



Institut préparatoire aux études d'ingénieur de SFAX
Département de Technologie
30 Octobre 2024

Devoir de contrôle de Physique 1

PT 2

Durée : 2 Heures

Données:

- * Masse d'un électron $m = 9,1 \times 10^{-31} \text{ kg}$
- * Charge élémentaire $e = 1,6 \times 10^{-19} \text{ C}$
- * La célérité de la lumière dans le vide $c = 3 \times 10^8 \text{ ms}^{-1}$
- * La perméabilité magnétique du vide $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \text{ Hm}^{-1}$.
- * La permittivité électrique du vide $\epsilon_0 = 8.85 \times 10^{-12} \text{ Fm}^{-1}$
- * $\vec{\text{rot}}(\vec{\text{rot}} \vec{A}) = \vec{\text{grad}}(\text{div} \vec{A}) - \Delta \vec{A}$

Les faisceaux laser de puissance sont actuellement très utilisés dans l'industrie tant dans les domaines du traitement thermique des aciers que du perçage, de la découpe ou de la soudure de matériaux divers. Pour ces applications, parmi les lasers les plus souvent rencontrés est le laser YAG-Nd³⁺ dont la transition est située à une fréquence $f = 2,82 \times 10^{14} \text{ Hz}$.

Le problème est centré sur le thème du laser et de ses applications ; il est structuré en deux parties indépendantes : étude des caractéristiques d'un faisceau laser dans une première partie, puis son absorption par un métal et perçage par vaporisation, en seconde partie.

PREMIÈRE PARTIE : ÉTUDE D'UN FAISCEAU LASER

I- Modèle à onde plane

- 1- Écrire les équations de Maxwell dans le vide en l'absence de charges et de courants.
- 2- En déduire l'équation de propagation pour le champ électrique $\vec{E}$.

Un faisceau laser peut être modélisé par une onde plane progressive sinusoïdale de pulsation ω , de longueur d'onde λ , se propageant dans le vide et dans le sens des z croissants. Le champ électrique complexe de l'onde en un point M de cote z est donné par :

$$\vec{E}(z, t) = E_0 e^{i(\omega t - k_0 z)} \vec{u}_x \text{ tel que } E_0 \text{ et } k_0 \in \mathbb{R}_+^*$$

- 3- Préciser la polarisation de cette onde.
- 4- Donner la relation de dispersion. Calculer λ . A quel domaine spectral appartient le laser ?
- 5- Déterminer le champ magnétique $\vec{B}$ de cette onde.
- 6- On désigne par $\vec{R}$ le vecteur de Poynting. Déterminer l'intensité $I = \|\langle \vec{R} \rangle\|$ de l'onde étudiée.
- 7- La source laser a une intensité $I_L = 4 \times 10^5 \text{ W cm}^{-2}$. Calculer l'amplitude E_0 .

II- Modèle du faisceau gaussien

L'onde plane étant de section constante, elle ne peut pas représenter de manière réaliste le faisceau du laser. Dans un modèle plus réaliste, l'onde du laser se propageant dans le sens des z croissants peut être représentée par une onde de profil gaussien. Le champ électrique complexe en un point $M(r, \theta, z)$ est donné par :

$$\vec{E}(r, z, t) = E_0 \frac{w_0}{w(z)} e^{-\left(\frac{r}{w(z)}\right)^2} e^{i(\omega t - k_0 z)} \vec{u}_x$$

avec $w(z) = w_0 \sqrt{1 + \frac{z^2}{z_0^2}}$ où $w_0 = w(z=0)$ et $z_0 = \pi \frac{w_0^2}{\lambda}$ sont des longueurs caractéristiques.

- 8- Représenter les graphes du module $|\underline{E}(r, z)|$ du champ électrique en fonction de r lorsque $z = 0$, puis pour une valeur fixée $z > 0$. Quelle signification physique peut-on donner à $w(z)$? Commenter le cas limite $z \ll z_0$.

Compte tenu des approximations pratiques, on admet que le champ magnétique de l'onde peut se mettre sous la forme :

$$\underline{\vec{B}}(r, z, t) = \frac{1}{c} \underline{E}(r, z, t) \vec{u}_y.$$

- 9- Déterminer l'intensité $I(r, z)$ de l'onde.

Étudions la répartition de $I(r, z)$ dans un plan perpendiculaire à Oz et situé à la cote z et notons $I_{\max}$, la valeur maximale de I dans ce plan. Le rayon $R(z)$, à la cote z , est défini comme la valeur de r pour laquelle $I(R, z) = \frac{I_{\max}}{e^2}$, où e est la base du logarithme népérien.

- 10- Déterminer l'expression de ce rayon en fonction de $w(z)$.

- 11- Montrer que lorsque $z \gg z_0$, le faisceau a la forme d'un cône de sommet O et de demi-angle au sommet β , qui sera exprimé en fonction de w_0 et z_0 , puis en fonction de w_0 et λ .

L'angle β est appelé divergence du faisceau laser.

- 12- Calculer β et z_0 dans le cas d'un laser YAG-Nd³⁺ sachant que $w_0 = 0,5 \text{ mm}$.

DEUXIÈME PARTIE : APPLICATIONS DU LASER AU TRAITEMENT DE PIÈCES

I-Absorption de l'énergie du laser dans un milieu métallique

L'interaction d'une onde électromagnétique avec un métal se fait essentiellement par l'intermédiaire des électrons de conduction. Dans cette partie, nous modéliserons un métal homogène et électriquement neutre ($\rho = 0$) comme un milieu ayant les mêmes propriétés que le vide (permittivité ϵ_0 et perméabilité μ_0) et constitué d'un ensemble d'électrons de conduction, de charge $-e$, de masse m et de densité uniforme $N = 2 \times 10^{29} \text{ m}^{-3}$ (nombre d'électrons par unité de volume). Ce métal, occupant l'espace des $z \geq 0$, est fixe par rapport au référentiel du laboratoire, supposé galiléen.

Étant donné un électron de vitesse $\vec{v}$, son interaction avec le milieu métallique est modélisée par une force de frottement fluide de la forme : $\vec{F} = -\frac{m}{\tau} \vec{v}$, où $\tau = 8 \times 10^{-15} \text{ s}$ est un temps caractéristique. Supposons que le métal soit soumis à un champ électrique sinusoïdal de pulsation ω :

$$\underline{\vec{E}}(t) = \underline{\vec{E}}_m e^{i\omega t}, \text{ où } \underline{\vec{E}}_m \text{ est un vecteur constant.}$$

- 13- Écrire le principe fondamental de la dynamique appliqué à un électron de conduction.

- 14- En régime établi, la vitesse d'un électron s'écrit en notation complexe $\vec{v}(t) = \underline{\vec{V}}_m e^{i\omega t}$.

Déterminer l'expression de $\underline{\vec{V}}_m$.

- 15- En déduire le vecteur densité de courant (en notation complexe) sous la forme :

$$\underline{\vec{J}} = \underline{\gamma}(i\omega) \underline{\vec{E}} = \frac{\tau N e^2}{m(1 + i\omega\tau)} \underline{\vec{E}}$$

Expliciter $\underline{\gamma}(i\omega)$ en fonction de ϵ_0 , ω , τ et de la pulsation plasma $\omega_p = \sqrt{\frac{Ne^2}{m\epsilon_0}}$.

Que représente physiquement $\gamma_0 = \underline{\gamma}(0)$? Calculer ω_p et γ_0 .

Étudions maintenant la propagation de l'onde électromagnétique du laser dans ce milieu. On donne le champ électrique :

$$\underline{\vec{E}}(z, t) = E_m e^{i(\omega t - kz)} \vec{u}_x,$$

où $\underline{k}(\omega)$ est le vecteur d'onde complexe.

- 16- Montrer que le courant de déplacement $\underline{\vec{J}}_D$ est négligeable devant $\underline{\vec{J}}$.

- 17- Écrire alors les équations de Maxwell dans le métal.

- 18- En déduire l'équation aux dérivées partielles vérifiée par le champ électrique.

- 19- Montrer que

$$\underline{k}^2(\omega) = -i \frac{\omega\tau}{1 + i\omega\tau} \left(\frac{\omega_p}{c} \right)^2$$

Dans la suite du problème, nous introduisant l'indice complexe $\underline{n} = k \frac{c}{\omega}$.

Nous poserons $\underline{n} = n' - in''$, où n' et n'' sont deux nombres réels positifs.

20- Dédurre que $\vec{E}(z, t) = E_m \exp(-n'' \frac{\omega}{c} z) \exp(i\omega(t - n' \frac{z}{c})) \vec{u}_x$.

21- Quel est le phénomène physique généré par l'existence de n'' ? Donner l'expression de la vitesse de phase v_ϕ de cette onde.

22- Calculer la valeur numérique de n' sachant que $n'' = 13,41$. Commenter ce résultat.

23- Déterminer l'expression du champ magnétique de l'onde.

24- Montrer que la puissance moyenne qui traverse une surface S perpendiculaire à Oz et située à la cote z est de la forme : $P(z) = P_0 e^{-\alpha z}$, en donnant l'expression de P_0 en fonction de μ_0, c, E_m, n' , et S puis α en fonction de ω, c et n'' .

25- Déterminer la valeur numérique de α . Que dire de la propagation de l'énergie dans le métal?

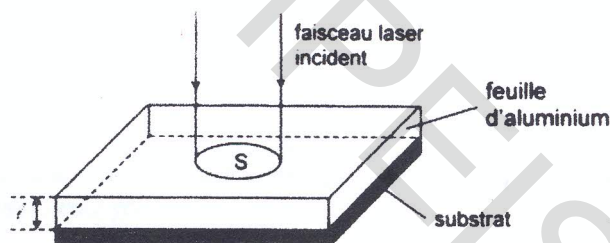
La puissance P_0 est entièrement absorbée par le métal. De plus, on désigne par P_L la puissance moyenne du faisceau laser incident perpendiculairement sur une surface S située en $z = 0$ et par P_r la puissance moyenne réfléchiée par la surface métallique. La réflectivité R et l'absorptivité A de la surface métallique sont définies par les relations :

$$R = \frac{P_r}{P_L}, \quad A = \frac{P_0}{P_L}.$$

26- Quelle est la relation liant les deux coefficients R et A ? Quelle est sa signification physique?

II- Application : Perçage par vaporisation:

On étudie le perçage par vaporisation d'une mince feuille d'aluminium déposée sur un substrat thermique isolant. Cette feuille d'épaisseur $\ell = 0,5 \text{ mm}$, immobile, reçoit perpendiculairement à sa surface une impulsion laser de durée t_p et d'intensité $I_L = 4 \times 10^5 \text{ W cm}^{-2}$. Le faisceau est supposé parfaitement cylindrique de diamètre Φ . La réflectivité de la surface métallique $R = 0,72$.



L'irradiation de l'aluminium provoque son échauffement de la température ambiante $T_0 = 293 \text{ K}$ à la température de fusion $T_f = 933 \text{ K}$, sa fusion, puis l'échauffement du métal liquide à la température de vaporisation $T_v = 2740 \text{ K}$, et enfin sa vaporisation totale.

On suppose que la puissance absorbée est totalement convertie en puissance thermique.

27- Définir la chaleur latente de changement d'état d'un corps pur.

28- Déterminer la variation de l'enthalpie ΔH lors du perçage d'un volume cylindrique d'épaisseur ℓ et de même section que le faisceau laser.

29- En déduire la durée de processus de perçage Δt .

30- Calculer la durée $t_{p, \min}$ nécessaire pour réaliser un trou en une unique impulsion.

En réalité, on trouve des valeurs plus grandes. Analyser les causes d'erreurs possibles.

Pour l'aluminium, on donne (à pression constante de 1 bar) :

- * La masse volumique $\rho_{Al} = 2700 \text{ kg/m}^3$
- * La capacité thermique massique du solide $c_{sd} = 900 \text{ J/(K} \cdot \text{kg)}$
- * La capacité thermique massique du liquide $c_{lq} = 1090 \text{ J/(K} \cdot \text{kg)}$
- * La chaleur latente massique de fusion $L_f = 397 \text{ kJ/kg}$
- * La chaleur latente massique de vaporisation $L_v = 10500 \text{ kJ/kg}$

Fin de l'épreuve