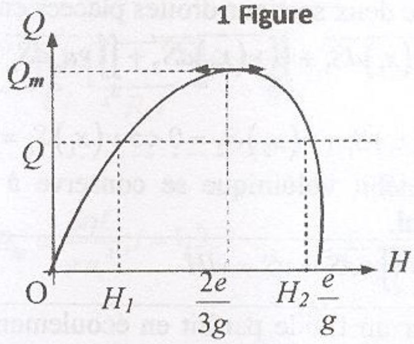
Correction de l'épreuve de physique (session 2013)
Filière Biologie-Géologie

Problème 1

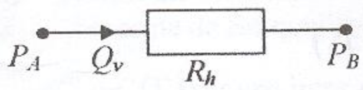
A. Ecoulement d'un fluide parfait dans un canal (20pts/80)

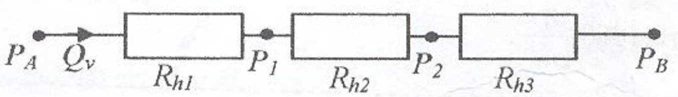
Question	Correction	Barème
1	Conservation de la masse : $\iiint_V \frac{\partial \rho}{\partial t} d\tau + \oiint_S \rho \vec{v} \vec{dS} = 0$ Où S est une surface fermée entourant le volume V	2
2	L'eau est un fluide en écoulement stationnaire et incompressible, donc: $\oiint_\Sigma \vec{v}\vec{dS} = 0$: le débit volumique est nul à travers une surface fermée Σ.	0,5+0,5 0,5
	On considère la surface fermée délimitée par l'écoulement de l'eau entre deux sections droites placées en x_1 et x_2. $\iint_{S_1} \overrightarrow{v(x_1)}\overrightarrow{dS_1} + \iint_{S_2} \overrightarrow{v(x_2)}\overrightarrow{dS_2} + \iint_{S_L} \overrightarrow{vu_x}\overrightarrow{dS_L} = 0$ $-v(x_1)S_1 + v(x_2)S_2 = 0 \Leftrightarrow v(x_1)S_1 = v(x_2)S_2$ Le débit volumique se conserve à travers toute section droite du canal.	1 0,5
3	$Q = \iint \vec{v}\vec{dS} = vS = vlH$	0,5
4	Pour un fluide parfait en écoulement incompressible, stationnaire et irrotationnel, le théorème de Bernoulli s'écrit : $\frac{v^2}{2} + gz + \frac{P}{\rho} = C^{te} = C(\Gamma)$ sur une ligne de courant Γ.	1 + 1
5	$e = gH + \frac{v^2}{2}$: densité d'énergie mécanique massique.	0,5
	Sur une ligne de courant placée à l'interface entre l'eau et l'atmosphère, on a : $z=H$ et $P=P_0$ $\frac{v^2}{2} + gH + \frac{P_0}{\rho} = c^{te} = C_0 \Leftrightarrow e = \frac{v^2}{2} + gH = C_0 - \frac{P_0}{\rho} = c^{te}$ e se conserve.	1 0,5
6	$e = gH + \frac{v^2}{2} \Leftrightarrow v = \sqrt{2(e-gH)}$	0,5
	$Q = vlH = lH\sqrt{2(e-gH)}$	0,5
7	○ Q est maximal si $\left(\frac{dQ}{dH}\right)_{H_m} = 0$	0,5

	$\left(\dfrac{dQ}{dH}\right)_{H_m} = l\sqrt{2(e-gH_m)} + lH_m \dfrac{-2g}{2\sqrt{2(e-gH_m)}} = 0$ $l\sqrt{2(e-gH_m)} = lH_m \dfrac{2g}{2\sqrt{2(e-gH_m)}}$ $2(e-gH_m) = gH_m$	1
	d'où : $H_m = \dfrac{2e}{3g}$	0,5
	○ $Q_m = Q(H_m) = lH_m\sqrt{2(e-gH_m)} = \dfrac{2e}{3g}l\sqrt{2\left(e-\dfrac{2e}{3}\right)}$ $Q_m = \dfrac{l}{g}\left(\dfrac{2e}{3}\right)^{3/2}$	1
8	Il faut que $e-gH \geq 0 \Leftrightarrow 0 \leq H \leq \dfrac{e}{g}$	0,5
	Q=0 si H=0 ou $H = \dfrac{e}{g}$ Q est maximal en $H = H_m = \dfrac{2e}{3g}$ **1 Figure** 	2
9	D'après la courbe $Q=f(H)$ (voir figure 1), pour chaque valeur de Q où $Q < Q_m$ correspond deux hauteurs d'eau H_1 et H_2.	0,5
	$v_1 = v(H_1) = \sqrt{2(e-gH_1)}$ et $v_2 = v(H_2) = \sqrt{2(e-gH_2)}$	0,5+0,5
10	$H_1 < H_2$ donc $-gH_1 \succ -gH_2 \Leftrightarrow \sqrt{2(e-gH_1)} \succ \sqrt{2(e-gH_2)}$ D'où $v_1 > v_2$.	0,5
	Ce résultat est prévisible car pour un Q <u>donné</u> (où $Q = vlH$ et l=c^{te}), H est inversement proportionnel à v donc une augmentation de H s'accompagne d'une diminution de v.	1
11	Le régime torrentiel est caractérisé par une vitesse d'écoulement élevée. (H_1, v_1) : régime torrentiel (H_2, v_2) : régime fluvial	0,5 0,5

B. Ecoulement réel : (32pts/80)

Écoulement d'un fluide visqueux **(20pts/80)**

12	La loi de Poiseuille est vérifiée dans le tuyau dans le cas d'un <u>fluide newtonien</u> en <u>écoulement laminaire</u>, <u>incompressible</u> et <u>stationnaire</u>.	**2**
13	$[Q_v]=L^3T^{-1}$	**0,5**
	$\frac{[a]^4}{[\eta]}\frac{[P_e-P_s]}{[L]}=\frac{L^4}{P.T}\frac{P}{L}=L^3.T^{-1}=[Q_v]$	**1,5**
14	$P_e-P_s\propto\frac{Q_vL}{a^4}$ P_e-P_s est d'autant plus importante que L est importante et a faible.	**1,5**
15	$R_e=\frac{2a\rho v_m}{\eta}$ où v_m : vitesse moyenne de l'écoulement.	**1**
	L'écoulement de Poiseuille étant laminaire, donc : $R_e\le 2000$.	**0.5**
	$\frac{2a\rho v_m}{\eta}\le 2000\Leftrightarrow a\le 1000\frac{\eta}{\rho v_m}$	**1.5**
	A.N : $a\le 9{,}7$ mm.	**0,5**
16.a	$R_h=\frac{P_e-P_s}{Q_v}=\frac{8\eta L}{\pi a^4}$	**1**
16.b	$P_e-P_s=R_hQ_v$ est analogue à la loi d'Ohm : $V_1-V_2=RI$  R_h : résistance hydrodynamique ⟷ R : résistance électrique	**2**
	P_e-P_s : pertes de charge ⟷ V_1-V_2 : différance de potentiel	**0,5**
	Q_v : débit du fluide ⟷ I : courant électrique=flux de charges	**0,5**
17	L'écoulement du fluide étant <u>stationnaire</u> et <u>incompressible</u>, on a conservation du débit volumique à travers toute section du tronçon D'où : $Q_A=Q_1=Q_2=Q_B=Q$	**2**
18	**Au niveau des sections s_A, s_1, s_2, on a :** $Q_A=\frac{\pi a_1^4}{8\eta}\frac{P_A-P_1}{\ell}\Leftrightarrow P_1=P_A-Q\frac{8\eta\ell}{\pi a_1^4}$ (1) $Q_1=\frac{\pi a_2^4}{8\eta}\frac{P_1-P_2}{\ell}=Q$ (2) $Q_2=\frac{\pi a_3^4}{8\eta}\frac{P_2-P_B}{\ell}=Q\Leftrightarrow P_2=Q\frac{8\eta\ell}{\pi a_3^4}+P_B$ (3)	**1.5**

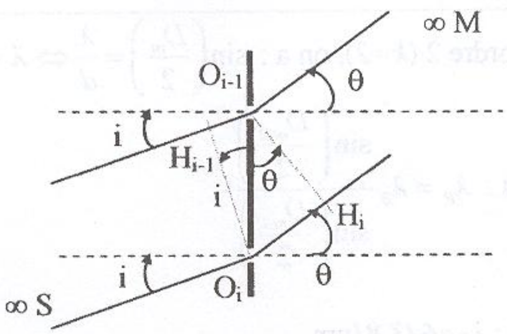
	(1) - (3) donne : $P_1 - P_2 = P_A - P_B - \frac{8\eta\ell Q}{\pi}\left(\frac{1}{a_1^4}+\frac{1}{a_3^4}\right)$ **En utilisant (2), on obtient :** $P_1 - P_2 = P_A - P_B - a_2^4\left(P_1 - P_2\right)\left(\frac{1}{a_1^4}+\frac{1}{a_3^4}\right)$ $\Leftrightarrow \left(1+a_2^4\left(\frac{1}{a_1^4}+\frac{1}{a_3^4}\right)\right)\left(P_1-P_2\right) = P_A - P_B$	1
	$P_1 - P_2 = \frac{P_A - P_B}{1+a_2^4\left(\frac{1}{a_1^4}+\frac{1}{a_3^4}\right)} = \frac{\frac{1}{a_2^4}}{\frac{1}{a_2^4}+\frac{1}{a_1^4}+\frac{1}{a_3^4}}\left(P_A - P_B\right)$	0,5
19	***Q* étant conservé à travers les sections du tronçon, les trois cylindres sont** traversés par le même flux. Le système est, alors, équivalent à trois résistances placé en série : 	1
	Diviseur de tension : $P_1 - P_2 = \frac{R_{h2}}{R_{h1}+R_{h3}+R_{h2}}\left(P_A - P_B\right)$ Où: $R_{hi} = \frac{8\eta\ell}{\pi a_i^4}; i = 1,2,3$	0.5
	Donc : $P_1 - P_2 = \frac{\frac{1}{a_2^4}}{\frac{1}{a_2^4}+\frac{1}{a_1^4}+\frac{1}{a_3^4}}\left(P_A - P_B\right)$	0.5

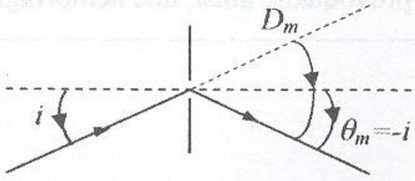
***Application : Etude d'un anévrisme :* (12pts/80)**

20	$R_{h0} = \frac{8\eta L}{\pi a^4}$ et $Q = \frac{P_A - P_B}{R_{h0}} = \frac{\pi a^4}{8\eta L}\left(P_A - P_B\right)$	1+1
21	$R_{h1} = \frac{8\eta \frac{L}{3}}{\pi a^4} = R_{h3} = \frac{1}{3}R_{h0}$	1+1
	$R_{h2} = \frac{8\eta\frac{L}{3}}{\pi b^4} = \frac{1}{3}\frac{8\eta L}{\pi a^4}\left(\frac{a}{b}\right)^4 = \frac{1}{3}\left(\frac{a}{b}\right)^4 R_{h0}$	1
22	$P_{1a} - P_{2a} = \frac{\frac{1}{a_2^4}}{\frac{1}{a_2^4}+\frac{1}{a_1^4}+\frac{1}{a_3^4}}\left(P_A - P_B\right) = \frac{\frac{1}{b^4}}{\frac{1}{b^4}+2\frac{1}{a^4}}\left(P_A - P_B\right)$	

	$P_{1a}-P_{2a}=\dfrac{P_A-P_B}{1+2\left(\dfrac{b}{a}\right)^4}$	2
23	$Q_a=\dfrac{P_{1a}-P_{2a}}{R_{h2}}=\dfrac{1}{\dfrac{1}{3}\left(\dfrac{a}{b}\right)^4 R_{h0}}\dfrac{P_A-P_B}{1+2\left(\dfrac{b}{a}\right)^4}=\dfrac{P_A-P_B}{R_{h0}}\dfrac{3}{\left(\dfrac{a}{b}\right)^4+2}$ $Q_a=\dfrac{3Q}{2+\left(\dfrac{a}{b}\right)^4}$	2
24	On a : $b>a$ donc $\left(\dfrac{b}{a}\right)^4\succ 1\Leftrightarrow 2\left(\dfrac{b}{a}\right)^4+1\succ 3$ $\dfrac{1}{2\left(\dfrac{b}{a}\right)^4+1}\prec\dfrac{1}{3}\Leftrightarrow\dfrac{P_A-P_B}{2\left(\dfrac{b}{a}\right)^4+1}\prec\dfrac{P_A-P_B}{3}$ D'où : $P_{1a}-P_{2a}\prec\dfrac{P_A-P_B}{3}$.	2
	Une diminution localisée de pression provoque une dilatation de l'artère. Cette dilatation fragilise la paroi de l'artère qui peut à partir d'une certaine taille se fissurer ou se rompre, provoquant, ainsi, une hémorragie interne.	1

Problème 2 (28pts/80)

1	On considère deux fentes successives centrée, respectivement, en O_i et O_{i-1}. La différence de marche entre les rayons diffractés suivant la direction θ par deux fentes successives :  $\delta(M)=O_iH_i-O_{i-1}H_{i-1}=d\,sin\theta-d\,sin\,i$ $\Rightarrow\ \delta=d(sin\theta-sin\,i)$ Avec $O_{i-1}O_i=d$	3
2	Maxima principaux d'intensité : $\delta(M)=k\lambda$ où k entier. $d(\sin\theta_k-\sin i)=k\lambda\Leftrightarrow\sin\theta_k-\sin i=\dfrac{k\lambda}{d}$ (formule des réseaux).	1 1,5

3	$$I(x)=I_0\underbrace{\left(\frac{\sin(u)}{u}\right)^2}_{\text{terme de diffraction}}\underbrace{\left(\frac{\sin\left(\frac{N\varphi}{2}\right)}{N\sin\left(\frac{\varphi}{2}\right)}\right)^2}_{\text{terme d' interférences à N ondes}}$$	**1 + 1**
4	$D=\theta-i \Leftrightarrow dD=d\theta-di$ Au minimum de déviation on a : $\frac{dD}{d\theta}=0 \Leftrightarrow \frac{dD}{d\theta}=1-\frac{di}{d\theta}=0 \Leftrightarrow di=d\theta \Leftrightarrow \theta=\pm i$ Pour $\theta=i$ on obtient $D=0$	**2**
	D'où $\theta_m=-i$ et $D_m=-2i$	**0,5+0,5**
5	On a : $\sin\theta_k-\sin i=\frac{k\lambda}{d}$ et $D_m=-2i=2\theta_m \Leftrightarrow i=-\theta_m=\frac{D_m}{2}$ D'où : $2\sin\left(\frac{D_m}{2}\right)=\frac{k\lambda}{d}$	**3**
6		**2**
7.1.a	A l'ordre 2 (k=2), on a : $\sin\left(\frac{D_m}{2}\right)=\frac{\lambda}{d} \Leftrightarrow \lambda=d\sin\left(\frac{D_m}{2}\right)$ D'où : $\lambda_R=\lambda_B\frac{\sin\left(\frac{D_{m,2}}{2}\right)}{\sin\left(\frac{D_{m,1}}{2}\right)}$	**2**
	<u>A.N</u> : λ_R=*643,81*nm	**0,5**
7.1.b	$d=\frac{\lambda_B}{\sin\left(\frac{D_{m,1}}{2}\right)}=\frac{\lambda_R}{\sin\left(\frac{D_{m,2}}{2}\right)}$	**1**
	A.N : d=*2222,34* nm =*2,22* µm	**0.5**
7.1.c	$n=\frac{1}{d}$	**0,5**

	A.N : $n = 4,5.10^5$ traits.m^{-1}=450 traits/mm	**0,5**
7.2	On a : $\sin\theta_k - \sin i = \frac{k\lambda}{d}$, Or : $i = 30° \Leftrightarrow \sin\theta_k = \frac{k\lambda}{d} + \frac{1}{2}$	**1**
	$-1 \le \sin\theta_k \le 1 \Leftrightarrow -1 \le \frac{k\lambda}{d} + \frac{1}{2} \le 1$ D'où : $-\frac{3d}{2\lambda} \le k \le \frac{d}{2\lambda}$	**1,5**
	A.N pour la radiation bleue λ_B=*491,6* nm, on a : $-6,78 \le k \le 2,26$	**0,5**
	Les ordres observables sont : *-6; -5; -4; -3; -2; -1; 0; 1* et *2*	**0,5**
7.3.a	$R_{th} = \frac{\lambda_1}{\Delta\lambda_{min}} = kN$	**1**
7.3.b	Pour résoudre le doublet, il faut que : $\frac{\lambda_1}{\Delta\lambda} \le kN \Leftrightarrow k \ge \frac{1}{N}\frac{\lambda_1}{\Delta\lambda}$	**1**
	A.N : N=nL_0=*9000* fentes et $\frac{\lambda_1}{\Delta\lambda} = 981,66$ donc $k \ge 0,1$	**0,5+0,5** **0,5**
	Le doublet est résolu à partir de l'ordre 1.	**0.5**