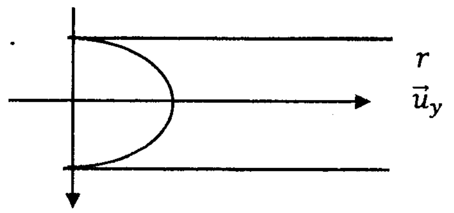
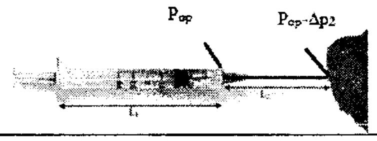
Corrigé BG

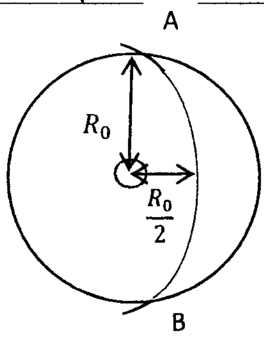
Problème 1

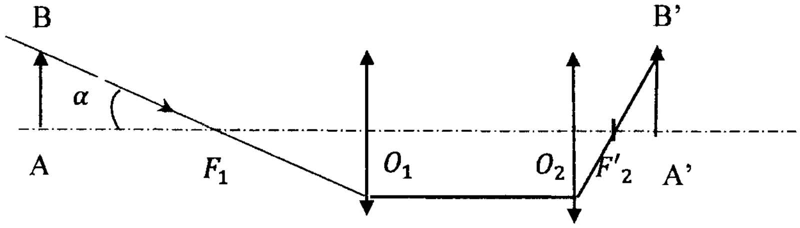
<table>
<tr><td rowspan="2">1-</td><td>1-1</td><td>Le nombre de Reynolds $\mathcal{R}_e = \frac{\rho v D}{\eta}$
ρ : masse volumique du fluide
v : vitesse du fluide
D : Diamètre de la conduite
η : viscosité dynamique du fluide</td><td>2</td></tr>
<tr><td>1-2</td><td>$Re < 2400$: le régime d'écoulement est laminaire.
$2400 < Re < 4000$: le régime d'écoulement est intermédiaire ou de transition.
$Re > 4000$: le régime d'écoulement est turbulent</td><td>2</td></tr>
<tr><td colspan="2">2-</td><td>$\vec{F}_A = \pi r^2 P_A \vec{u}_y$ et $\vec{F}_B = -\pi r^2 P_B \vec{u}_y$</td><td>2</td></tr>
<tr><td rowspan="2">3-</td><td>3-1</td><td>$\vec{F}_A + \vec{F}_B + \vec{F} + \vec{P} + \vec{F}_{lat} = \vec{0}$
$\pi r^2 (P_A - P_B)\vec{u}_y + 2\pi r l \eta \frac{dv}{dr}\vec{u}_y = \vec{0}$
$\frac{dv}{dr} = \frac{P_A - P_B}{2l\eta} r$</td><td>2</td></tr>
<tr><td>3-2</td><td>$v(r) = -\frac{P_A - P_B}{4l\eta} r^2 + cte$
$v(r) = \frac{P_A - P_B}{4l\eta}(a^2 - r^2)$
C'est l'équation d'une parabole dont l'axe est $r = 0$

</td><td>1
1</td></tr>
<tr><td colspan="2">4-</td><td>Le débit élémentaire dQ s'écoulant entre un rayon deux cylindres de rayon r et $r + dr$: $dQ = v(r)dS$ avec $dS = 2\pi r dr$
$dQ = \frac{P_A - P_B}{4l\eta}(a^2 - r^2)2\pi r dr$ en intégrant dr entre 0 et R on trouve :
$Q = \frac{\pi R^4}{8\eta}\frac{\Delta P}{L}$avec $\Delta P = P_A - P_B$</td><td>2</td></tr>
<tr><td rowspan="5">5-</td><td>5-1</td><td>$R_h = \frac{\Delta P}{Q}$ d'ou $R_h = \frac{8\eta L}{\pi R^4}$</td><td>2</td></tr>
<tr><td>5-2</td><td>R_H est la résistance hydrodynamique du fluide proportionnelle à sa viscosité η. La viscosité et les frottements sur les parois résistent (s'opposent) à l'écoulement.</td><td>2</td></tr>
<tr><td>5-3</td><td>Analogie :<table><tr><th>Grandeur hydraulique</th><th>Grandeur électrique</th></tr><tr><td>Perte de charge $\Delta P = P_1 - P_2$</td><td>ddp : $\Delta V = V_1 - V_2$</td></tr><tr><td>Débit volumique Q_v</td><td>Courant électrique I</td></tr><tr><td>Résistance hydrodynamique R_H</td><td>Résistance électrique R</td></tr></table></td><td>2</td></tr>
<tr><td rowspan="2">5-4</td><td>5-4-1 Le débit $Q = \frac{5.10^{-3}}{60} = 0.083.10^{-3}$
La vitesse au niveau de l'aorte $v = \frac{Q}{S} = \frac{0.083.10^{-3}}{3.14.10^{-4}} = 0.26ms^{-1}$et le nombre de Reynolds $\mathcal{R}_e = 1365$
La vitesse au niveau de l'artère pulmonaire $v = \frac{Q}{S} = \frac{0.083.10^{-3}}{3.14.(0,7)^2 10^{-4}} = 0.54ms^{-1}$et le nombre de Reynolds $\mathcal{R}_e = 1984$</td><td>1
1</td></tr>
<tr><td>5-2-2 Si on triple le débit :
La vitesse au niveau de l'aorte $v = \frac{Q}{S} = 0.78ms^{-1}$et le nombre de</td><td>2</td></tr>
</table>

		Reynolds $\mathcal{R}_e = 4095$ La vitesse au niveau de l'artère pulmonaire $v = \frac{Q}{S} = 1.62ms^{-1}$et le nombre de Reynolds $\mathcal{R}_e = 5953$	0.5
6-	6-1	$\Delta P_1 = \frac{8\eta L}{\pi R^4}Q_V$ et $\Delta P_2 = \frac{8\eta l}{\pi r^4}Q_V$ donc $\frac{\Delta P_1}{\Delta P_2} = \frac{L}{l}(\frac{r}{R})^4$ seringue.	2
	6-2	$\frac{\Delta P_1}{\Delta P_2} = 310^{-4}$ donc on peut, en première approximation, négliger les pertes dans la sereingue	2
	6-3	$Q = \frac{V}{\Delta t} = 0.5\ 10^{-6} = m^3/s$ $\Delta P_2 = \frac{8\eta l}{\pi r^4}Q_V = 1200\text{Pa}$ 	2
	6-4	$P_e = \Delta P_2 + P_v = 21200$ Pa	2
	6-5	$R_e = 33 \ll 2000$ donc l'écoulement est laminaire dans l'aiguille	2

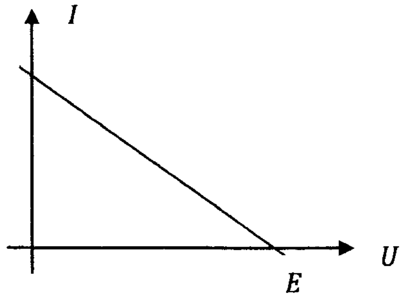
Problème 2

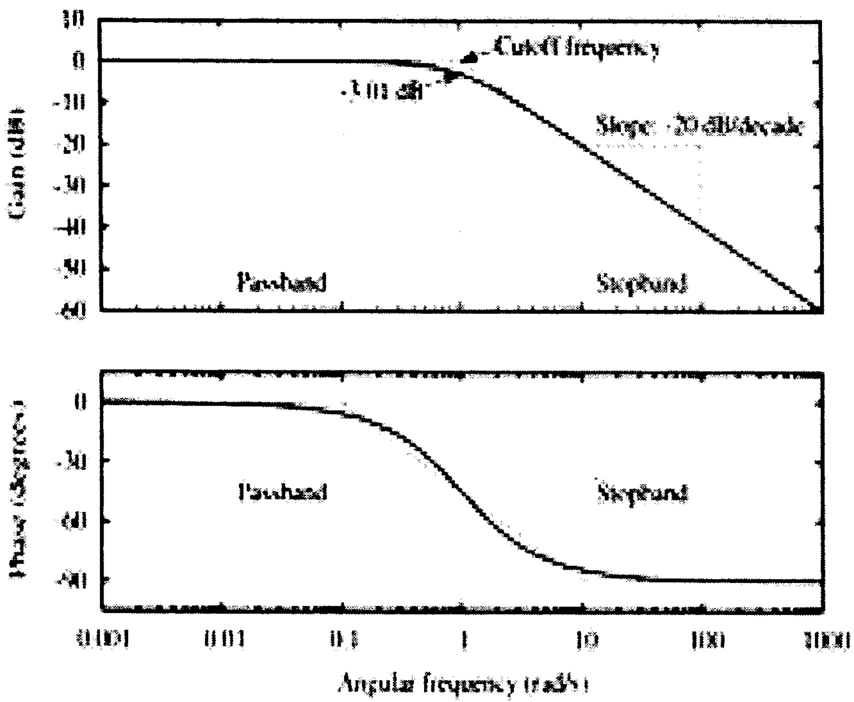
1-	1-1	Tout repère en mouvement en mouvement de translation rectiligne par rapport au repère de Copernic.	1
	1-2	Le mouvement de rotation de la Terre autour du Soleil s'effectue avec une accélération très faible de l'ordre de $6.10^{-3}ms^{-2}$ ce qui nous permet de supposé que ce mouvement est en translation uniforme donc tout repère lié à la terre (géocentrique) est galiléen.	1
	1-3	$\begin{cases} x = r\cos\theta \\ y = r\sin\theta \end{cases}$ $x^2 + y^2 = r^2$	1
	1-4	$\begin{cases} \vec{u}_r = \cos\theta\vec{\imath} + \sin\theta\vec{\jmath} \\ \vec{u}_\theta = -\sin\theta\vec{\imath} + \cos\theta\vec{\jmath} \end{cases}$	1
	1-5	$\vec{v} = \dot{r}\vec{u}_r + r\dot{\theta}\vec{u}_\theta$ $\vec{a} = (\ddot{r} - r\dot{\theta}^2)\vec{u}_r + (r\ddot{\theta} + 2\dot{r}\dot{\theta})\vec{u}_\theta$	1
	1-6	Mouvement à accélération centrale : $r\ddot{\theta} + 2\dot{r}\dot{\theta} = 0$ $\frac{d}{dt}(r^2\dot{\theta}) = \boldsymbol{r}(r\ddot{\theta} + 2\dot{r}\dot{\theta}) = 0 \Longrightarrow r^2\dot{\theta} = cte$	1
2-	2-1	$\vec{F} = -\frac{GM_S m_T}{r^2}\vec{u}_r$	1
	2-2	Théorème du moment cinétique $\sum \vec{\mathcal{M}}_{\vec{F}/O} = \frac{d\vec{L}_{/O}}{dt}$ $\sum \vec{\mathcal{M}}_{\vec{F}/O} = \overrightarrow{OM} \wedge \vec{F} = \vec{0}$ car $\vec{F}$ est colinéaire a $\overrightarrow{OM} = R_0\vec{u}_r$ $\frac{d\vec{L}_{/O}}{dt} = \vec{0}$ donc $\vec{L}_{/O}$ est constante.	1
	2-3	$\vec{L} = \overrightarrow{OM} \wedge m_T\vec{v}$ $\vec{v} = \dot{r}\vec{u}_r + r\dot{\theta}\vec{u}_\theta$ $\vec{L} = m_T r^2\dot{\theta}\vec{k} = \overrightarrow{cte}\ \overrightarrow{OM}$ et $\vec{v}$ reste dans le même plan.	1
3-	3-1	Mouvement de la terre est supposé circulaire $\vec{v} = R_0\dot{\theta}\vec{u}_\theta$ d'où $\lVert\vec{v}\rVert = v_0 = R_0\dot{\theta}$ $\vec{a} = -\dot{\theta}^2 R_0\vec{u}_r = -\frac{{v_0}^2}{R_0}\vec{u}_r$ $\vec{F} = m_T\vec{a} - \frac{GM_0 m_T}{{R_0}^2}\vec{u}_r = -m_T R_0 v_0 \vec{u}_r$ $\Longrightarrow \frac{GM_S}{R_0} = {v_0}^2$ d'où $v_0 = \sqrt{\frac{GM_S}{R_0}}$	2

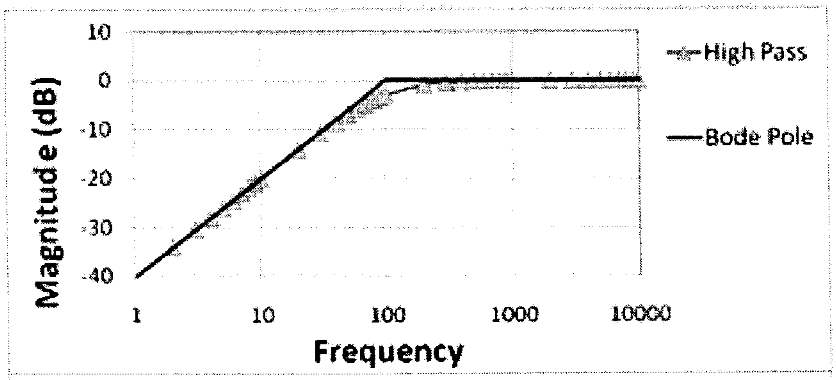
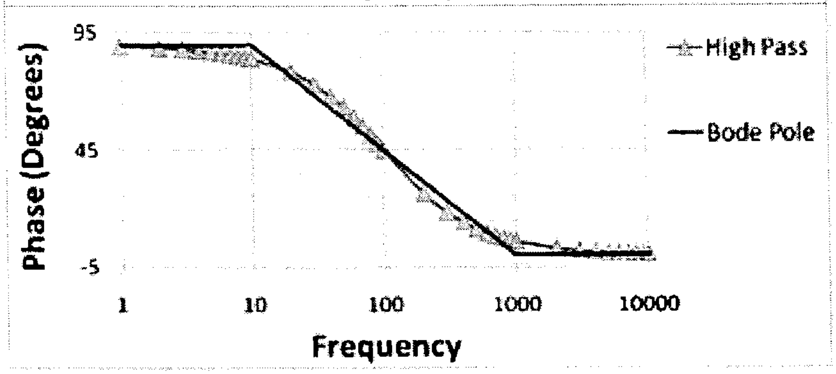
	3-2	$T_0 = \frac{2\pi}{\omega}$ avec $\omega = \dot{\theta}$ Or $\dot{\theta} = \frac{v_0}{R_0}$ d'où $T_0 = \frac{2\pi R_0}{v_0}$ Or $v_0 = \sqrt{\frac{GM_S}{R_0}} \Rightarrow T_0 = \frac{2\pi \sqrt[3]{R_0}}{\sqrt{GM_S}}$ ou encore $T_0{}^2 = \frac{4\pi^2}{GM_S} R_0{}^3$ C'est la troisième loi de Kepler	2
	3-3	**3-3-1-** $E_c = \frac{1}{2} m_T v_0{}^2 \Rightarrow E_c = \frac{GM_S m_T}{2R_0}$	1.5
		3-3-2 $E = E_c + E_p$ $\vec{F} = -\overrightarrow{grad}E_p \Rightarrow -\frac{GM_S m_T}{r^2} = -\frac{dE_p}{dr}$ $E_p(r) = \int \frac{GM_S m_T}{r^2} dr \Rightarrow E_p(r) = -\frac{GM_S m_T}{r} + cte$ $r = R_0$ et $E_p(\infty) = 0 \Rightarrow cte = 0$ d'où $E_p(r) = -\frac{GM_S m_T}{R_0}$	2
		3-3-3 $L = m_T R_0 v_0 \Rightarrow L = m_T \sqrt{GM_S R_0}$	1.5
4-4	4-1	$E = \frac{1}{2} m_c (2v_0)^2 + -\frac{GM_S m_c}{R_0/2}$ $E = 2\frac{Gm_c M_S}{R_0} - 2\frac{Gm_c M_S}{R_0} = 0$ $E = 0$ la trajectoire est une parabole	2
	4-2	$\frac{1}{2} m_c v_c{}^2 = \frac{Gm_c M_S}{r_c} \Rightarrow v_c = \sqrt{\frac{2GM_S}{r_c}}$	1
	4-3	**4-3-1** 	1
		4-3-2 On a $r_c = \frac{p}{1+cos\theta}$ Si $\theta = 0$ on à $r_c = \frac{R_0}{2} \Rightarrow p = R_0$ $r_c = \frac{R_0}{1+cos\theta}$	2
	4-4	$R_0 = \frac{R_0}{1+cos\theta} \Rightarrow cos\theta = 0$ d'où $\theta = \frac{\pi}{2}$, $\theta = -\frac{\pi}{2}$ En A $\theta = \frac{\pi}{2}$ et en B $\theta = -\frac{\pi}{2}$ d'où $AB = d = 2R_0$ (diamètre du cercle de centre O et de rayon R_0).	2
5-	5-1	Le mouvement est périodique, la trajectoire est une ellipse ou un cercle. La période est de 76 années terrestres et $r_p = 0.6R_0$ alors la trajectoire est une ellipse.	1
	5-2	$r = \frac{p}{1+e cos\theta}$	1
	5-3	Au périgée au point P on à $\theta = 0,\ r = r_P = \frac{p}{1+e} \Rightarrow p = r_P(1+e)$ A l'apogée au point A on à $\theta = \pi,\ r = r_A = \frac{p}{1-e} \Rightarrow p = r_A(1-e)$ $r_A(1-e) = r_P(1+e)$ d'où $e = \frac{r_A - r_P}{r_A + r_P}$	2
	5-4	Le moment cinétique $\vec{L}$ est constant $\Rightarrow m r_A v_A = m r_P v_P$ $\frac{r_A}{r_P} = \frac{v_P}{v_A} = \frac{1+e}{1-e}$	2

	5-5	D'après la troisième loi de Kepler : $T^2 = \frac{4\pi^2}{GM_0}a^3$ et $T^2 = 76^2 T_0^2$ Avec $T_0{}^2 = \frac{4\pi^2}{GM_0}R_0{}^3$ d'où $76^2 = \frac{a^3}{R_0^3}$ Calcul du demi-grand axe a : $2a = r_P + r_A \Rightarrow a = \frac{p}{1-e^2}$ $\Rightarrow 76^{2/3}R_0 = \frac{p}{1-e^2}$ et $0.6R_0 = \frac{p}{1+e}$ d'où $e = 0.96$ et$p = 1.18R_0$	2
6-	6-1	$A \xrightarrow{L_1} A_1 \xrightarrow{L_2} A'$ $\infty \xrightarrow{L_1} F'_1 \equiv F_2 \xrightarrow{L_2} P_R(\infty)$ $d = f'_1 + f'_2 = 80.6cm$	1
	6-2		2
	6-3	$tg\alpha = \frac{AB}{AF_1} = \frac{x}{F_1O_1}$ dans les conditions de Gauss $tg\alpha' = \frac{A'B'}{F'_2A} = \frac{x}{F_2'O_2} \Rightarrow \alpha = -\frac{x}{f'_2}$ $G = \frac{\alpha'}{\alpha} = -\frac{f'_1}{f'_2} = 133.34$	2
	6-4	$\alpha' = \frac{f'_1}{f'_2}\alpha$ avec $\alpha = \frac{d}{D}$ d'où $\alpha' = \frac{f'_1}{f'_2}\frac{d}{D}$ $\alpha'_M = \frac{f'_1}{f'_2}\frac{d_M}{D_M} = 0.013 \Rightarrow \alpha'_M = 0.74°$ la planète mars peut-être observé en entier dans ses conditions	1

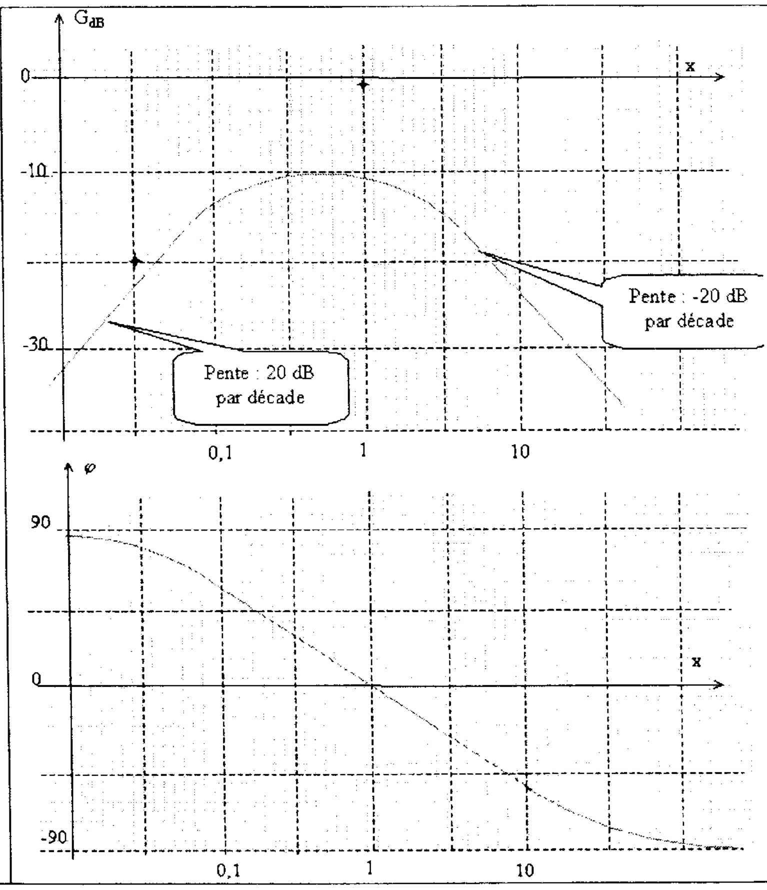
Problème 3

1-	$U = E - rI$ 	2
2-	La tension aux bornes d'un condensateur est continue. La courbe (1), image de u(t)est relevée sur la voie B. La courbe (2) est l'image de la tension aux bornes du générateur.	2

3-		On a l'équation de maille $E = (R + r)i(t) + u(t)$ avec $i(t) = C\frac{du}{dt}$soit $\frac{du}{dt} + \frac{u}{\tau} = \frac{E}{\tau}$ avec $\tau = (R + r)C$ de solution générale $u(t) = Aexp\left(\frac{-t}{\tau}\right) + E$ Par continuité de $u(t)$, $0 = A + E$ ce qui conduit à $u(t) = E(1 - \exp\left(\frac{-t}{\tau}\right))$ On déduit $i(t) = C\frac{du}{dt}$d'où $i(t) = \frac{E}{R+r}\exp\left(\frac{-t}{\tau}\right)$ $u(t_1) = E\left(1 - \exp\left(\frac{-t_1}{\tau}\right)\right) = 0.9E \Longrightarrow t_1 = 2.3\tau$	2.5
4-		Le point P correspond à la tension : $e(t) = E - ri(t)$ aux bornes du générateur à l'instant $t = 0^+$: soit $e(t) = E\,(1 - \frac{r}{R+r}\exp\left(\frac{-t}{\tau}\right))$ et $e(0^+) = \frac{R}{R+r}E$ Pour $t \to \infty, u \to \infty E$: on lit 6 carreaux soit $E = 6\,V$ Le point P est situé à 4 carreaux : $\frac{R}{R+r}E = 4V$. Avec $R = 100\,\Omega$, on trouve $r = 50\,\Omega$ L'intersection de la courbe (1) avec le niveau 90% a lieu à $t_1 = 4 \times 0{,}1 = 0{,}4\,ms$ On en déduit $\frac{t_1}{2{,}3} = \tau = 0{,}17\,ms$ puis $C = \frac{\tau}{(R+r)}$ soit $C = 1{,}1\,\mu F$	2
5-	5-1	$H_1(j\omega) = \frac{S}{E} = \frac{Z_C}{Z_C + R} = \frac{\frac{1}{jC\omega}}{\frac{1}{jC\omega} + R} = \frac{1}{1 + jRC\omega}$ $H_1(j\omega) = \frac{1}{1 + j\frac{!\omega!}{\omega_0}}$. On pose $x = \frac{!\omega!}{\omega_0} \Longrightarrow H_1(j\omega) = \frac{1}{1 + j\,x}$	2
	5-2	$\lvert H_1(jx)\rvert = \frac{1}{\sqrt{1+x^2}}$ et $tg\varphi = -x$  	1 2
	5-3	La pulsation de coupure (à – 3 dB) $\omega_0 = \frac{1}{RC}$ un passe bas d'ordre 1	2
6-		$H'_1(j\omega) = \frac{S'}{E} = \frac{Z_R}{Z_C + R} = \frac{R}{\frac{1}{jC\omega} + R} = \frac{jRC\omega}{1 + jRC\omega}$ $H'_1(j\omega) = \frac{j\frac{!\omega!}{\omega_0}}{1 + j\frac{!\omega!}{\omega_0}}$. On pose $x = \frac{!\omega!}{\omega_0} \Longrightarrow H'_1(j\omega) = \frac{j\,x}{1 + j\,x}$	2

		$\lvert H'_1(jx)\rvert = \frac{x}{\sqrt{1+x^2}}$ et $tg\varphi = \frac{j\,x(1-j\,x)}{1-\,x^2} = \frac{x^2+j\,x}{1-\,x^2}$ $tg\varphi = \frac{1}{x}$   	2
7-	7-1	$H_2(j\omega) = \frac{s}{e} = \frac{\frac{Z_RZ_C}{Z_R+Z_C}}{\frac{Z_RZ_C}{Z_R+Z_C}+Z_R+Z_C} \Rightarrow H_2(j\omega) = \frac{Z_RZ_C}{Z_RZ_C+(Z_R+Z_C)^2}$ $\Rightarrow H_2(j\omega) = \frac{Z_RZ_C}{Z_C{}^2+Z_R{}^2+3Z_RZ_C} \Rightarrow H_2(j\omega) = \frac{\frac{R}{jC\omega}}{\frac{-1}{C^2\omega^2}+R^2+3\frac{R}{jC\omega}}$ $H_2(j\omega) = \frac{R}{\frac{-j}{C\omega}+jR^2C\omega+3R} \Rightarrow H_2(j\omega) = \frac{1}{\frac{-j}{RC\omega}+jRC\omega+3}$	2
	7-2	$H_2(j\omega) = \frac{1}{3+j(\frac{\omega}{\omega_0}-\frac{\omega_0}{\omega})} \Rightarrow H_2(j\omega) = \frac{1/3}{1+\frac{1}{3}(j(\frac{\omega}{\omega_0}-\frac{\omega_0}{\omega})}$ $K = \frac{1}{3}, Q = \frac{1}{3}\ et\ \omega_0 = \frac{1}{RC}$	2
8-		$H_2(j\omega) = \frac{jx}{1-x^2-3jx}$ avec $x = \frac{\omega}{\omega_0}$ $H_2(\,j\omega) = \frac{jx}{(1+jk_1x)(1+jk_2x)} = \frac{jx}{1-k_1k_2x^2+jk_1k_2x}$ Ce qui nous donne : $\begin{cases} k_1k_2 = 1 \\ k_1 + k_2 = 3 \end{cases}$ d'où $k_1^2 - 3k_1 + 1 = 0$ Ce qui donne : $k_1 = \frac{3-\sqrt{5}}{2}$ et $k_2 = \frac{3+\sqrt{5}}{2}$	2

9-



G_{dB}
0
-10
-30
x
Pente : -20 dB par décade
Pente : 20 dB par décade
0,1
1
10
φ
90
0
-90
x
0,1
1
10

2