REPUBLIQUE TUNISIENNE
Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique

Concours Nationaux d'Entrée aux Cycles de Formation d'Ingénieurs
Session 2013

الجمهورية التونسية
وزارة التعليم العالي والبحث العلمي

المناظرات الوطنية للدخول
إلى مراحل تكوين المهندسين
دورة 2013

Concours Biologie et Géologie
Epreuve de Physique

Date : Jeudi 06 Juin 2013	**Heure : 8 H**	**Durée : 3 H**	**Nbre pages : 04**
Barème : Problème 1 : 13/20			**Problème 2 : 7/20**

L'usage d'une calculatrice non programmable est autorisé

L'épreuve est constituée de deux problèmes indépendants.

Un candidat peut toujours se servir d'un résultat fourni par l'énoncé pour continuer sa composition.

Problème 1

A. Ecoulement d'un fluide parfait dans un canal

On considère un écoulement incompressible et stationnaire d'eau dans un canal horizontal à section rectangulaire de largeur l parallèlement à (Oy) et de longueur supposée infinie suivant (Ox) (voir figure1).

L'espace est rapporté au référentiel $\mathscr{R}$ ($Oxyz$) de base orthonormée directe $(\vec{u}_x, \vec{u}_y, \vec{u}_z)$.

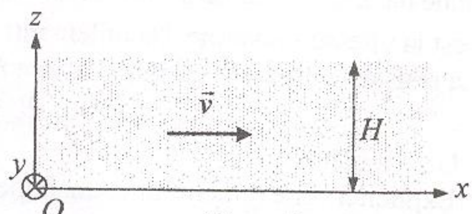

Figure 1

L'eau du canal, assimilée à un fluide parfait, de masse volumique uniforme ρ, surmontée d'air à la pression atmosphérique $P_0=10^5$ Pa, s'écoule, dans la direction (Ox), à la vitesse $\vec{v} = v\vec{u}_x$ supposée uniforme sur une section du canal.

Le champ de pesanteur est supposé uniforme.

On note H la hauteur d'eau dans le canal.

1. Ecrire l'équation de conservation de la masse.
2. Que devient cette équation dans le cas de l'écoulement d'eau ? Quelle est la conséquence sur le débit volumique Q ?
3. Déterminer Q en fonction des données du problème.
4. Ecrire le théorème de Bernoulli et préciser les hypothèses de sa validité.
5. On note : $e = gH + \dfrac{v^2}{2}$. Que représente e ? Que peut-on dire de sa valeur ?
6. Déterminer, dans ce cas, l'expression de Q en fonction de e et H.
7. On note Q_m le débit maximal dans le canal. Déterminer Q_m ainsi que la hauteur H_m correspondante.

8. Représenter la variation de Q en fonction de H dans un intervalle de H qu'on précisera.
9. Montrer que pour chaque valeur Q du débit vérifiant $Q < Q_m$, il y a deux valeurs possibles de H. En notant H_1 et H_2 ces valeurs telles que $H_1 < H_2$, déterminer les vitesses v_1 et v_2 correspondantes.
10. Comparer les vitesses v_1 et v_2. Ce résultat était-il prévisible ? Justifier.
11. L'un de ces régimes est appelé fluvial et l'autre torrentiel. Attribuer chacun des couples (H_1, v_1) et (H_2, v_2) au régime correspondant en justifiant votre choix.

B. Ecoulement réel :

Écoulement d'un fluide visqueux

I. On considère un fluide visqueux, de viscosité dynamique η et de masse volumique ρ, en écoulement incompressible entre l'entrée et la sortie d'un tuyau cylindrique horizontal de rayon a et de longueur L sous l'effet d'une différence de pression $P_e - P_s$.
On négligera la pesanteur dans la suite du problème.
Le débit volumique Q_v est donné par la loi de Poiseuille :

$$Q_v = \frac{\pi a^4}{8\eta}\frac{P_e - P_s}{L}$$

12. Quelles sont les hypothèses de validité de cette loi ?
13. Vérifier l'homogénéité dimensionnelle de cette loi.
14. Commenter le sens de variation de la perte de charge $P_e - P_s$ en fonction des différents paramètres.
15. Rappeler l'expression du nombre de Reynolds. Pour quelles valeurs de a la loi de Poiseuille reste-t- elle vérifiée dans le tuyau cylindrique ?
On donne dans le cas du sang: $\eta = 2.10^{-3}$ Poiseuille, $\rho = 1,03.10^3\,\mathrm{kg.m^{-3}}$, $v_m = 0,2\,\mathrm{m.s^{-1}}$
où v_m est la vitesse moyenne d'écoulement.
16. La résistance hydrodynamique, notée R_h, est reliée au débit volumique Q_v par la relation :

$$P_e - P_s = R_h Q_v.$$

16.a. Déterminer R_h.
16.b. Expliciter brièvement une analogie avec un problème d'électrocinétique et donner l'analogue électrique de $P_e - P_s$ et Q_v.

II. On étudie, maintenant, l'écoulement incompressible et stationnaire du même fluide dans un tronçon cylindrique constitué de trois cylindres de même longueur ℓ et de rayons respectifs a_1, a_2 *et* a_3 (voir figure 2).

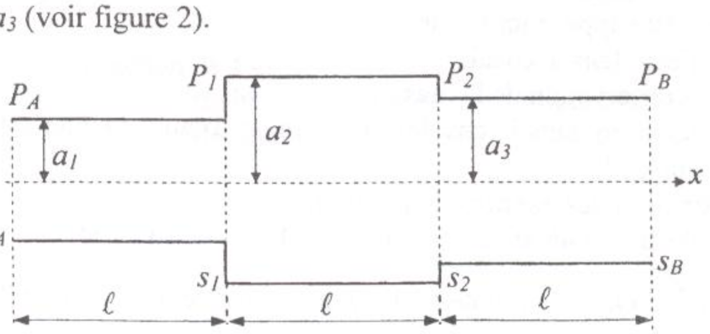

Figure 2

P_A, P_1, P_2 et P_B sont, respectivement, les pressions au niveau des sections s_A, s_1, s_2 et s_B du tronçon cylindrique.

On note Q_A, Q_1, Q_2 et Q_B les débits traversant, respectivement, les sections s_A, s_1, s_2 et s_B du tronçon cylindrique.
On suppose que la loi de Poiseuille est vérifiée dans les trois cylindres.

17. Justifier que le débit volumique se conserve dans le tronçon cylindrique.
18. En utilisant la conservation du débit, établir l'expression de la différence de pression $P_1 - P_2$ du cylindre central en fonction de $P_A - P_B$.
19. Retrouver le résultat précédent par analogie électrocinétique.

Application : Etude d'un anévrisme :

Le sang est un fluide visqueux, de viscosité η et de masse volumique ρ, en écoulement incompressible, laminaire et stationnaire sous l'effet d'une différence de pression $P_A - P_B$ exercée entre l'entrée et la sortie d'une artère.
La perte de charge $P_A - P_B$ est supposée constante dans la suite.
Une artère saine est modélisée par un cylindre de rayon a et de longueur L (voir figure 3). On note R_{h0} sa résistance hydrodynamique.
On appelle, anévrisme, une dilatation localisée d'une artère. Une coupe d'une artère atteinte d'anévrisme est représentée sur la figure 4.
Le tiers central de cette artère possède un rayon $b > a$.

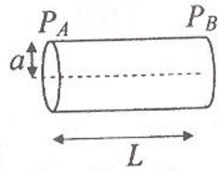

Figure 3

P_A, P_{1a}, P_{2a} et P_B sont, respectivement, les pressions au niveau des sections s_A, s_1, s_2 et s_B.
On note R_{h1}, R_{h2} et R_{h3} les résistances hydrodynamiques des trois portions de l'artère siège d'anévrisme .

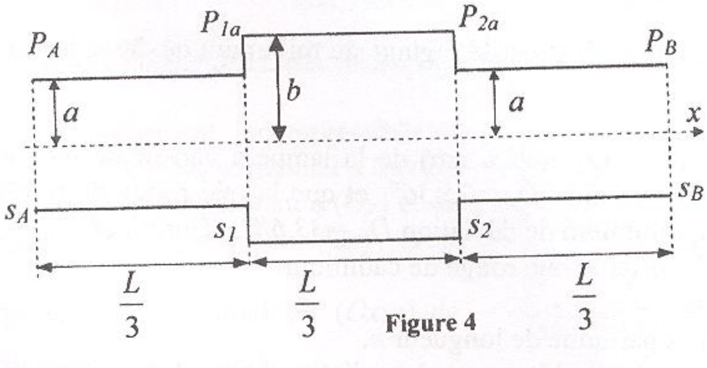

Figure 4

20. Déterminer la résistance hydrodynamique R_{h0} et le débit volumique Q de l'artère saine.
21. Exprimer les résistances hydrodynamiques R_{h1}, R_{h2} et R_{h3} de l'artère atteinte d'anévrisme en fonction de R_{h0}.
22. Déterminer l'expression de la différence de pression $P_{1a} - P_{2a}$ du tiers central de l'artère siège d'anévrisme en fonction de la perte de charge $P_A - P_B$.
23. Déterminer le débit volumique Q_a de l'artère siège d'anévrisme en fonction de Q, a, et b.
24. En comparant $P_{1a} - P_{2a}$ à $\dfrac{P_A - P_B}{3}$, évoquer un effet possible de l'anévrisme sur la personne.

Problème 2

Un réseau par transmission est composé de N fentes identiques, fines, de largeur e, parallèles et distantes de d (pas du réseau). Le réseau est éclairé par un faisceau de rayons parallèles monochromatique de longueur d'onde λ sous une incidence i.

On s'intéresse à un faisceau diffracté à l'infini suivant une direction θ (voir figure 5).

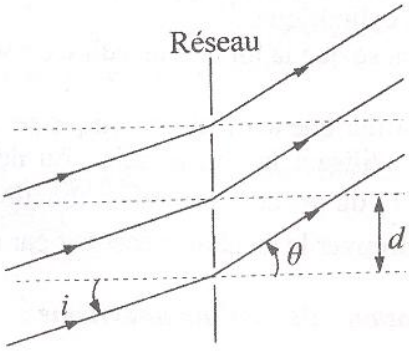

Figure 5

1. Montrer que la différence de marche δ entre deux rayons homologues diffractés à l'infini suivant une direction θ par deux fentes successives du réseau est donnée par :

$$\delta = d\left(\sin\theta - \sin i\right)$$

2. Déterminer les directions θ_k des maxima principaux d'intensité. On introduira un entier k qu'on appellera ordre du réseau.

3. L'intensité lumineuse diffractée en un point du plan d'observation s'écrit de la forme :

$$I(\theta) = I_0\left(\frac{\sin(u)}{u}\right)^2\left(\frac{\sin\left(\frac{N\varphi}{2}\right)}{N\sin\left(\frac{\varphi}{2}\right)}\right)^2$$

Interpréter les termes de cette expression.

4. Pour une longueur d'onde λ donnée et un ordre k fixé, on désigne par : $D = \theta_k - i$, la déviation entre la direction du rayon incident reçu par le réseau et la direction du rayon diffracté correspondant. Déterminer la déviation minimale D_m.

5. Montrer que : $\sin\left(\frac{D_m}{2}\right) = \frac{k\lambda}{2d}$.

6. Proposer un tracé de rayons illustrant le réglage au minimum de déviation pour un ordre k donné.

7.

7.1. Sachant que la raie bleue ($\lambda_B = 491{,}6$ nm) de la lampe à vapeur de mercure présente, à l'ordre 2, un minimum de déviation $D_{m1} = 25{,}56°$ et que la raie rouge de cadmium présente, pour le même ordre 2, un minimum de déviation $D_{m2} = 33{,}68°$, déterminer :

7.1.a. la longueur d'onde λ_R de la raie rouge de cadmium.

7.1.b. le pas d du réseau.

7.1.c. le nombre de fentes par unité de longueur n.

7.2. Déterminer les ordres observables, pour la radiation bleue, lorsque le réseau est éclairé sous une incidence $i = 30°$.

7.3. Soit $L_0 = 2$ cm la longueur du réseau. Le pouvoir de résolution théorique d'un réseau est défini par : $R_{th} = \frac{\lambda}{\Delta\lambda_{min}}$.

7.3.a. Exprimer R_{th} en fonction de k et N.

7.3.b. A partir de quel ordre le doublet jaune du sodium est-il résolu ?

doublet jaune du sodium : $\lambda_1 = 589$ nm et $\lambda_2 = 589{,}6$ nm.

fin de l'épreuve