

|                                                                                                             |                                                                                   |                                                                                                  |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <b>Université de Sfax</b><br>★★★★★<br><b>Institut Préparatoire aux</b><br><b>Etudes d'Ingénieur de Sfax</b> |  | <b>Année Universitaire :</b><br><b>2025 – 2026</b><br>★★★★★<br><b>Sections : MP2 – PC2 – PT2</b> |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------|

Semestre 1

Date : 16/12/2025

## Examen d'Automatique



### Régulation d'un four électrique industriel

Un four électrique industriel doit maintenir une température constante de 120 °C pour certains types de pièces. La stabilité thermique est assurée par des résistances chauffantes commandées par un régulateur. Ce dernier ajuste en continu la boucle de régulation pour garantir une réponse précise et rapide.

#### Partie I — Modélisation du four

Le four est chauffé par une résistance électrique alimentée par une tension  $u(t)$ .

La température interne du four est notée  $\theta(t)$  et la température ambiante est  $\theta_a(t)$ .

Le comportement thermique est régi par les lois suivantes :

- La puissance thermique fournie par la résistance est :

$$q(t) = \alpha_0 u(t) \quad (1)$$

où  $\alpha_0 = 8 \text{ W/V}$  est le gain de conversion tension-puissance.

- Les pertes thermiques vers l'extérieur sont :

$$q_{\text{pertes}}(t) = \alpha_1 \theta(t) + \alpha_2 \theta_a(t) \quad (2)$$

où  $\alpha_1 = 4 \text{ W/}^\circ\text{C}$  est le coefficient de pertes côté température du four et

$\alpha_2 = 0.4 \text{ W/}^\circ\text{C}$  est coefficient de pertes côté température ambiante.

- La dynamique thermique du four suit une équation d'équilibre énergétique :

$$C \frac{d\theta(t)}{dt} = q(t) - q_{\text{pertes}}(t) \quad (3)$$

où  $C = 800 \text{ J/}^\circ\text{C}$  est la capacité thermique équivalente du four.

1. Montrer que l'équation reliant  $\theta(t)$  et  $u(t)$  peut se mettre sous la forme :

$$\tau \frac{d\theta(t)}{dt} + \theta(t) = K u(t) - K_a \theta_a(t). \text{ Exprimer } \tau, K \text{ et } K_a \text{ en fonction de } C, \alpha_0, \alpha_1, \alpha_2.$$

Lorsque les conditions initiales sont nulles, le comportement du four peut être modélisé dans le domaine de Laplace par la relation:  $\theta(p) = G(p)U(p) - G_a(p)\theta_a(p)$

2. Déterminer les fonctions de transfert  $G(p)$  et  $G_a(p)$ .

3. Déterminer la valeur finale de la température  $\theta(\infty)$  pour des entrées sous forme d'échelons  $u(t) = 250 \Gamma(t)$  et  $\theta_a(t) = 20 \Gamma(t)$ , où  $\Gamma(t)$  est la fonction de Heaviside.

4. En absence de température ambiante, tracer sans calcul la réponse du système suite à une entrée de tension unitaire. Placer les paramètres  $K$  et  $\tau$  sur la réponse.

## Partie II – Régulation du four

On suppose désormais que la perturbation  $\theta_a(t)$  est nulle. Le schéma-bloc de la régulation de température du four est représenté sur la figure 1.

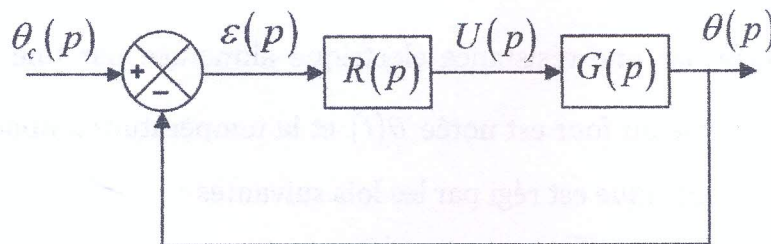


Figure 1 – Schéma-bloc de la régulation de température du four

La fonction de transfert du four est prise sous la forme :  $G(p) = \frac{2}{1+200p}$

Le cahier des charges doit respecter les contraintes suivantes :

- La fonction de transfert en boucle fermée doit être du premier ordre.
- Le temps de réponse à 5 % du système bouclé avec régulateur doit être 4 fois plus court que celui du système bouclé sans régulateur.
- L'erreur statique à une consigne en échelon de 120°C doit être nulle.

5. Calculer la fonction de transfert en boucle fermée  $H_0(p) = \frac{\theta(p)}{\theta_c(p)}$  sans régulateur

(c'est-à-dire  $R(p)=1$ ). En déduire le temps de réponse à 5 %, noté  $T_{R0}$ .



**On utilise d'abord un régulateur de type proportionnel :**  $R(p) = K_1$ .

6. Déterminer la fonction de transfert en boucle fermée  $H_1(p)$ . Exprimer sa constante de temps  $\tau_1$  et son gain statique  $A_1$  en fonction de  $K_1$ .
7. Calculer en fonction de  $K_1$  le temps de réponse à 5 %, noté  $T_{R1}$ . Déduire la valeur de  $K_1$  afin de respecter la contrainte du cahier des charges sur la rapidité.
8. Calculer en fonction de  $K_1$  l'erreur statique  $\varepsilon(\infty)$  pour une consigne en échelon de  $120^\circ\text{C}$ . Déduire sa valeur numérique pour la valeur de  $K_1$  déterminée à la question 7.
9. Ce régulateur proportionnel permet-il de satisfaire le cahier des charges ? Justifier.

**On utilise maintenant un régulateur de type intégral :**  $R(p) = \frac{K_2}{p}$ .

10. Déterminer la fonction de transfert en boucle fermée  $H_2(p)$ .
11. Quel est l'ordre de ce système ? Donner en fonction de  $K_2$  son gain statique  $A$ , sa pulsation propre non amortie  $\omega_n$  et son facteur d'amortissement  $\xi$ .
12. Déterminer la valeur de  $K_2$  permettant d'obtenir la réponse la plus rapide. En déduire le temps de réponse à 5 %, noté  $T_{R2}$ .
13. Calculer l'erreur statique  $\varepsilon(\infty)$  pour une consigne en échelon de  $120^\circ\text{C}$ .
14. Tracer, sans calcul, la réponse à un échelon de consigne de  $120^\circ$ . Préciser les valeurs de  $\theta(0)$  et  $\theta(\infty)$  sur la réponse.
15. Ce régulateur intégral permet-il de satisfaire le cahier des charges ? Justifier.

**Soit finalement un régulateur proportionnel-intégral :**  $R(p) = K_i \frac{1 + \tau_i p}{\tau_i p}$ .

16. Déterminer la valeur de  $\tau_i$  permettant d'obtenir en boucle fermée une fonction de transfert du premier ordre  $H_3(p) = \frac{A_3}{1 + \tau_3 p}$ . Déduire  $A_3$  et  $\tau_3$  en fonction de  $K_i$ .
17. Avec ce réglage pour  $\tau_i$ , déterminer le gain  $K_i$  afin de respecter la contrainte du cahier des charges sur la rapidité.
18. Calculer l'erreur statique  $\varepsilon(\infty)$  pour une consigne en échelon de  $120^\circ\text{C}$ .
19. Ce régulateur permet-il de satisfaire le cahier des charges ? Justifier.