UNIVERSITÉ DE SFAX

Année universitaire : 2024/2025

★ ★ ★ ★ ★

Institut Préparatoire aux Études d'Ingénieur de Sfax

Examen de fin du premier semestre de Systèmes Techniques Automatisés

Partie A : Mécanique des Solides Indéformables

Sections : M.P.2 & P.C.2 & T.2 **Date : 21 Décembre 2024**

- *aucun document n'est autorisé* ;
- *le document énoncé comporte* 4 *pages* ;
- *les parties A et B sont indépendantes* ;
- *le document réponses comporte* 7 *pages* ;

La protection de la ville de Londres contre les inondations de la Tamise, dues aux tempêtes ou aux très fortes marées de la mer du Nord, est assurée depuis 1981 par un barrage mobile constitué de dix barrières indépendantes permettant de fermer partiellement ou totalement le cours du fleuve.
La barrière, objet de l'étude, est constituée d'une partie centrale (porte), de section en forme de secteur circulaire, et de deux disques contre-poids situés à ses extrémités (Figure 1).

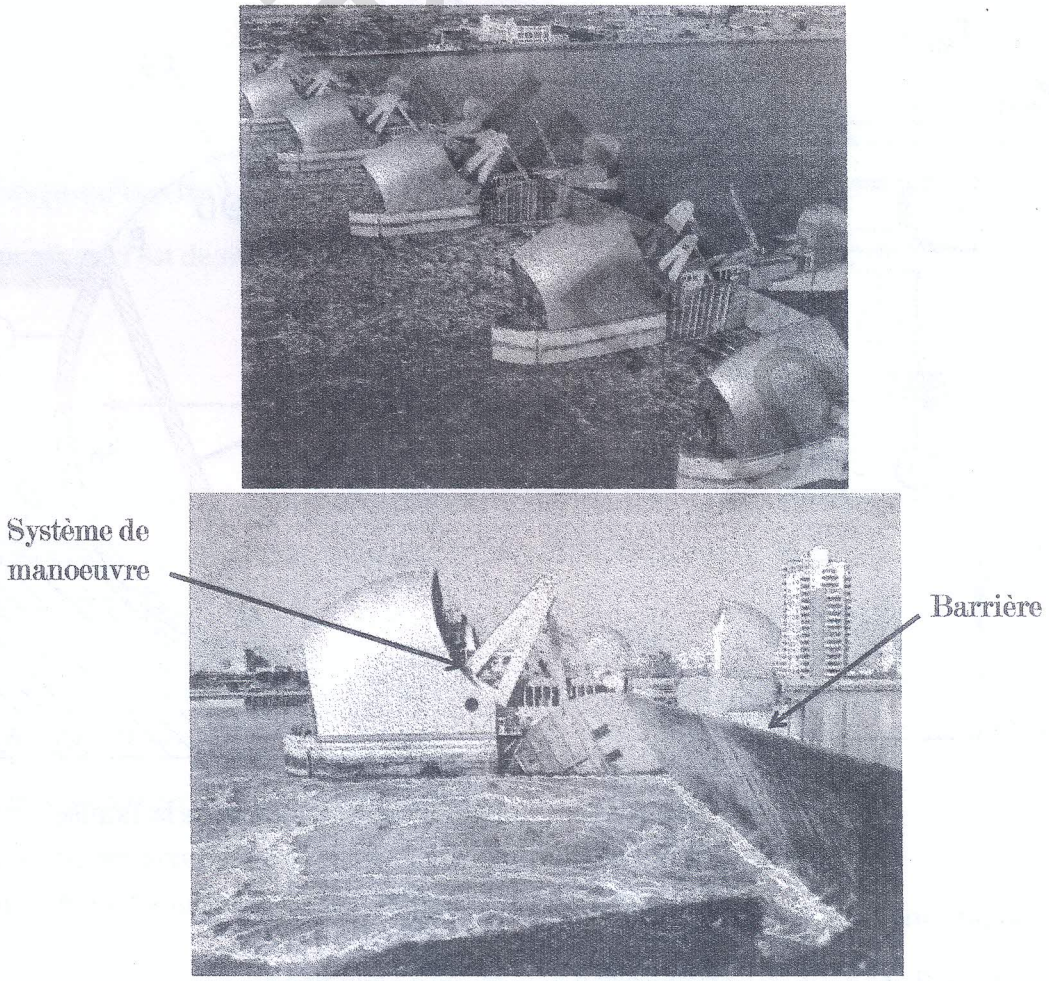

FIGURE 1 – Barrière mobile de la Tamise

La manoeuvre de cette barrière est assurée par deux mécanismes identiques placés dans les plans de symétrie des disques contre-poids situés aux extrémités de la porte.

Le mécanisme de manoeuvre de la barrière est constitué des éléments suivants :

— deux vérins à double effet (pistons (5) et (5′)), alimentés simultanément sous la même pression par une pompe unique ;

— deux biellettes (4) et (4′), assurant la liaison entre les pistons (5) et (5′) et le levier principal (3) par des rotules en I, M, I′ et M′ ;

— un levier de levage (3), lié au bâti en H par une liaison pivot ;

— une bielle (2) transmettant le mouvement de levage du levier (3) à la barrière (1) par des rotules en E et D.

Ce mécanisme présente le plan $(C, \vec{x}_0, \vec{y}_0)$ comme plan de symétrie matérielle et de chargement . Cela permet de modéliser le système proposé à l'étude par un mécanisme plan en considérant le plan de mouvement $(C, \vec{x}_0, \vec{y}_0)$ et de représenter le mécanisme étudié par le schéma cinématique illustré par la Figure 2.

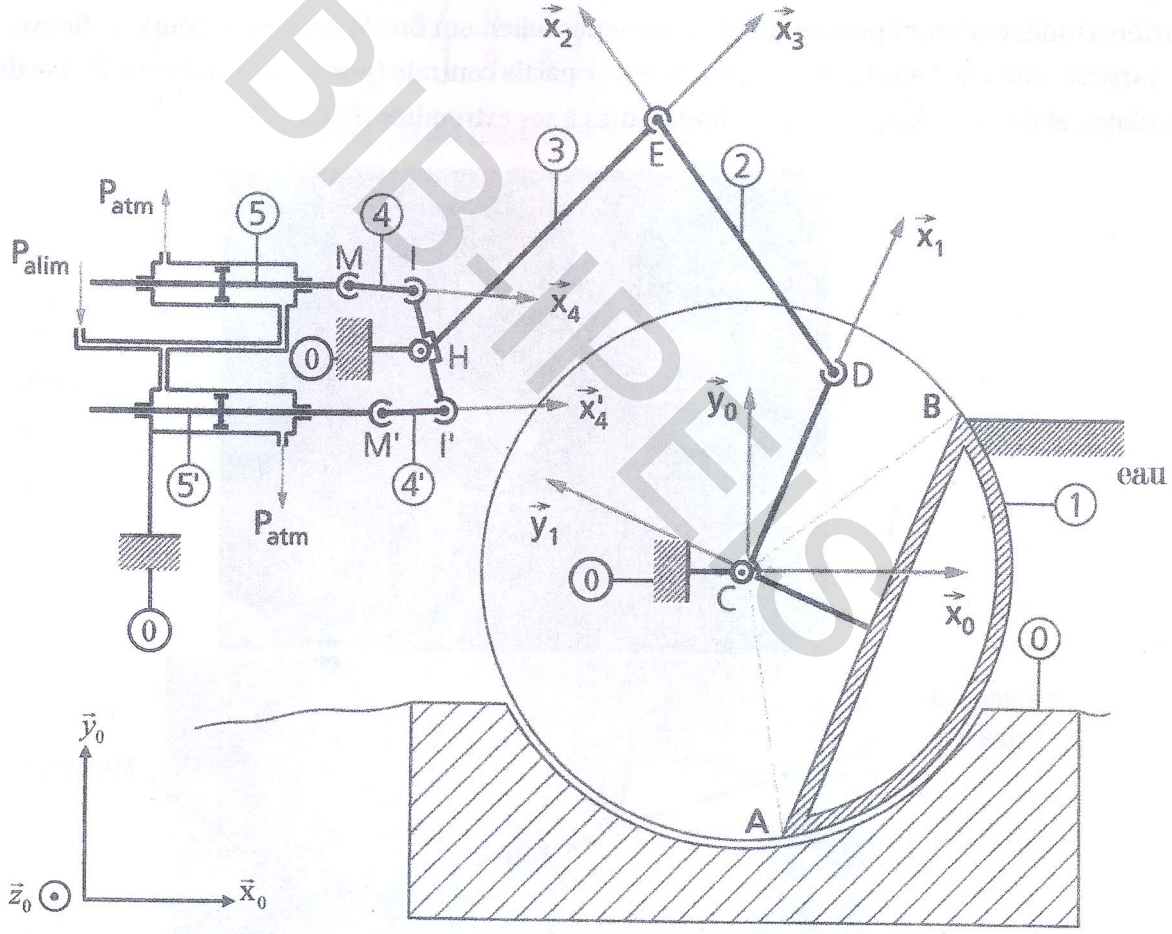

FIGURE 2 – Schéma cinématique de la barrière mobile de la Tamise

Repères et paramétrage :

— Le repère $R_0(C, \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$, supposé galiléen, est lié au bâti fixe (0).

— Le repère $R_1(C, \vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_0)$ est lié à la barrière (1) tel que $\theta = (\vec{x}_0, \vec{x}_1) = (\vec{y}_0, \vec{y}_1)$.

— Le repère $R_2(D, \vec{x}_2, \vec{y}_2, \vec{z}_0)$ est lié à la bielle (2) tel que $\beta = (\vec{x}_1, \vec{x}_2) = (\vec{y}_1, \vec{y}_2)$.

— Le repère $R_3(H, \vec{x}_3, \vec{y}_3, \vec{z}_0)$ est lié au levier de levage (3) tel que $\alpha = (\vec{x}_0, \vec{x}_3) = (\vec{y}_0, \vec{y}_3)$.

On donne :

$$\overrightarrow{CD} = b\vec{x}_1 \quad ; \quad \overrightarrow{DE} = d\vec{x}_2 \quad ; \quad \overrightarrow{HE} = L\vec{x}_3$$

où b, d et L sont des caractéristiques dimensionnelles (constantes). α, β et θ sont des paramètres de position du système, dépendants du temps (variables de configuration).

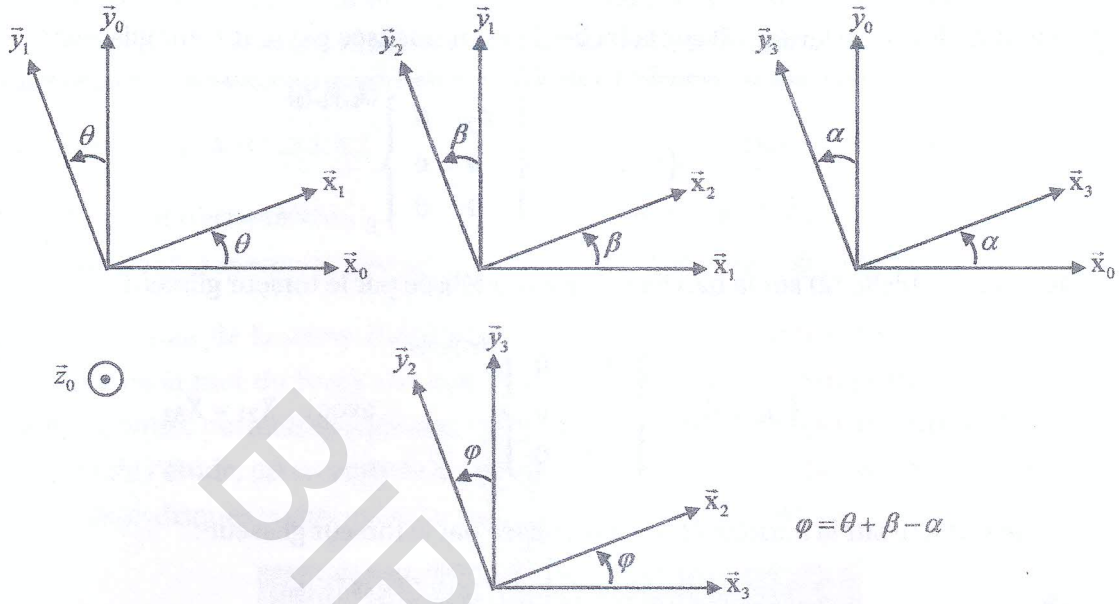

FIGURE 3 – Figures de rotations planes

Caractéristiques d'inertie :

— La barrière (1) est de masse m_1, de centre de masse G_1 et de matrice d'inertie $[I_C(1)]$ tels que :

$$\overrightarrow{CG_1} = -a\vec{y}_1 \quad ; \quad [I_C(1)] = \begin{bmatrix} A_1 & 0 & 0 \\ 0 & B_1 & 0 \\ 0 & 0 & C_1 \end{bmatrix}_{(\vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_0)}$$

— La bielle (2) est de masse et d'effets d'inertie négligeables devant les autres solides.

— Le levier de levage (3) est de de masse m_3, de centre de masse G_3 et de moment principal d'inertie I_3 par rapport à l'axe $(H, \vec{z}_0)$.

$$\overrightarrow{HG_3} = h\vec{x}_3$$

Données et hypothèses :

— Toutes les liaisons sont supposées parfaites.

— Le torseur des actions mécaniques transmissibles par la liaison entre les solides i et j au point Q, centre géométrique de la liaison, et dans une base $\mathscr{B}$ est noté :

$$\{\tau_{(i \to j)}\}_Q = \left\{ \begin{matrix} X_{ij} & 0 \\ Y_{ij} & 0 \\ 0 & N_{ij} \end{matrix} \right\}_Q^{\mathscr{B}}$$

— L'action des biellettes (4) et (4′) sur le levier de levage (3) est modélisée par le torseur suivant :

$$\{\tau_{(4+4'\to 3)}\}_H = \left\{ \begin{array}{cc} X_v & 0 \\ Y_v & 0 \\ 0 & C_v \end{array} \right\}_H^{(\vec{x}_3,\vec{y}_3,\vec{z}_0)}$$

— L' action du levier de levage (3) sur la bielle (2) est modélisée par le torseur glisseur :

$$\{\tau_{(3\to 2)}\}_E = \left\{ \begin{array}{cc} X_{32} & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{array} \right\}_E^{(\vec{x}_2,\vec{y}_2,\vec{z}_0)}$$

— L' action de la bielle (2) sur la barrière (1) est modélisée par le torseur glisseur :

$$\{\tau_{(2\to 1)}\}_D = \left\{ \begin{array}{cc} X_{21} & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{array} \right\}_E^{(\vec{x}_2,\vec{y}_2,\vec{z}_0)} \qquad \text{avec : } X_{21} = X_{32}$$

— L'action de l'eau sur la barrière (1) est modélisée par le torseur glisseur :

$$\{\tau_{(\text{eau}\to 1)}\}_C = \left\{ \begin{array}{cc} X_e & 0 \\ Y_e & 0 \\ 0 & 0 \end{array} \right\}_C^{(\vec{x}_1,\vec{y}_1,\vec{z}_0)}$$

— Le champ de pesanteur est $\vec{g} = -g\vec{y}_0$.

AVIS IMPORTANT AUX ETUDIANTS

1. Chacune des feuilles de votre copie doit comporter une étiquette code à barres placée à l'endroit indiqué «coller ici votre code à barres»
2. Une copie d'examen comporte une seule «feuille principale» et des «feuilles suites» Sur chacune de vos feuilles, le code à barres est obligatoire
3. Cette feuille d'examen est strictement personnelle Elle ne doit comporter aucun signe distinctif Elle doit être écrite en noir et/ou bleu
4. Le non respect de l'une de ces exigences peut faire attribuer la note ZERO à l'épreuve

NOTE

Coller ici votre code à barre

00	01	02	03	04	05	06	07	08	09	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20

00	25	50	75

A.I. Étude cinématique

A.1) Déterminer les vecteurs instantanés de rotation suivant :

.....

$\vec{\Omega}(1/0) =$ ..... ; $\vec{\Omega}(2/0) =$ ..... ; $\vec{\Omega}(3/0) =$ .....

A.2) Déterminer, par cinématique, le vecteur vitesse du point E appartenant à (3) dans son mouvement par rapport à (0).

.....

.....

$\vec{V}(E \in 3/0) =$ .....

A.3) Déterminer, par cinématique, le vecteur vitesse du point D appartenant à (1) dans son mouvement par rapport à (0).

.....

.....

$\vec{V}(D \in 1/0) =$ .....

Nom, prénom et signature de l'enseignant surveillant		

A.4) Sachant que l'équiprojectivité se traduit par $\vec{V}(E \in 2/0) \cdot \overrightarrow{DE} = \vec{V}(D \in 2/0) \cdot \overrightarrow{DE}$, déduire la relation entre $\dot{\theta}$ et $\dot{\alpha}$.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

$\dot{\theta} =$ .....

A.5) Déterminer, dans la base $(\vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_0)$, le vecteur vitesse et le vecteur accélération du point G_1 dans son mouvement par rapport à (0).

.....

.....

.....

.....

$\vec{V}(G_1/0) =$ ..... ; $\vec{\Gamma}(G_1/0) =$ .....

A.6) Déterminer, dans la base $(\vec{x}_3, \vec{y}_3, \vec{z}_0)$, le vecteur vitesse et le vecteur accélération du point G_3 dans son mouvement par rapport à (0).

.....

.....

.....

.....

$\vec{V}(G_3/0) =$ ..... ; $\vec{\Gamma}(G_3/0) =$ .....

A.II. Étude dynamique

A.7) Déterminer, au point C et dans la base $(\vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_0)$, le torseur cinétique de la barrière (1) dans son mouvement par rapport au bâti (0).

.....

.....

.....

.....

$$\boxed{\{\mathscr{C}_{(1/0)}\}_C = \left\{ \begin{array}{ll} \ldots\ldots\ldots\ldots & \ldots\ldots\ldots\ldots \\ \ldots\ldots\ldots\ldots & \ldots\ldots\ldots\ldots \\ \ldots\ldots\ldots\ldots & \ldots\ldots\ldots\ldots \end{array} \right\}_C^{(\vec{x}_1,\vec{y}_1,\vec{z}_0)}}$$

A.8) Déduire, au point C et dans la base $(\vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_0)$, le torseur dynamique de la barrière (1) dans son mouvement par rapport au bâti (0).

.....

.....

.....

$$\boxed{\{\mathscr{D}_{(1/0)}\}_C = \left\{ \begin{array}{ll} \ldots\ldots\ldots\ldots & \ldots\ldots\ldots\ldots \\ \ldots\ldots\ldots\ldots & \ldots\ldots\ldots\ldots \\ \ldots\ldots\ldots\ldots & \ldots\ldots\ldots\ldots \end{array} \right\}_C^{(\vec{x}_1,\vec{y}_1,\vec{z}_0)}}$$

A.9) Déterminer, au point C et dans la base $(\vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_0)$, le torseur des actions mécaniques extérieures exercées sur la barrière (1).

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

$$\{\mathcal{T}_{(\bar{1}\to 1)}\}_C = \left\{ \begin{array}{ll} \dots\dots\dots\dots & \dots\dots\dots\dots \\ \dots\dots\dots\dots & \dots\dots\dots\dots \\ \dots\dots\dots\dots & \dots\dots\dots\dots \end{array} \right\}_C^{(\vec{x}_1,\vec{y}_1,\vec{z}_0)}$$

A.10) Appliquer, au point C et dans la base $(\vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_0)$, le Principe Fondamental de la Dynamique à la barrière (1) dans son mouvement par rapport au bâti (0). Déduire l'expression des composantes d'actions mécaniques X_{21}, X_{01} et Y_{01}.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

SUITE

Coller ici votre code à barre

X_{21} = ...

X_{01} = ...

Y_{01} = ...

A.11) Déterminer, au point H et dans la base $(\vec{x}_3, \vec{y}_3, \vec{z}_0)$, le torseur cinétique du bras de levage (3) dans son mouvement par rapport au bâti (0).

.....

.....

.....

.....

$$\{\mathscr{C}_{(3/0)}\}_H = \left\{ \begin{array}{ll} \ldots\ldots & \ldots\ldots \\ \ldots\ldots & \ldots\ldots \\ \ldots\ldots & \ldots\ldots \end{array} \right\}_H^{(\vec{x}_3, \vec{y}_3, \vec{z}_0)}$$

A.12) Déduire, au point H et dans la base $(\vec{x}_3, \vec{y}_3, \vec{z}_0)$, le torseur dynamique du bras de levage (3) dans son mouvement par rapport au bâti (0).

.....

.....

.....

$$\{\mathscr{D}_{(3/0)}\}_H = \left\{ \begin{array}{ll} \ldots\ldots & \ldots\ldots \\ \ldots\ldots & \ldots\ldots \\ \ldots\ldots & \ldots\ldots \end{array} \right\}_H^{(\vec{x}_3, \vec{y}_3, \vec{z}_0)}$$

A.13) Déterminer, au point H et dans la base $(\vec{x}_3, \vec{y}_3, \vec{z}_0)$, le torseur des actions mécaniques extérieures exercées sur le bras de levage (3).

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

$$\{\tau_{(\bar{3}\to 3)}\}_H = \left\{ \begin{array}{ll} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots & \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots & \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots & \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \end{array} \right\}_H^{(\vec{x}_3, \vec{y}_3, \vec{z}_0)}$$

A.14) Appliquer, au point H et dans la base $(\vec{x_3}, \vec{y_3}, \vec{z_0})$, le Principe Fondamental de la Dynamique au bras de levage (3) dans son mouvement par rapport au bâti (0). Déduire l'expression du couple C_v et les composantes d'actions mécaniques X_{03} et Y_{03} au niveau de la liaison pivot entre (3) et (0).

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

C_v = ...

X_{03} = ...

Y_{03} = ...

Université de Sfax ★★★★★ Institut Préparatoire aux Etudes d'Ingénieur de Sfax	IPEIS	Année Universitaire : 2024 – 2025 Sections : MP2 – PC2 – PT2

Semestre 1 Date : 21/12/2024

Examen de Systèmes Techniques Automatisés

Partie B : Automatique

Synthèse de l'asservissement de débit d'alimentation en matériaux

L'asservissement de débit dans un système d'alimentation en matériaux est essentiel pour garantir une distribution précise et efficace des substances utilisées dans divers processus industriels. Ce système repose sur un schéma technologique qui inclut plusieurs composants interconnectés, comme illustré à la figure 1.

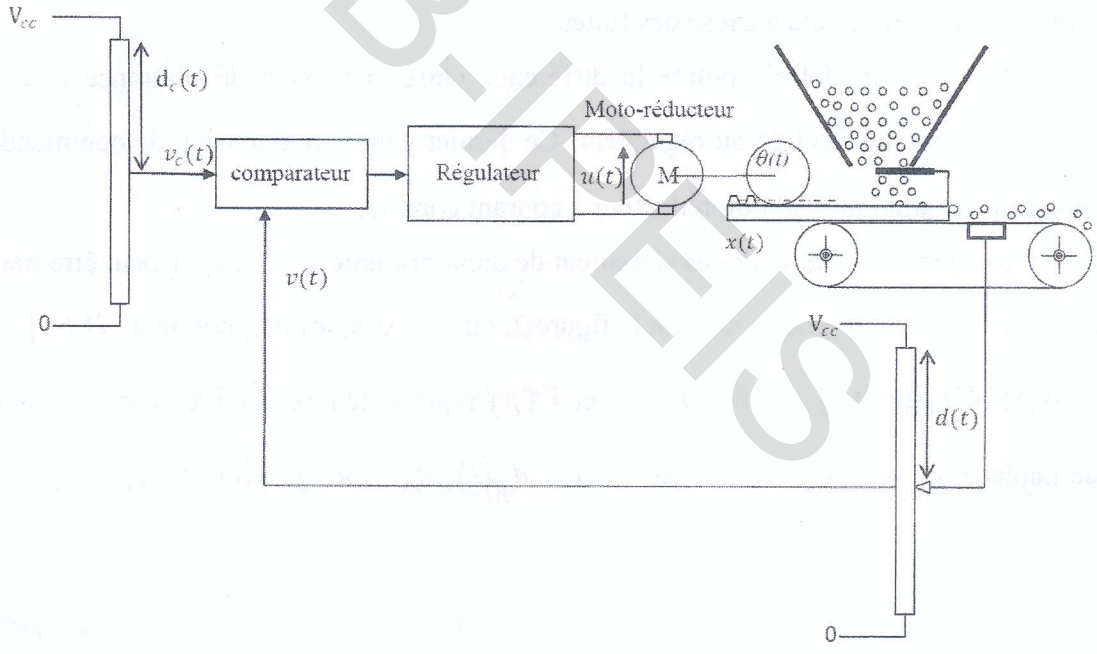

Figure 1 – Schéma technologique d'asservissement de débit.

Le débit désiré, noté $d_c(t)$, est déterminé à l'aide d'un dispositif associé au curseur d'un potentiomètre, qui génère une tension de référence $v_c(t)$. Ce débit est proportionnel à cette tension, selon la relation :

$$v_c(t) = k_1\, d_c(t) \tag{1}$$

où $k_1 = 0.5\ V.s.kg^{-1}$ est une constante caractéristique du dispositif.

La mesure du débit actuel, noté $d(t)$, est effectuée par le même dispositif, qui produit une tension $v(t)$ proportionnelle à $d(t)$.

Un motoréducteur, dont l'entrée est la tension $u(t)$ et la sortie est la position angulaire $\theta(t)$, est couplé à un mécanisme pignon-crémaillère. Ce mécanisme convertit la position angulaire $\theta(t)$ en un déplacement linéaire $x(t)$, selon :

$$x(t) = k_2\, \theta(t) \tag{2}$$

où $k_2 = 6.10^{-2}\ m.rad^{-1}$ est une constante dépendant des caractéristiques du mécanisme pignon-crémaillère.

Le débit réel, $d(t)$, est ensuite lié au déplacement linéaire $x(t)$, qui détermine l'ouverture de la trémie, par :

$$d(t) = k_3\, x(t) - d_f(t) \tag{3}$$

où $k_3 = 15.10^{-2}\ kg/m.s$ est une constante définie par la géométrie de la trémie et $d_f(t)$ représente le débit perdu à cause des fuites.

Le signal d'erreur, défini comme la différence entre la tension de référence et la tension mesurée, constitue l'entrée du régulateur. Ce dernier génère une tension de commande $u(t)$, utilisée pour alimenter le motoréducteur à courant continu.

Le schéma technologique d'asservissement de débit présenté à la figure 1 peut être transformé en un schéma fonctionnel, illustré à la figure 2, où les variables polynomiales $D_c(p)$, $D_f(p)$, $D(p)$, $U(p)$, $\theta(p)$, $X(p)$, $V_c(p)$ et $V(p)$ représentent respectivement les transformées de Laplace des variables temporelles $d_c(t)$, $d_f(t)$, $d(t)$, $u(t)$, $\theta(t)$, $x(t)$, $v_c(t)$ et $v(t)$.

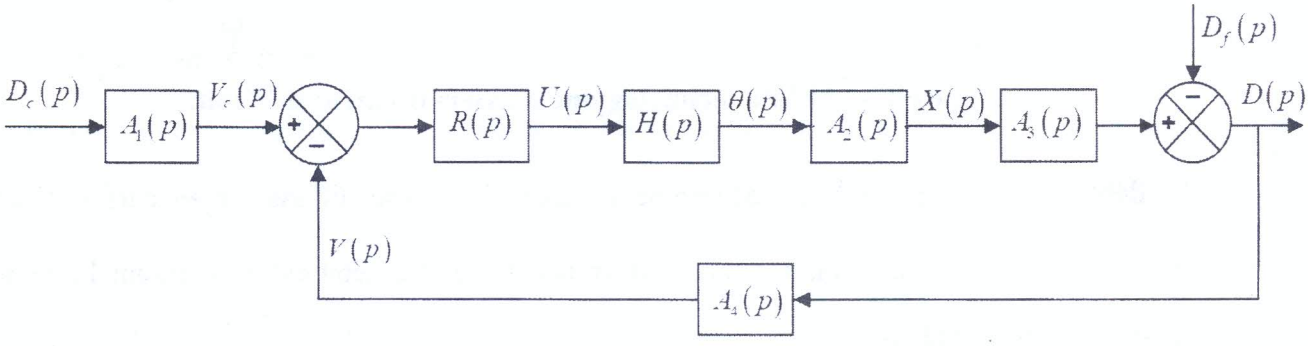

Figure 2 – Schéma fonctionnel de l'asservissement de débit.

1. Déterminer les fonction de transfert $A_1(p)$, $A_2(p)$, $A_3(p)$ et $A_4(p)$ à partir du schéma fonctionnel.

2. A partir du schéma fonctionnel, l'expression du débit actuel peut être mise sous la forme : $D(p)=\Psi_1(p)D_c(p)-\Psi_2(p)D_f(p)$. Déterminer les expressions de $\Psi_1(p)$ et $\Psi_2(p)$.

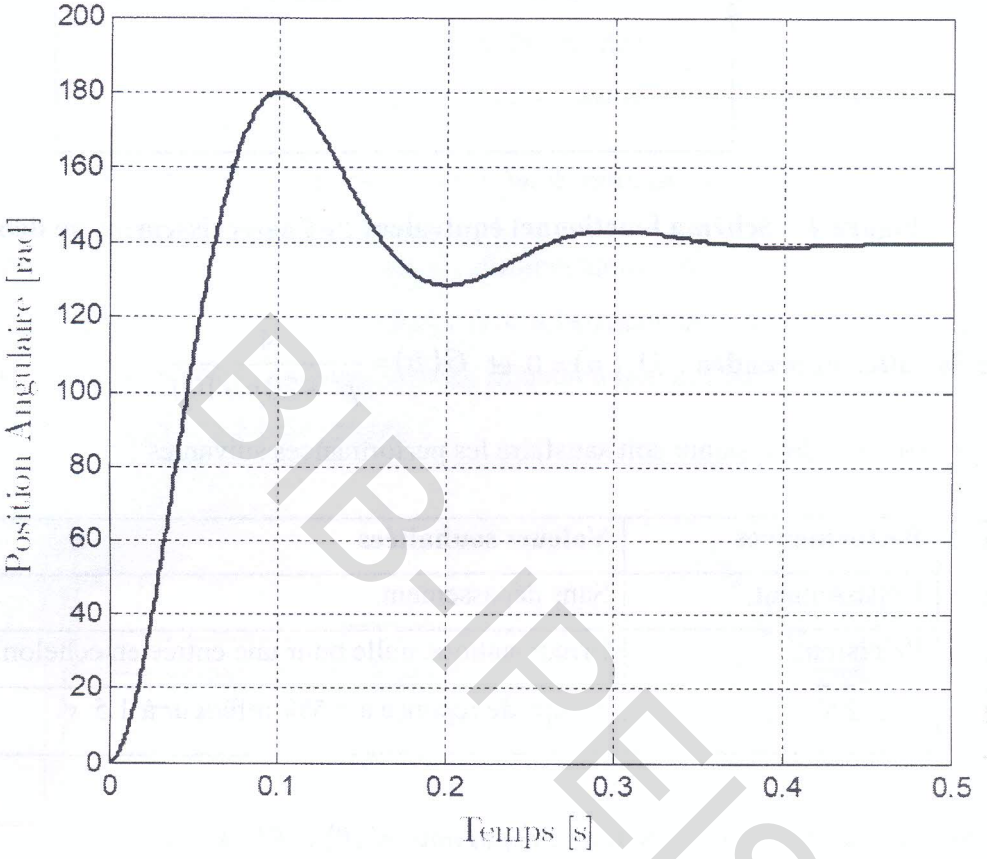

Figure 3 – Réponse indicielle du motoréducteur pour un échelon de tension d'amplitude 200V

La figure 3 présente la réponse indicielle du motoréducteur pour un échelon de tension d'amplitude 200V.

3. Proposer une forme canonique pour la fonction de transfert $H(p)=\dfrac{\theta(p)}{U(p)}$.

4. Déterminer le gain statique (K_m), le temps de pic (t_1) et le premier dépassement en pourcentage (d_1) du motoréducteur.

5. Déduire le coefficient d'amortissement (ξ_m) et la pulsation propre non amortie (ω_m) du motoréducteur.

6. Quelle est la valeur finale $\theta(\infty)$ de la position angulaire du motoréducteur pour une tension constante de 10V ? En déduire le déplacement linéaire final $x(\infty)$.

Le schéma fonctionnel de l'asservissement à la figure 3 peut être ramené au schéma équivalent ci-dessous (voir figure 4).

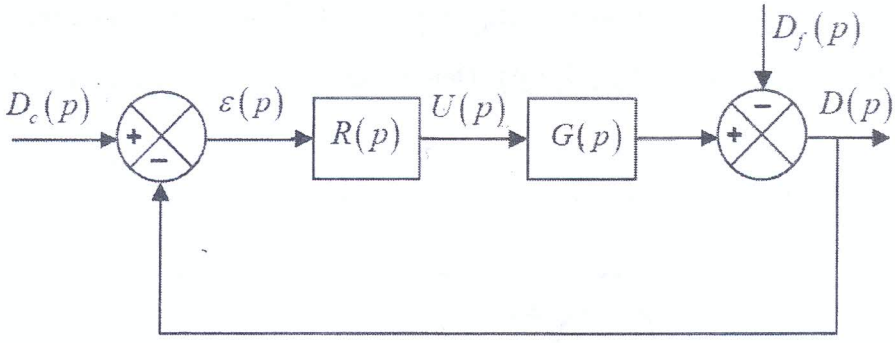

Figure 4 – Schéma fonctionnel équivalent de l'asservissement de débit.

Dans la suite, on prendra : $D_f(p)=0$ **et** $G(p)=\dfrac{4}{p^2+20p+100}$.

L'asservissement du système doit satisfaire les performances suivantes :

Performances	**Valeurs souhaitées**
Dépassement	Sans dépassement.
Précision	Erreur statique nulle pour une entrée en échelon.
Rapidité	Temps de réponse à $\pm 5\%$ inférieur à $1.5\ s$.

On considère un correcteur de type Proportionnel (P) : $R(p)=A$

7. Calculer la fonction de transfert en boucle fermée $H_{BF}(p)=\dfrac{D(p)}{D_c(p)}$. En déduire les expressions du gain statique (K_{BF}), du coefficient d'amortissement (ξ_{BF}) et de la pulsation propre non amortie (ω_{nBF}) en fonction de A.

8. Déterminer la valeur de A permettant d'obtenir la réponse la plus rapide. En déduire les valeurs du temps de pic (T_1), du premier dépassement en pourcentage (D_1) et du temps de réponse à $\pm 5\%$ (T_R).

9. Calculer l'erreur statique $\varepsilon(\infty)=d_c(\infty)-d(\infty)$ en fonction A pour une consigne en débit $d_c(t)=100\ kg/s$. En déduire la valeur numérique de $\varepsilon(\infty)$ pour A trouvés en question 8.

10. Ce correcteur proportionnel permet-il de satisfaire les performances souhaitées ? Justifier.

On considère maintenant un correcteur de type Intégral (I) : $R(p)=\dfrac{A_i}{p}$

11. Calculer la fonction de transfert en boucle fermée $H_{BF}(p)=\dfrac{D(p)}{D_c(p)}$.

12. Exprimer $\varepsilon(p)$ en fonction de $D_c(p)$, $R(p)$ et $G(p)$. En déduire l'erreur statique $\varepsilon(\infty)=\lim_{t\to\infty}\varepsilon(t)$ pour une consigne en débit $d_c(t)=100\ kg/s$.

13. Pour la valeur de $A_i=45$, la figure 5 présente la réponse indicielle du système en boucle fermée pour une consigne en débit $d_c(t)=100\ kg/s$. Déterminer graphiquement le temps de réponse à $\pm 5\%$ (T_R).

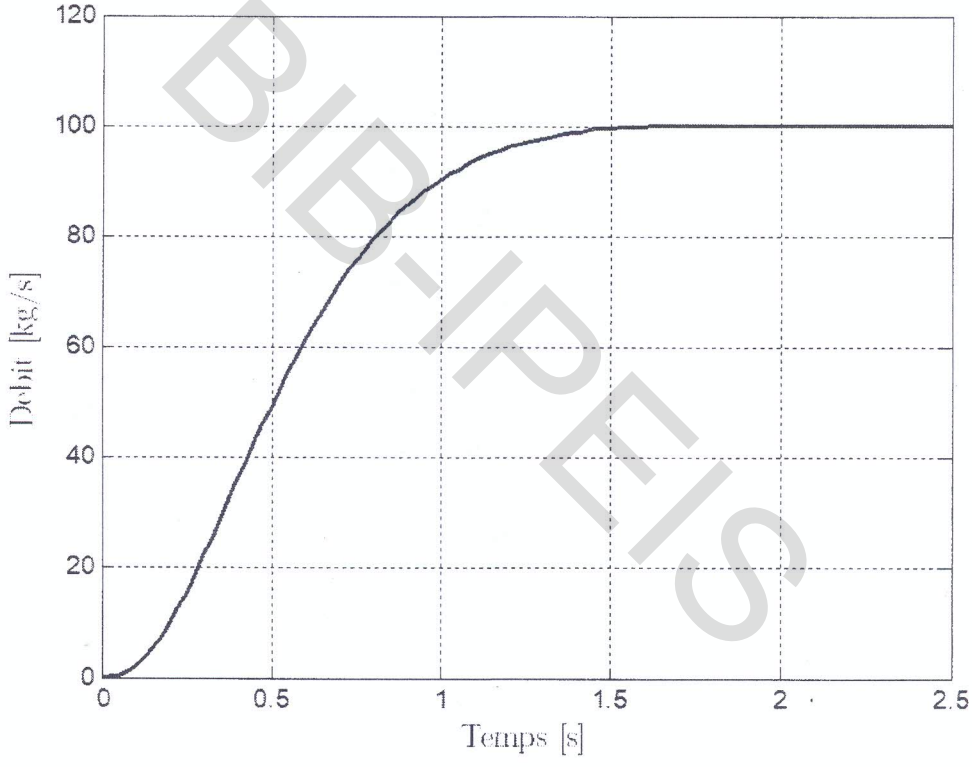

Figure 5 – Réponse indicielle du système pour un échelon de débit d'amplitude 100 kg/s.

14. Ce correcteur intégral permet-il de satisfaire les performances souhaitées ? Justifier.