + \frac{2m}{\hbar^2} (E - V(z))\varphi(z) = 0$$

Qu'appelle-t-on cette équation ?

VI.B - Marche de potentiel

La jonction P-N est modélisée par une marche de potentiel $V(z)$:

$$\begin{cases} V(z < 0) = 0 & (\text{region } \textcircled{1}) \\ V(z > 0) = V_0 > 0 & (\text{region } \textcircled{2}) \end{cases}$$

On étudie le mouvement d'une particule quantique venant de $-\infty$, qui peut être un électron ou un trou, dans le potentiel $V(z)$ ci-dessus. On considère le cas d'une particule quantique incidente d'énergie $E > V_0$.

Q 28. Montrer que dans la région $\textcircled{1}$, un état stationnaire de la particule peut être représenté par la fonction d'onde $\varphi_1(z) = A \exp(ik_1 z) + \underline{r} A \exp(-ik_1 z)$ où A est une constante et $\underline{r}$ est le coefficient de la réflexion pour l'amplitude en $z = 0$.

Q 29. De même dans la région $\textcircled{2}$, montrer qu'on pourra se contenter seulement de $\varphi_2(z) = \underline{t} A \exp(ik_2 z)$ où $\underline{t}$ est le coefficient de transmission pour l'amplitude en $z = 0$.

Q 30. Écrire les deux relations de continuité à l'interface $z = 0$.

Q 31. Déduire les expressions des coefficients $\underline{r}$ et $\underline{t}$.

Q 32. Interpréter le déphasage des ondes réfléchi et transmise par rapport à celle incidente.

Q 33. On définit les vecteurs densités de courant de probabilité associés aux ondes incidente réfléchie et transmise par $\vec{J}_i = \frac{\hbar k_1}{m} |\psi_i|^2 \vec{e}_z$, $\vec{J}_r = -\frac{\hbar k_1}{m} |\psi_r|^2 \vec{e}_z$ et $\vec{J}_t = \frac{\hbar k_2}{m} |\psi_t|^2 \vec{e}_z$ où ψ_i , ψ_r et ψ_t sont respectivement les fonctions d'onde associées aux ondes incidente réfléchie et transmise. Déterminer les coefficients $R = \frac{\|\vec{J}_r\|}{\|\vec{J}_i\|}$ et $T = \frac{\|\vec{J}_t\|}{\|\vec{J}_i\|}$ exprimant les probabilités pour que la particule soit réfléchie ou transmise.

Q 34. Vérifier alors que $R + T = 1$. Que traduit cette relation ?

Q 35. Admettant maintenant que $T = \frac{4 \frac{k_2}{k_1}}{(1 + \frac{k_2}{k_1})^2}$ où $k_1 = \sqrt{\frac{2m}{\hbar^2} E}$ et $k_2 = \sqrt{\frac{2m}{\hbar^2} (E - V_0)}$.

Exprimer T en fonction de E et de V_0 . Examiner les cas limites où $E \gg V_0$ et $E \approx V_0$. Commenter.

Q 36. Y a-t-il une analogie possible de cette situation avec l'interface vide-plasma dans le cas d'une onde électromagnétique ?

Q 37. Sachant que la densité de probabilité de présence de la particule quantique est définie $\rho = |\underline{\varphi}(z)|^2$. Exprimer ρ dans les deux régions ① et ② et montrer que :

$$\begin{cases} \rho_1(z \leq 0) = A^2 (1 + R + 2\sqrt{R} \cos(2k_1 z)) \\ \rho_2(z \geq 0) = A^2 (1 + \sqrt{R})^2 \end{cases}$$

Q 38. Représenter la variation de cette densité de probabilité de présence en fonction de z . Commenter le graphe obtenu.

Q 39. En superposant des états stationnaires d'énergies voisines de E , on forme un paquet d'ondes représentant une particule quantique incidente. Déterminer la vitesse de groupe dans les deux régions ① et ②. Comparer ces deux vitesses et commenter.

Q 40. La figure 5 représente l'évolution dans l'espace et dans le temps de ce paquet d'ondes. La zone colorée correspond à la région ② ($z \geq 0$) où $V(z) = V_0$. Le temps s'écoule du haut vers le bas de la figure. Commenter aussi précisément que possible ces graphes.

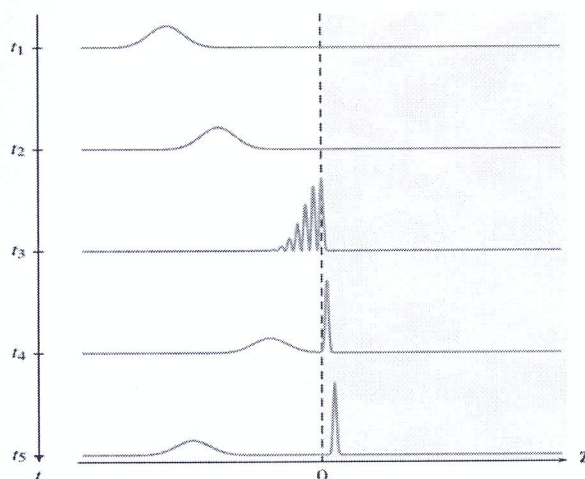


Figure 5 : Réflexion et transmission d'un paquet d'ondes sur une marche de potentiel.

... FIN ...