



EXAMEN DE PHYSIQUE 1

PT 2 - Durée : 4 H

Le 15-12-2025

L'usage d'une calculatrice non programmable est autorisé.

Tout résultat fourni dans l'énoncé peut être admis et utilisé par la suite, même s'il n'a pas été démontré. Si, au cours de l'épreuve, un étudiant repère ce qui lui semble être une erreur d'énoncé, il le signale sur sa copie et poursuit sa composition en expliquant les raisons des initiatives qu'il est amené à prendre.

L'épreuve comporte cinq parties indépendantes.

Données:

- * Charge élémentaire $e = 1,6 \times 10^{-19} \text{ C}$
- * $\frac{1}{4\pi\epsilon_0} = 9 \cdot 10^9 \text{ m.F}^{-1}$
- * La célérité de la lumière dans le vide $c = 3 \times 10^8 \text{ ms}^{-1}$
- * La perméabilité magnétique du vide $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \text{ Hm}^{-1}$
- * $\vec{\text{rot}}(\vec{\text{rot}} \vec{A}) = \vec{\text{grad}}(\text{div} \vec{A}) - \vec{\Delta} \vec{A}$
- * Relations de passage : $\vec{n}_{1 \rightarrow 2} \cdot (\vec{E}_2 - \vec{E}_1) = \frac{\sigma}{\epsilon_0}$ $\vec{n}_{1 \rightarrow 2} \wedge (\vec{B}_2 - \vec{B}_1) = \mu_0 \vec{J}_s$
- * $\text{Ln}(1+x) \approx_0 x - \frac{x^2}{2}$

Partie A - QCM

Choisir la(s) bonne(s) réponse(s) (sans justification).

Q1. On désigne par $\vec{E} = E_0 \sin(\alpha x) \sin(\omega t - ky) \vec{u}_z$ le champ électrique d'une onde électromagnétique dans le vide. Cette onde est :

- A. Plane
- B. Transverse électrique
- C. Transverse magnétique
- D. Monochromatique

Q2. On interpose un polariseur entre une source de lumière et un écran. Après un tour complet du polariseur, on a observé deux extinctions. La lumière est alors :

- A. Polarisée rectiligne
- B. Polarisée circulaire droite
- C. Polarisée elliptique droite
- D. Non polarisée

Q3. Un polariseur idéal :

- A. Absorbe une composante du champ électrique
- B. Retarde la phase de $\pi/2$
- C. Augmente l'amplitude du champ électrique
- D. Crée une polarisation circulaire

Q4. La loi de Malus s'écrit :

- A. $I = I_0 \cos \theta$
- B. $I = I_0 \cos^2 \theta$
- C. $I = I_0 \sin^2 \theta$
- D. $I = I_0 \sin \theta$

Q5. L'intensité de l'onde rayonnée par un dipôle électrique oscillant de pulsation ω est :

- A. Maximale perpendiculairement au dipôle
- B. Maximale sur l'axe du dipôle
- C. Identique dans toutes les directions
- D. Proportionnelle à ω^4

Q6. Dans la zone de rayonnement, les champs $\vec{E}$ et $\vec{B}$ sont :

- A. Transverses et en phase
- B. Transverses mais en quadrature
- C. Proportionnels à $\frac{1}{r^2}$
- D. Tels que $|\vec{E}| = c|\vec{B}|$

Q7. Une bobine tourne, à la vitesse angulaire constante ω , dans un champ $\vec{B}$ uniforme. La f.é.m induite est :

- A. Constante
- B. Indépendante du nombre de spires
- C. Sinusoïdale
- D. Nulle si l'axe de rotation est perpendiculaire à $\vec{B}$

Q8. L'effet des courants de Foucault dans une plaque métallique en mouvement est :

- A. Dissipation d'énergie (effet Joule)
- B. Augmentation de la conductivité électrique
- C. Création d'un champ magnétique opposé
- D. Accélération du mouvement

Partie B - Ondes électromagnétiques dans le vide

On étudie la propagation d'une onde électromagnétique plane progressive sinusoïdale, dans le vide illimité rapporté au repère orthonormé $(\vec{e}_x, \vec{e}_y, \vec{e}_z)$. En un point $M(x, y, z)$ et à un instant t , le champ électrique s'écrit en notation complexe :

$$\underline{\vec{E}}(M, t) = E_m \exp(i(\omega t - k_0 x)) \vec{e}_y \quad \text{où} \quad E_m \in \mathbb{R}_+^* \text{ et } i^2 = -1.$$

Q9. Déterminer la polarisation et la direction de propagation de l'onde.

Q10. Donner l'expression de son champ magnétique $\vec{B}(M, t)$. L'onde est-elle transverse magnétique ?

Q11. En déduire que l'intensité de l'onde $I = \frac{E_m^2}{2\mu_0 c}$.

Q12. On considère un laser impulsionnel focalisé sur une surface de diamètre $D = 1\mu m$, de durée d'impulsion $\mathcal{T} = 2ns$ et d'énergie par impulsion W . On suppose que l'onde laser est assimilée à une onde plane progressive. Exprimer l'amplitude E_m du champ électrique de l'onde laser en fonction de $W, \mathcal{T}, \mu_0, c$ et D .

Q13. Le laser permet d'ioniser la matière si l'amplitude de son champ E_m est comparable à l'amplitude du champ E_a crée par un noyau de charge $+e$ à une distance $r_a \approx 10^{-10}m$. Calculer W permettant une telle ionisation.

Partie C- Ondes électromagnétiques dans les conducteurs

On se propose d'étudier la propagation d'une onde électromagnétique plane progressive sinusoïdale de pulsation ω dans un conducteur. Dans la suite nous modéliserons un conducteur

homogène comme un milieu ayant les mêmes propriétés que le vide (permittivité ϵ_0 et perméabilité μ_0) et constitué d'un ensemble d'électrons de conduction, de charge $-e$, de masse m et de densité uniforme N (nombre d'électrons par unité de volume). Ce conducteur, occupant le demi espace des $x \geq 0$, est fixe par rapport au référentiel du laboratoire, supposé galiléen. Étant donné un électron de vitesse $\vec{v}$, son interaction avec le milieu métallique est modélisée par une force de frottement fluide $\vec{F} = -\frac{m}{\tau}\vec{v}$, où τ est un temps caractéristique du métal. Ce conducteur est soumis à une onde plane dont le champ électrique s'écrit en notation complexe

$$\vec{E}(x, t) = E_{0c} \exp[i(\omega t - \underline{k}x)]\vec{u}_y, \quad \text{où } \underline{k} = k_1 - ik_2 \in \mathbb{C}^*; E_{0c}, k_1 \text{ et } k_2 \in \mathbb{R}_+^*.$$

- Q14.** On suppose que les dimensions atomiques sont faibles devant la longueur d'onde λ et que l'effet de la force magnétique de l'onde est négligeable. Écrire l'équation de mouvement d'un électron.
- Q15.** Déterminer, en régime établi, la densité de courant $\vec{J}$ engendrée par ce mouvement et la mettre sous la forme $\vec{J} = \underline{\gamma} \vec{E}$ où on exprimera $\underline{\gamma}$ en fonction des paramètres du problème.
- Q16.** Justifier que le conducteur est localement neutre.
- Q17.** Écrire les équations de Maxwell dans le conducteur.

Q18. En déduire que l'équation de propagation : $\Delta \vec{E} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} - \mu_0 \underline{\gamma} \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} = \vec{0}$

On notera dans la suite $\omega_p = \sqrt{\frac{Ne^2}{m\epsilon_0}}$ et $\gamma_0 = \frac{Ne^2\tau}{m}$.

Q19. Montrer que la relation de dispersion peut s'écrire : $\underline{k}^2(\omega) = \frac{\omega^2}{c^2} (1 - i \frac{\omega_p^2}{\omega(\frac{1}{\tau} + i\omega)})$

C-I- Le nettoyage et le polissage laser

On étudie dans cette partie le domaine fréquentiel $\omega\tau \gg 1$.

- Q20.** Exprimer alors $\underline{k}^2$ en fonction de ω^2 , ω_p^2 et c^2 .
- Q21.** Décrire le comportement de l'onde dans le milieu si $(\omega > \omega_p)$ et si $(\omega < \omega_p)$.
- Q22.** Donner l'expression du champ $\vec{E}$ dans le cas $(\omega < \omega_p)$. Caractériser l'onde obtenue.

Le nettoyage laser consiste à éliminer une fine couche de contamination, d'oxyde ou de peinture d'une surface sans abîmer le substrat. Ce procédé exploite justement les ondes évanescentes dans le plasma de surface, car elles permettent un chauffage très localisé et sélectif. En effet, le champ électrique de l'impulsion laser est suffisamment intense pour ioniser la matière et la transformer en plasma de pulsation ω_p . La matière superficielle se désintègre ou se détache (par vaporisation, micro-explosion ou choc de pression), tandis que la matière sous-jacente reste intacte grâce à la faible pénétration de l'onde évanescente.

- Q23.** On donne $\omega = 1,79 \times 10^{15} \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$ et $\omega_p = 1,9 \times 10^{15} \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$. Calculer la profondeur caractéristique x_0 de l'onde évanescente.

Q24. Estimer la durée nécessaire pour le nettoyage d'une zone de 1 cm^2 .

Q25. Quel(s) avantage(s) présente cette technique ?

C-II- Communication sous-marin

On étudie dans cette partie le cas d'un régime collisionnel ($1 \gg \omega\tau$) dans le domaine des basses fréquences ($\tau\omega_p^2 \gg \omega$).

Q26. On pose $\delta = \sqrt{\frac{2}{\gamma_0 \mu_0 \omega}}$. Montrer que $\underline{k} = \frac{1-i}{\delta}$.

Q27. Déterminer la vitesse de phase v_ϕ et la longueur d'onde λ_c dans le conducteur.

Q28. Le milieu est-il dispersif ? absorbant ? Justifier.

Q29. Déterminer le champ $(\underline{E}, \underline{B})$ dans le conducteur.

Q30. En déduire la moyenne temporelle du vecteur de Poynting $\langle \vec{\Pi}(x) \rangle$.

Q31. On définit alors une atténuation $A_{dB} = 10 \log\left(\frac{|\langle \vec{\Pi}(x) \rangle|}{|\langle \vec{\Pi}(0) \rangle|}\right)$ exprimée en décibel.

Montrer que l'atténuation par unité de longueur, $\frac{A_{dB}}{x}$ est proportionnelle à $\sqrt{\omega}$.

Q32. Calculer numériquement δ pour des ondes dites VLF (Very Low Frequency) comprises entre 3 kHz à 30 kHz utilisées pour communiquer avec un sous-marin en plongée. On donne $\gamma_0 = 4 \text{ S.m}^{-1}$.

Q33. Pourquoi l'antenne d'un sous-marin doit être proche de la surface (antennes remorquées, flotteurs ...) ?

Partie D – Conductimètre inductif

Les conductimètres inductifs, également appelés capteurs de conductivité sans contact, mesurent la conductivité d'une solution sans contact direct, grâce à deux bobines toroïdales : l'une crée un champ magnétique alternatif (bobine d'excitation), l'autre détecte le courant induit dans le liquide (bobine de mesure) (figure 1). Cette méthode, robuste et insensible à l'encrassement, est particulièrement adaptée aux milieux corrosifs, concentrés ou chargés en particules. Ils sont largement utilisés dans le traitement des eaux, l'industrie chimique, l'agroalimentaire et les procédés industriels nécessitant une mesure fiable et durable de la conductivité.

La bobine d'excitation est alimentée par une tension sinusoïdale $u_1(t)$. Sa résistance interne est négligeable et son inductance propre est notée L_1 . Elle se comporte comme le primaire d'un transformateur dont le circuit secondaire est l'eau qui baigne l'ensemble et que l'on peut assimiler à une boucle conductrice de résistance R_e , inversement proportionnelle à la conductivité σ de l'eau. Cette boucle se comporte à son tour comme le circuit primaire d'un transformateur dont

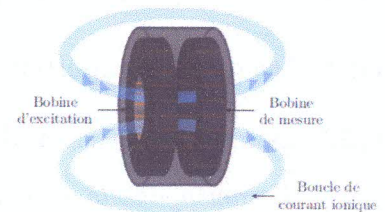


Figure 1: Conductimètre

D-I – Étude du circuit d'alimentation

Q34. Rappeler en quoi consiste le modèle de l'ALI idéal.

$$\frac{d^2 u_0}{dt^2} + 3\omega_0 \frac{du_0}{dt} + \omega_0^2 u_0 = \omega_0 \frac{du_1}{dt}$$

Q36. Démontrer que $u_1 = G u_0$ où l'on exprimera G en fonction de R_a et R_b .

D-II – Préliminaire : inductance propre et inductance mutuelle

Le champ magnétique créé à l'intérieur d'un solénoïde parcouru par un courant i est $\vec{B} = \mu_0 n i \vec{u}_z$ où n est le nombre de spires par unité de longueur, et le champ est nul à l'extérieur.

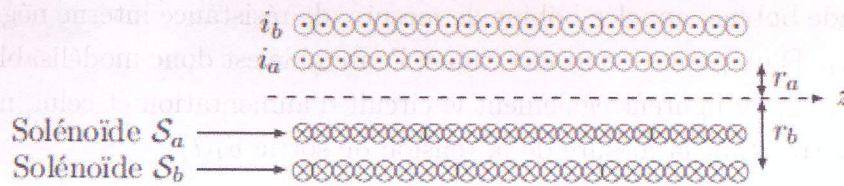


Figure 3

Q38. Rappeler la définition générale de l'inductance propre L d'un circuit puis établir l'expression des inductances propres L_a et L_b des solénoïdes S_a et S_b en fonction de μ_0 , N_a , N_b , r_a , r_b et ℓ .

Q39. Rappeler la définition de l'inductance mutuelle M entre deux circuits puis établir son expression.

Q40. Vérifier que $M = k\sqrt{L_a L_b}$ en donnant l'expression de k en fonction de r_a et r_b .

Dans la suite, on considère le cas particulier $r_a = r_b$, pour lequel $k = 1$.

Q41. Vérifier que $\frac{L_a}{N_a^2} = \frac{L_b}{N_b^2}$.

Les deux solénoïdes S_a et S_b forment le primaire et le secondaire d'un transformateur. On note $u_a(t)$ la tension aux bornes du primaire et $u_b(t)$ celle aux bornes du secondaire, les deux en convention récepteur.

Q42. Montrer que $\frac{u_a(t)}{N_a} = \frac{u_b(t)}{N_b}$.

D-III – Étude de la partie terminale du circuit de mesure

On considère ici la partie terminale représentée figure 4.

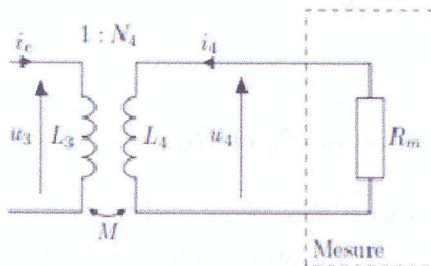


Figure 4

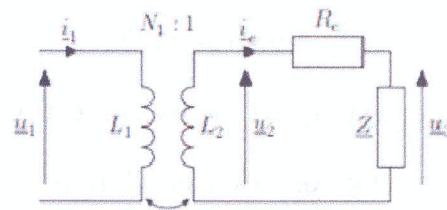


Figure 5

Q43. Écrire, en notation complexe, l'expression de $\underline{u}_3$ en fonction de L_3 , M , ω_0 , $\underline{i}_e$ et $\underline{i}_4$.

Q44. En déduire la relation $\underline{i}_e = \underline{Y} \cdot \underline{u}_3$ en donnant l'expression de $\underline{Y}$ en fonction de L_3 , N_4 , R_m et ω_0 .

Q45. En utilisant les résultats établis dans la partie D-II, montrer qu'on peut réécrire la relation précédente sous la forme :

$$\underline{Y} = \frac{1}{j\omega_0 L_3} + \frac{N_4^2}{R_m}.$$

D-IV – Étude du circuit de mesure complet

D'après la relation précédente, le circuit complet est équivalent au schéma de la figure 5, où $\underline{Z} = 1/\underline{Y}$.

Q46. Déterminer la relation entre $\underline{u}_2$, $\underline{i}_e$, $\underline{u}_3$ et R_e .

Q47. Montrer, à l'aide des résultats précédents, que $\underline{u}_1 = -\frac{N_1}{N_4}(1 + R_e \underline{Y}) R_m \underline{i}_4$.

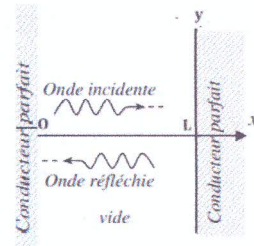
Q48. Dans la limite où $R_m \rightarrow 0$, montrer que l'intensité i_4 tend vers une valeur limite :

$$i_{4,lim}(t) = -\frac{1}{N_1 N_4 R_e} u_1(t). \text{ Commenter.}$$

Partie E - Cavité électromagnétique

On considère une cavité vide unidimensionnelle, formée de deux plans parfaitement conducteurs, de surface S , situés en $x = L_0 = 5 \text{ cm}$ et $x = 0$. Le champ électrique à l'intérieur est la superposition d'une onde incidente et d'une onde réfléchie :

$$\vec{E}(M, t) = \frac{E_0}{2} \exp(i(\omega t - k_0 x)) \vec{e}_y + E'_0 \exp(i(\omega t + k_0 x)) \vec{e}_y$$



E-I- Cavité de longueur fixe

Q49. Rappeler la définition et les propriétés d'un conducteur parfait.

Q50. Montrer que $\vec{E}(x, t) = E_0 \sin(\omega t) \sin(k_0 x) \vec{e}_y$.

Q51. Pour L_0 fixée, montrer que la condition aux limites en $x = L_0$ impose une quantification de k_0 et ω , faisant intervenir un entier $n \geq 1$, telle que $k_n = n k_1$ et $\omega_n = n \omega_1$ où on exprimera k_1 et ω_1 en fonction des données.

Q52. Justifier que ce champ est celui d'une onde stationnaire. Déterminer en fonction de la longueur d'onde λ_n les positions des plans nodaux pour le champ électrique.

Q53. Représenter l'allure de $\vec{E}(x, \frac{\pi}{2\omega_n})$ pour $n = 1$ et 2 .

Q54. Déterminer le champ magnétique $\vec{B}(x, t)$.

Q55. En déduire la densité du courant surfacique $\vec{j}_s(L_0, t)$.

Q56. Calculer la force $d\vec{F} = \frac{1}{2} \vec{j}_s(L_0, t) \wedge \vec{B}(L_0, t) dS$ exercée sur une surface dS du paroi. Commenter.

Q57. Montrer que l'énergie électromagnétique, emmagasinée dans la cavité, $\mathcal{E}_{em} = \beta L_0$ où on exprimera β en fonction de E_0 , S et des constantes du problème.

Q58. On suppose, uniquement pour cette question, que les parois ne sont pas parfaitement conductrices. On note $\langle p_v \rangle = \frac{\varepsilon_0 E_0^2 \omega}{2} \exp(\frac{2}{\delta}(L_0 - x))$ la puissance volumique moyenne dissipée par effet Joule dans le conducteur de droite, où δ est une distance caractéristique du conducteur introduite dans **Q26**. On définit le facteur de qualité de la cavité par

$$Q = 2\pi \frac{\text{énergie stockée dans la cavité}}{\text{énergie dissipée par période}}.$$

- En admettant que l'on puisse prendre en première approximation l'expression de l'énergie totale établie en considérant les conducteurs des parois comme parfaits, établir l'expression du facteur de qualité Q en fonction de L_0 et δ .
- Montrer que l'énergie électromagnétique, emmagasinée dans la cavité, $\mathcal{E}_{em}(t)$ décroît avec un temps caractéristique que l'on exprimera en fonction de Q et ω .

E-II- Cavité résonnante à paroi mobile (Effet opto-mécanique)

Un moteur translate lentement le miroir de droite dans le sens d'allonger la cavité. La paroi située en $x = L(t)$ se déplace à la vitesse constante $v = 1 \text{ mm.s}^{-1}$. On note alors $L(t) = L_0 + vt$ la longueur de la cavité à l'instant t . On étudie un mode propre de rang n , supposé suffisamment isolé pour que le régime soit *adiabatique* (pas de couplage avec les autres modes). Le champ électrique approché est $\vec{E}(x, t) = A_n(t) \sin\left(\frac{n\pi x}{L(t)}\right) \cos(\varphi_n(t)) \vec{e}_y$.

Q59. La pulsation instantanée du mode est donnée par $\omega_n(t) = 2\pi f_n(t) = \frac{n\pi c}{L(t)}$.

Calculer la fréquence du mode fondamental ($n = 1$) aux instants $t = 0$, $t = 1$ et $t = 10 \text{ s}$.
Vérifier que la condition d'adiabaticité $\frac{v}{L_0} \ll \omega_n(0)$ est bien satisfaite.

Q60. On rappelle que $\dot{\varphi}_n(t) = \omega_n(t)$. Montrer que $\varphi_n(t) = \varphi_n(0) + n\pi c \frac{L_0}{v} \ln\left(1 + \frac{vt}{L_0}\right)$.

En déduire, pour $|vt| \ll L_0$, un développement limité de $\varphi_n(t)$ jusqu'à l'ordre 2 en t .

Q61. On admet que le régime adiabatique impose que la quantité $\frac{\mathcal{E}_{em}(t)}{\omega_n(t)} = \text{constante}$.

Eu utilisant le résultat de la question **Q57.**, montrer alors que $A_n(t) = A_n(0) \frac{L_0}{L(t)}$.

Q62. Tracer l'allure de $L(t)$, $\omega(t)$ et $A_n(t)$.

Q63. Calculer, pour $n = 1$, la variation relative d'énergie aux instants $t = 1$ et 10 s .

Q64. En considérant l'énergie du système isolé {champ + moteur}, exprimer la force (de radiation) F exercée par le champ sur le miroir.

Q65. En déduire la puissance reçue par le moteur.

Q66. On dit que la cavité est le siège d'un effet optomécanique. Préciser brièvement à quoi consiste ce phénomène.