



Concours Biologie et Géologie  
Epreuve de Physique

Date : Jeudi 16 Juin 2011

Heure : 8 H00

Durée : 3 H

Nbre pages : 04

Barème : Problème 1 : 15 pts

Problème 2 : 05 pts

L'usage d'une calculatrice non programmable est autorisé.

L'épreuve est constituée de deux problèmes indépendants.

Un candidat peut toujours se servir d'un résultat fourni par l'énoncé pour continuer sa composition.

**Problème 1**

Données :

- Constante des gaz parfaits :  $R = 8,31 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{mol}^{-1}$
- Masse molaire de l'air :  $M = 29 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$
- Densité volumique de l'air :  $\rho_0 = 1,3 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$
- Rapports des capacités calorifiques :  $\gamma = 1,4$
- Le coefficient de compressibilité isentropique :  $\chi_s = \frac{1}{\rho} \left( \frac{\partial \rho}{\partial P} \right)_s$



L'espace est rapporté à un référentiel galiléen  $R_0 (Oxyz)$  de base orthonormée directe  $(\vec{e}_x, \vec{e}_y, \vec{e}_z)$ .

On s'intéresse à la propagation unidimensionnelle suivant l'axe  $(Ox)$  des ondes acoustiques dans un fluide parfait.

Dans le référentiel  $R_0$ , le fluide au repos est caractérisé par les champs de pression  $P_0$  et de masse volumique  $\rho_0$  uniformes. La présence d'une onde acoustique dans le milieu crée une perturbation. Ainsi, les champs définis précédemment deviennent :

$$P(x, t) = P_0 + p(x, t)$$

$$\rho(x, t) = \rho_0 + \mu(x, t)$$

Où  $p(x, t)$  est la surpression et  $\mu(x, t)$  est la modification de la masse volumique.

Dans le cadre de l'approximation acoustique, tout terme petit d'ordre supérieur ou égal à deux sera négligé.

L'écoulement du fluide est supposé irrotationnel, isentropique et on néglige l'influence de la pesanteur.

**I- Equation de propagation des ondes acoustiques :**

I-1- Rappeler l'équation d'Euler d'une particule de fluide en mouvement à la vitesse  $\vec{v}$ , non soumise à des forces volumiques ainsi que l'équation de conservation de la masse.

I-2- Montrer que la linéarisation de ces équations dans le cadre de l'approximation acoustique donne :

$$\rho_0 \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} = -\overrightarrow{\text{grad} p} \quad (1)$$

$$\frac{\partial \mu}{\partial t} + \rho_0 \text{div} \vec{v} = 0 \quad (2)$$

I-3- Ecrire les équations (1) et (2) dans le cas d'une propagation unidimensionnelle suivant la direction ( $Ox$ ).

I-4- Montrer que :  $\mu(x, t) = \rho_0 \chi_S p(x, t)$

I-5- Montrer que la surpression  $p(x, t)$  et la vitesse  $v(x, t)$  sont solutions d'une équation du type

$$\frac{\partial^2 G}{\partial x^2} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 G}{\partial t^2} \quad \text{dont on précisera le nom.}$$

Exprimer  $c$  en fonction de  $\rho_0$  et  $\chi_S$ .

I-6- Donner la forme générale des solutions  $p(x, t)$  et  $v(x, t)$ .

I-7- Dans le cas où le fluide est un gaz parfait, établir l'expression de la célérité  $c$  en fonction de la température  $T$ , la masse molaire  $M$ , la constante des gaz parfaits  $R$  ainsi que le rapport des capacités calorifiques  $\gamma$ .

Application numérique : calculer  $c$  dans le cas de l'air pour  $T = 298K$ .

## II- Propagation d'une onde acoustique plane progressive monochromatique :

On considère une onde plane progressive monochromatique de longueur d'onde  $\lambda$  qui se propage dans le sens des  $x > 0$ .

II-1- En notation complexe,  $p(x, t)$  et  $v(x, t)$  ont pour expressions :

$$\underline{p}(x, t) = p_0 \exp j(\omega t - kx)$$

$$\underline{v}(x, t) = v_0 \exp j(\omega t - kx)$$

II-1-1- Etablir la relation entre  $k$  et  $\omega$ .

II-1-2- Calculer la longueur d'onde  $\lambda$  d'une onde sonore de fréquence  $f = 3MHz$  se propageant dans l'air.

II-2-1- Déterminer l'impédance acoustique  $Z_c$  définie par :  $Z_c = \frac{p(x, t)}{v(x, t)}$

II-2-2- Quelle sera l'expression de  $Z_c$  dans le cas d'une propagation dans le sens des  $x < 0$  ?

II-2-3- Calculer le module de  $Z_c$  dans le cas de l'air.

## III- Réflexion et transmission d'une onde acoustique :

On considère deux fluides (1) et (2) séparés par une surface plane perpendiculaire à l'axe ( $Ox$ ) en  $x = 0$ .

On désigne par  $Z_{c1}$  et  $Z_{c2}$  leurs impédances acoustiques respectives.

Une onde incidente (O.I) acoustique plane progressive monochromatique définie par :

$$p_i(x, t) = p_0 \cos(\omega t - k_1 x)$$

arrive en incidence normale, au niveau du plan  $x = 0$ . Elle donne naissance à une onde réfléchie (O.R) et à une autre transmise (O.T) (Figure 1).

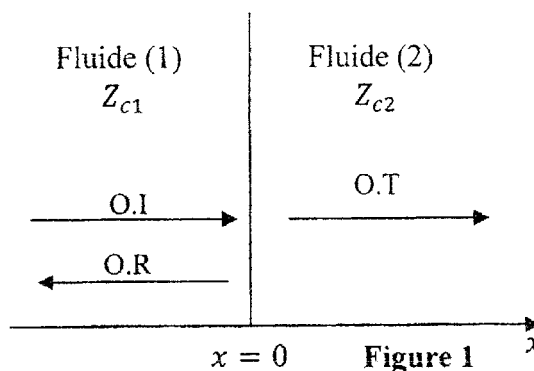


Figure 1

III-1- Donner les expressions de  $p_r(x, t)$  de l'onde réfléchie et  $p_t(x, t)$  de l'onde transmise.

III-2- En déduire celles de  $v_i(x, t)$ ,  $v_r(x, t)$  et  $v_t(x, t)$ .

III-3- En utilisant la conservation du débit volumique et la continuité de la surpression à l'interface séparant les deux fluides, déterminer les coefficients de réflexion et de transmission en amplitude définis par :

$$r_{(p)} = \frac{p_r(x=0,t)}{p_i(x=0,t)} \quad \text{et} \quad \tau_{(p)} = \frac{p_t(x=0,t)}{p_i(x=0,t)}$$

III-4- On définit l'intensité acoustique par la grandeur  $I = \langle pv \rangle$ , où le signe «  $\langle \rangle$  » désigne la moyenne temporelle.

III-4- 1- Montrer que les coefficients de réflexion et de transmission en énergie  $\mathcal{R}$  et  $T$  sont donnés par :

$$\mathcal{R} = \left| \frac{Z_{c2} - Z_{c1}}{Z_{c1} + Z_{c2}} \right|^2 \quad \text{et} \quad T = 4 \frac{Z_{c2} Z_{c1}}{(Z_{c1} + Z_{c2})^2}$$

III-4-2- Quelle relation a-t-on entre  $\mathcal{R}$  et  $T$  ?

III-4-3- Qu'est-ce qu'elle traduit ?

#### IV- Application à l'échographie à ultrasons :

IV-1- Calculer le coefficient de réflexion en énergie pour les interfaces air/peau et peau/graisse.

IV-2- Peut-on faire pénétrer des ultrasons dans le corps humain ? Justifier votre réponse.

IV-3- Pour réaliser des échographies à ultrasons, on utilise un gel entre la sonde et la peau. Quel est l'intérêt de ce gel ? Comment le choisir ?

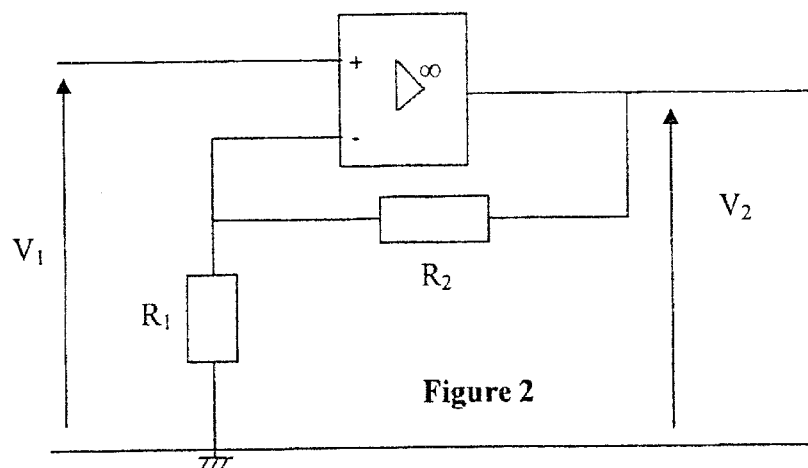
Données :

Milieu	$Z_c (10^6 \text{ S.I})$
air	0.0004
Tissu mou / peau	1.62
graisse	1.38

### Problème 2

Dans tout le problème l'amplificateur opérationnel (AOP) est supposé idéal.

I- On considère le montage de la figure 2 :



I-1- Dans le cas où l'amplificateur opérationnel fonctionne en régime linéaire, montrer que l'on peut écrire la tension  $V_2$  de la forme :

$$V_2 = G V_1$$

Exprimer  $G$  en fonction de  $R_1$  et  $R_2$ . Que représente  $G$  ?

I-2 - Montrer que l'AOP fonctionne en régime linéaire tant que  $V_1$  varie dans un domaine de tension que l'on précisera. On définira une tension critique  $V_{1c}$  que l'on exprimera en fonction de  $G$  et de la tension de saturation  $V_{sat}$ .

I-3- Tracer la courbe  $V_2 = f(V_1)$  pour  $V_1$  variant entre  $-V_{10}$  et  $+V_{10}$  où  $V_{10} > V_{1c}$ .

II- On considère le filtre de Wien représenté sur la figure 3 :

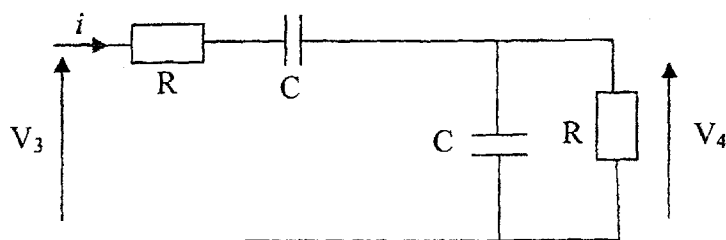


Figure 3

II-1- Exprimer le courant  $i$  en fonction de  $R, C, V_4$  et  $\frac{dV_4}{dt}$ .

II-2- Montrer que les tensions  $V_3$  et  $V_4$  sont reliées par une équation différentielle de la forme :

$$\frac{d^2 V_4}{dt^2} + a\omega_0 \frac{dV_4}{dt} + \omega_0^2 V_4 = \omega_0 \frac{dV_3}{dt}$$

Où  $a$  est une constante à déterminer et  $\omega_0$  une pulsation qu'on exprimera en fonction de  $R$  et  $C$ .

III- On regroupe les deux figures 2 et 3 suivant le schéma de la figure 4 :

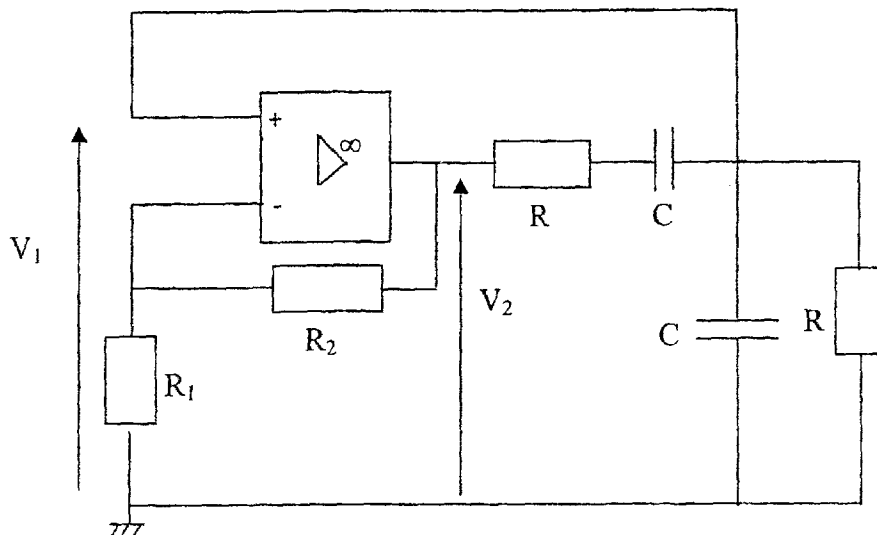


Figure 4

III-1- Montrer que l'équation obtenue en II-2 reste valable.

III-2- Montrer que la tension  $V_1$  est régie par le système d'équations suivantes :

$$\begin{aligned} \frac{d^2 V_1}{dt^2} + b_1 \omega_0 \frac{dV_1}{dt} + \omega_0^2 V_1 &= 0 \quad \text{Si } |V_1| \leq V_{1c} \\ \frac{d^2 V_1}{dt^2} + b_2 \omega_0 \frac{dV_1}{dt} + \omega_0^2 V_1 &= 0 \quad \text{Si } |V_1| > V_{1c} \end{aligned}$$

Exprimer  $b_1$  et  $b_2$  en fonction de  $a$  et  $G$ .

III-3- Pour quelle valeur de  $G$  peut-on générer des oscillations sinusoïdale ?

Fin de l'Epreuve