Concours Biologie et Géologie
Epreuve de Physique

Date : Lundi 29 Mai 2017	**Heure :** 8 H	**Durée :** 3 H	**Nb pages :** 06
Barème : Problème 1 : 6.5 pts	Problème 2 : 8 pts	Problème 3 : 5.5 pts	

L'usage d'une calculatrice non programmable est autorisé.
L'épreuve comporte trois problèmes indépendants, le candidat peut les résoudre dans l'ordre qui lui convient en respectant néanmoins la numérotation des questions.
Un candidat peut toujours se servir d'un résultat fourni par l'énoncé pour continuer sa composition.

Problème 1

Transport dans les canaux sanguins

On étudie dans ce problème la circulation sanguine dans les veines et les artères. Sous l'action d'impulsions électriques, le muscle cardiaque se contracte et éjecte le sang vers les poumons et l'aorte. Le nombre de contractions observées par minute correspond au rythme cardiaque. L'écoulement en canalisation est régi, d'une part, par l'effort appliqué (différence de pression) et, d'autre part, par les frottements visqueux entre le fluide et la paroi de la canalisation. La viscosité du fluide joue un rôle prépondérant puisqu'elle détermine l'importance de ces frottements.

Le canal sanguin est assimilé à une conduite cylindrique de longueur L, d'axe Oy et de diamètre D remplie par le sang assimilé à un fluide incompressible de masse volumique ρ et de viscosité dynamique η. Cet écoulement est caractérisé par le nombre de Reynolds $\Re_e$ représentant le rapport entre les forces d'inertie et les forces visqueuses. Ces forces tendent à ralentir le fluide tandis que les forces d'inertie contribuent à maintenir le fluide en mouvement.

1- Question préliminaire.

1.1- Soit v la vitesse moyenne de l'écoulement, donner l'expression de $\Re_e$.

1.2 Donner l'ordre de grandeurs des valeurs limites de $\Re_e$ permettant de distinguer entre les différents régimes d'un écoulement.

2- Le fluide est soumis au seul champ de pesanteur $\vec{g} = g\vec{k}$. On considère au sein de ce fluide un cylindre C de même axe que la conduite et de rayon r **(Fig. 1)**, compris entre deux sections droites S_A et S_B de centres respectifs A et B et distantes de L.

Exprimer les forces de pression $\vec{F}_A$ et $\vec{F}_B$ qui s'exercent sur les sections S_A et S_B. On notera P_A et P_B les pressions du fluide en A et B.

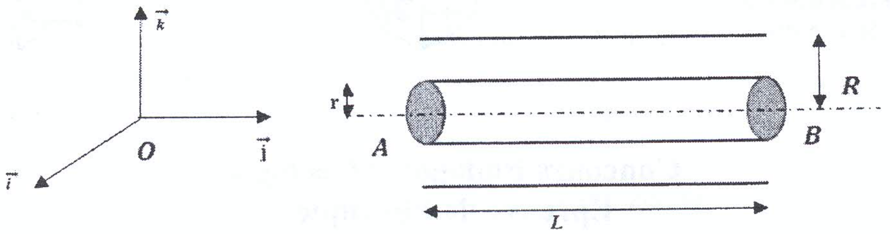

Figure 1

3- Dans la suite on suppose que le sang est un fluide visqueux. Sa vitesse n'est pas uniforme sur une section droite de la conduite. Il existe alors une force de frottement $\vec{F} = \eta S_L \frac{d\vec{v}}{dr}$ qui s'oppose au glissement d'une couche de fluide par rapport à une autre et agissant sur la surface latérale S_L du cylindre.

On se place dans le cas d'un écoulement permanent à la vitesse $\vec{v} = v(r)\,\vec{j}$ vérifiant $v(r=R)=0$. Pour maintenir l'écoulement il est nécessaire d'exercer une différence de pression $\Delta P = P_A - P_B$ entre les deux points A et B.

3.1- En appliquant le principe fondamental de la dynamique au cylindre C et en projetant sur l'axe Oy, établir l'équation différentielle suivante :

$$\frac{dv}{dr} = -\frac{P_A - P_B}{2\eta\, L}\, r$$

3.2- Déterminer le profil de vitesse $v(r)$ et donner son allure dans la conduite.

4- Montrer que le débit volumique peut s'écrire : $Q = \frac{\pi R^4}{8\eta}\frac{\Delta P}{L}$

5- La résistance hydraulique du fluide est définie par : $R_H = \frac{\Delta P}{Q}$.

5.1- Donner l'expression de R_H en fonction de R, L et η. Donner son unité dans le système international.

5.2- Justifier alors l'appellation de « résistance hydrodynamique » attribuée à R_H.

5.3- Dresser une analogie hydraulique – électrique pour les grandeurs ΔP, Q et R_H.

5.4- Le débit cardiaque moyen d'une personne est $Q=5\ l/mn$, ce débit est distribué dans les différentes branches de la circulation.

5.4.1- Déterminer la vitesse au niveau de l'aorte de rayon *1 cm* et au niveau de l'artère pulmonaire de rayon *7 mm*. En déduire pour chaque cas le régime d'écoulement.
On donne $\rho=1050\ kg/m^3$, $\eta=0{,}04$ *Poise*.

5.4.2- Suite à un grand effort de l'individu, le débit cardiaque peut tripler. Déduire le nouveau régime d'écoulement dans l'aorte et l'artère. Conclure.

6- On considère une seringue cylindrique de rayon R et de longueur L. Elle est prolongée par une aiguille cylindrique de rayon r et de longueur l **(Fig. 2)**.

Cette seringue contient un sérum de viscosité $\eta=0{,}03$ *Poise* et de masse volumique $\rho=1005\ kg/m^3$. Elle est menue d'un piston coulissant sans frottement. Ce sérum est injecté dans la veine d'un patient. Soit ΔP_1 la variation de pression du sérum dans la seringue, et ΔP_2 celle du sérum dans l'aiguille. L'ensemble seringue/aiguille est en position horizontale.

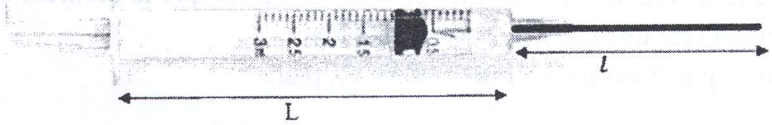

Figure 2

6.1- En utilisant le résultat de la question (4), montrer que le rapport $\Delta P_1 / \Delta P_2$ vérifie l'équation : $\dfrac{\Delta P_1}{\Delta P_2} = \dfrac{L}{l}\left(\dfrac{r}{R}\right)^4$.

6.2- Calculer ce rapport et justifier que dans la seringue le fluide peut être considéré comme parfait. On donne $r=0{,}8\ mm$, $R=0{,}8\ cm$, $l=3\ cm$ et $L=9\ cm$.

6.3- On injecte dans l'aiguille un volume de sérum $V=1cm^3$ pendant une durée $\Delta t=2s$. Calculer le débit volumique Q, puis déterminer ΔP_2.

6.4- La pression dans la veine du patient vaut $2\ 10^4 Pa$, déterminer la pression du sérum à l'entrée de l'aiguille.

6.5- De quel régime d'écoulement s'agit-il ?

Problème 2

On étudie le mouvement de la Terre ou de comètes en interaction avec le Soleil de masse M_S très grande par rapport à celles des planètes étudiées. Un référentiel *(O,x,y,z)* de base orthonormée $(\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ d'origine O est associé au centre du Soleil. Ce référentiel est supposé galiléen. On définit le repère des coordonnées polaires *(r,θ)* de vecteurs de base $(\vec{u}_r,\vec{u}_\theta)$ avec $\theta=(\vec{i},\vec{u}_r)$. L'énergie potentielle est supposée nulle à l'infini.

1- Etude préliminaire

1.1- Définir un référentiel galiléen.

1.2- Expliquer pourquoi les référentiels géocentriques sont considérés comme galiléens.

1.3- Le vecteur position de la Terre, considérée comme un point matériel est défini par $\overrightarrow{OM}=r\vec{u}_r$. Exprimer les coordonnées cartésiennes x et y d'un point M en fonction de ses coordonnées polaires *(r, θ)*.

1.4- Exprimer les vecteurs $\vec{u}_r$ et $\vec{u}_\theta$ en fonction des vecteurs unitaires $\vec{i}$ et $\vec{j}$.

1.5- Exprimer les vecteurs vitesse $\vec{v}$ et accélération $\vec{a}$ dans la base $(\vec{u}_r,\vec{u}_\theta)$.

1.6- On définit la vitesse angulaire de la terre par $\dot{\theta}=\dfrac{d\theta}{dt}$. Montrer que $r^2\dot{\theta}=Cte$ dans le cas d'un mouvement à accélération centrale.

2- Le Soleil exerce sur la Terre de masse m_T une force gravitationnelle $\vec{F}$.

2.1- Soit r la distance entre les centres de la terre et le soleil. Exprimer $\vec{F}$ en fonction M_S, m_T, r et la constante de gravitation universelle G.

2.2- Ecrire le théorème du moment cinétique. Montrer que le moment cinétique $\vec{L}$ de la terre par rapport à O est une constante du mouvement.

2.3- Montrer que le mouvement de la terre est plan.

3- La vitesse de la Terre dans son mouvement circulaire autour du Soleil est v_0, le rayon de l'orbite terrestre est R_0.

3.1- Déterminer v_0 en fonction de G, M_S et R_0.

3.2- Etablir la relation liant la période T_0 du mouvement au rayon R_0. A quoi correspond cette relation ?

3.3- En déduire en fonction de G, M_S, R_0 et m_T les expressions :

3.3.1- de l'énergie cinétique E_C.

3.3.2- de l'énergie totale E.

3.3.3- du moment cinétique L par rapport à O.

4- Une comète de masse m_C dont la trajectoire de son mouvement par rapport au Soleil est coplanaire à celle de la Terre. Son périgée, point de passage le plus proche du Soleil, se trouve à une distance $r_p=R_0/2$ du centre O du soleil.

4.1- La vitesse en ce point est $v_p=2v_0$. Calculer l'énergie totale E' de la comète ; déduire la nature de sa trajectoire.

4.2- Déterminer dans ces conditions, la vitesse v_C de la comète se trouvant à une distance r_C quelconque du centre du Soleil.

4.3- En coordonnées polaires l'équation de la trajectoire de la comète s'écrit : $r_c(\theta) = \dfrac{p}{1+\cos\theta}$

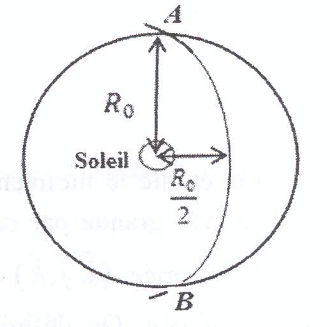

Figure 3

4.3.1- Reprendre la figure 3 et représenter r_C et θ.

4.3.2- Déterminer p en fonction de R_0.

4.4- L'orbite de la Terre coupe celle de la comète en deux points A et B (**Fig. 3**). Montrer que AB est un diamètre de l'orbite terrestre.

5- On étudie maintenant la comète de Halley dans son mouvement elliptique autour du Soleil. On note P son périgée et A son apogée, le point de la trajectoire le plus éloigné du soleil. On note r_p, r_A, v_p et v_A les positions et les vitesses de la comète respectivement en P et en A. La période du mouvement est $T=76\,T_0$. On donne $r_p=0,6R_0$.

5.1- Quelle est la nature de la trajectoire décrite par cette comète ? Justifier.

5.2- Donner l'expression de son équation polaire. On prendra l'origine des angles en $\theta=0$.

5.3- Exprimer l'excentricité e en fonction de r_A et r_p.

5.4- Calculer le rapport v_p/v_A en fonction de e.

5.5- Calculer l'excentricité e et exprimer le paramètre p de l'ellipse en fonction de R_0.

6- L'observation des astres et des comètes peut être effectuée depuis la terre à l'aide d'une lunette astronomique. Elle est constituée de deux lentilles minces convergentes **L_1** et **L_2** de distances focales respectives $f_1^{'} = 80\ cm$ et $f_2^{'} = 6\ mm$ (**Fig. 4**). La lunette est réglée à l'infini, elle donne d'un objet à l'infini une image à l'infini.

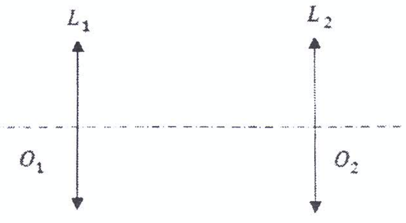

Figure 4

6.1- Quelle est la distance d entre L_1 et L_2 ? Quel est l'intérêt de ce système optique ?

6.2- Dans la suite on se place dans les conditions de Gauss. Reprendre le schéma de la figure 5 et compléter la marche du rayon lumineux incident faisant un angle α avec l'axe optique et émergeant sous un angle α'.

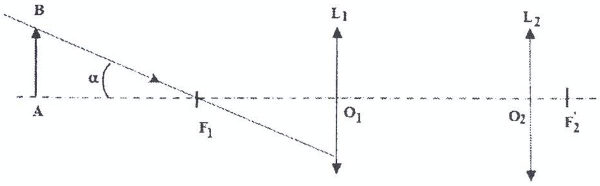

Figure 5

6.3- Déterminer l'expression du grossissement angulaire $G=\alpha'/\alpha$ de la lunette en fonction de $f_1^{'}$ et $f_2^{'}$. Calculer la valeur de G.

6.4- L'angle maximal α' sous lequel l'observateur peut observer l'image à travers cette lunette est $30°$. La planète Mars possède un diamètre $D_M=6790\ km$, sa distance par rapport à la Terre est $d_M=7{,}0\ 10^7\ km$. L'observateur peut-il observer cette planète?

Problème 3

On considère le circuit de la figure 6 comportant un générateur de tension (E,r) en série avec une résistance R, un condensateur de capacité C et un interrupteur K. A l'instant $t=0$, on ferme K. On branche les voies A et B d'un oscilloscope aux deux bornes de la résistance R.
On note $i(t)$ l'intensité du courant dans le circuit et $u(t)$ la tension aux bornes du condensateur.

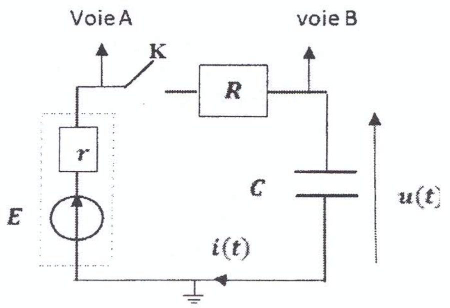

Figure 6

On enregistre l'oscillogramme de la figure 7 avec les sensibilités *1V/carreau* en vertical et *0.1 ms/carreau* en horizontal. Les deux lignes horizontales en pointillés correspondent respectivement à *10%* et *90%* de l'amplitude maximale du signal 1.

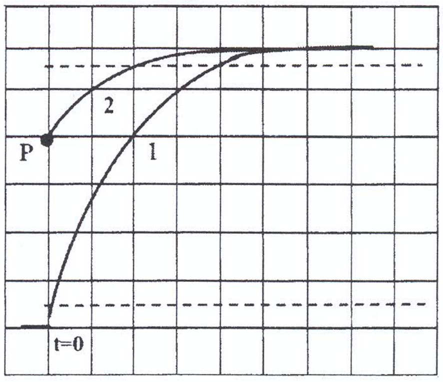

Figure 7

I- Réponse d'un circuit *RC*

1- Tracer la caractéristique électrique $I(U)$ du générateur de tension (E,r), préciser sur la courbe les points particuliers représentant l'intersection de la caractéristique avec les deux axes.

2- Attribuer aux enregistrements 1 et 2 de la figure 7 les tensions correspondantes dans le circuit de la figure 6. Justifier.

3- Déterminer les lois de variation de $u(t)$ et $i(t)$. Quelle est la signification physique de la constante de temps τ du circuit? Déterminer l'expression du temps t_1 pour lequel on a $u(t_1)=0.9E$.

4- Préciser les valeurs de E et de la tension au point P de la figure 7. Sachant que $R=100\ \Omega$, calculer r, puis en déduire la valeur de C.

II- Réponse harmonique d'un circuit *RC*

5- On considère maintenant le circuit RC (**Fig. 8**) soumis à une excitation sinusoïdale $e(t)=E_0\cos(\omega t)$.

5.1- Déterminer la fonction de transfert $H_1(j\omega)=\dfrac{\underline{s}}{\underline{e}}$ de ce circuit, avec j le nombre complexe tel que $j^2=-1$.

5.2- Tracer les diagrammes de Bode du gain et de phase associés à ce filtre. Quelle est sa nature?

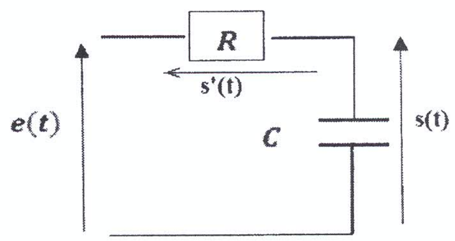

Figure 8

5.3- Préciser l'expression de la pulsation de coupure ω_0.

6- On reprend le circuit de la figure 8. La tension de sortie $s'(t)$ est prise aux bornes de R.

Exprimer la fonction de transfert de ce filtre et tracer son diagramme de Bode (gain et phase). Quelle est sa nature?

III- Circuits *RC* en cascade

7- On associe maintenant deux modules RC en cascade (**Fig. 9**). On se propose de déterminer la fonction de transfert $H_2(j\omega)=\dfrac{\underline{s}}{\underline{e}}$ en sortie du circuit.

7.1- Calculer $H_2(j\omega)$.

7.2- Mettre cette fonction sous la forme :

$$H_2(j\omega)=\frac{K}{1+jQ\left(\dfrac{\omega}{\omega_0}-\dfrac{\omega_0}{\omega}\right)}$$

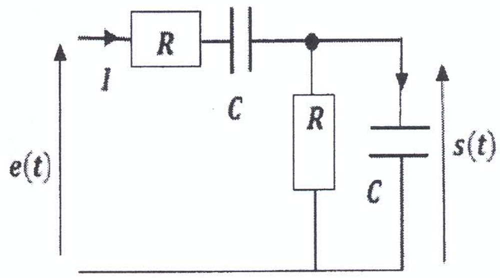

Figure 9

Préciser les valeurs de K et Q, et exprimer la pulsation propre ω_0 en fonction de R et C.

8- Montrer que $H_2(j\omega)$ peut se mettre sous la forme :

$$H_2(jx)=\frac{jx}{(1+jk_1x)(1+jk_2x)} \qquad \text{avec } x=\frac{\omega}{\omega_0}.$$

Préciser les valeurs de k_1 et k_2.

9- Tracer en utilisant les résultats précédents, les diagrammes de Bode du gain et de phase associés à ce filtre. Quelle est sa nature ?