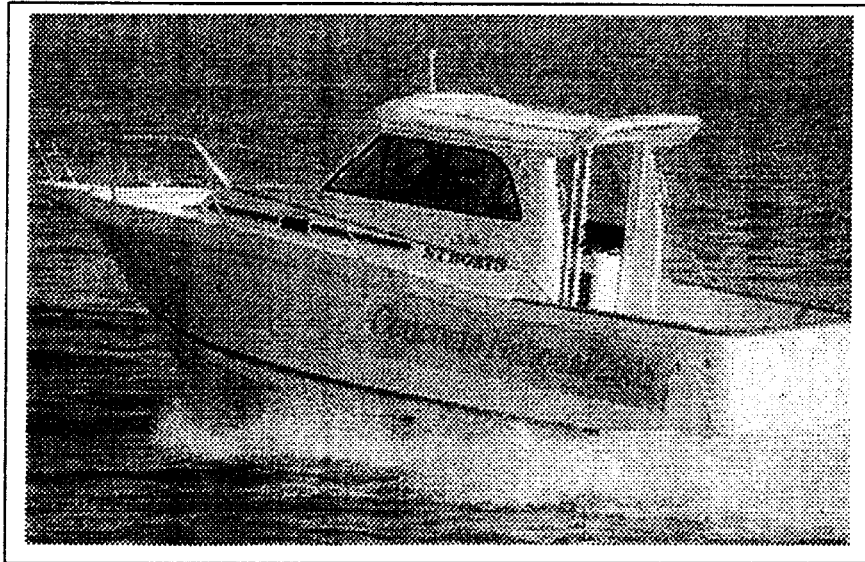




Concours Mathématiques / Physique et Physique / Chimie

Epreuve de Sciences et Techniques de l'Ingénieur



Session : Juin 2005



Concours Mathématiques et Physique et Physique et Chimie Epreuve de Sciences et Techniques de l'Ingénieur

Date : Mardi 14 Juin 2005 Heure : 8 H Durée : 3 H
Le texte du sujet comporte 11 pages ; le dossier des documents réponses comporte 28 pages.
Barème : A : Conception (4 pts) Partie B : Mécanique (10 pts) Partie C : Automatique (6 pts)

Remarques :

- 1/ Les parties A, B et C sont indépendantes.
- 2/ Les documents réponses DR1 (Conception), DR2 (Mécanique) et DR3 (Automatique) sont à rendre en totalité, même vides, en fin de l'épreuve.
- 3/ L'usage d'une calculatrice programmable est interdit.
- 4/ Il est demandé aux étudiants de mentionner les principaux passages de leurs raisonnements et les résultats obtenus dans les espaces qui leur sont réservés dans les Documents Réponses,

PILOTE AUTOMATIQUE DE BATEAU

Présentation

Lors de la navigation, moyen et long cours, les navires et les bateaux s'équipent de plus en plus d'appareillage électronique assurant la commande automatique. Il remplace ainsi le barreur et lui épargne une manœuvre répétitive fatigante. Le rôle du barreur est de tenir la barre d'orientation à bord d'un voilier ou d'un navire de plaisance.

Le système faisant l'objet de cette étude est un pilote automatique de bateau. Il s'agit d'un appareil qui permet de maintenir automatiquement le cap suivi par un bateau, et ce quelque soit l'état de la mer et du vent (figure-1). Le cap est défini par l'axe longitudinal de la coque du navire et la direction du nord géographique.

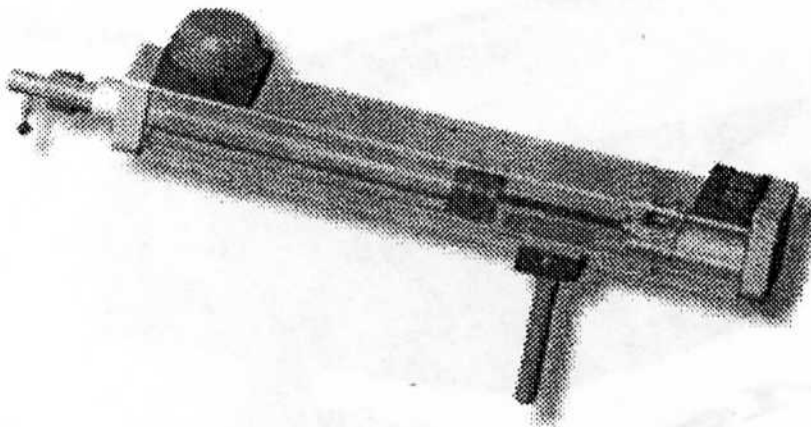


Figure-1 : Maquette virtuelle 3D d'un pilote automatique

Description fonctionnelle

En mode manuel, le barreur impose le cap du bateau. La barre est alors dans l'axe du bateau. A cet instant, si le barreur relie le pilote à la barre et le fait passer en mode automatique (pilotage automatique), le pilote lit le cap imposé et le mémorise comme cap à suivre.

Par la suite, il compare régulièrement le cap suivi par le bateau au cap imposé. S'il détecte un écart entre les deux valeurs, il commande la barre de façon à provoquer la rotation du bateau pour lui faire retrouver le cap à suivre (cap imposé) (figure-2).

- | | | | | |
|--|---|--|---|--|
| <u>Phase 1 :</u>
Le bateau suit le cap imposé | <u>Phase 2 :</u>
Le bateau s'éloigne du cap imposé | <u>Phase 3 :</u>
Le pilote commande la correction de la trajectoire | <u>Phase 4 :</u>
Le bateau corrige son cap | <u>Phase 5 :</u>
Le bateau reprend son cap imposé |
|--|---|--|---|--|

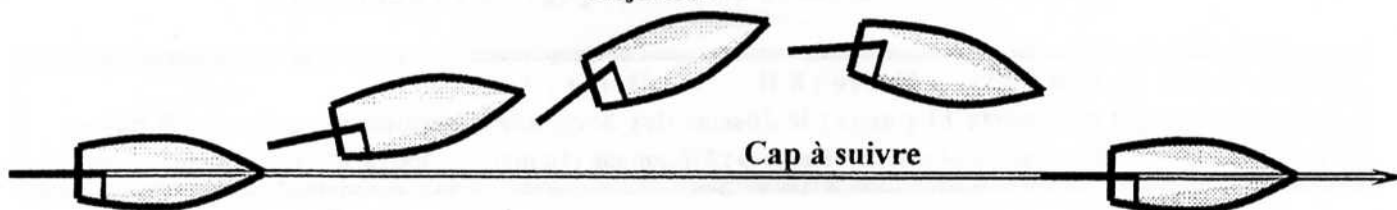


Figure-2 : Différentes phases de correction du cap.

Présentation du système : Pilote automatique

Un bateau est dirigé à l'aide d'un gouvernail placé à l'arrière de la coque du bateau (figure-3). Il est constitué de :

- Un safran : Élément immergé dans l'eau.
- Une mèche : Axe du gouvernail.
- Une barre franche reliant le safran à la tige du pilote.

En mode automatique, la commande de la barre est assurée par :

- Un pilote : Mécanisme de commande.
- Un compas de route : Instrument de mesure du cap.

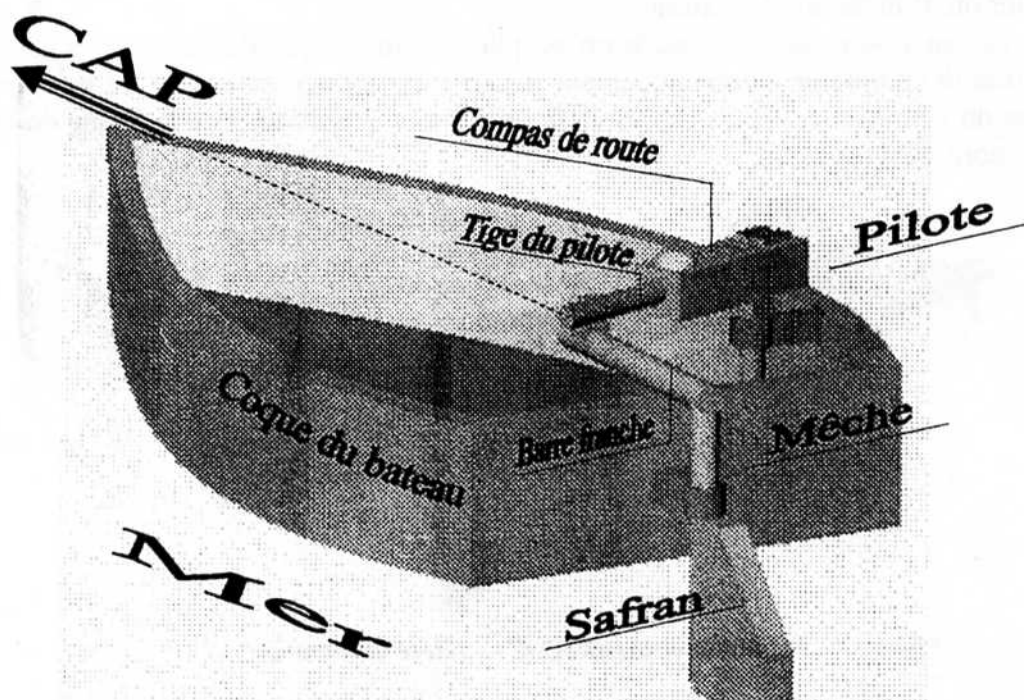
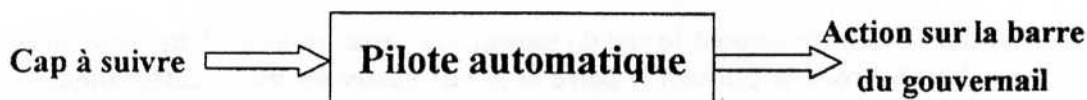
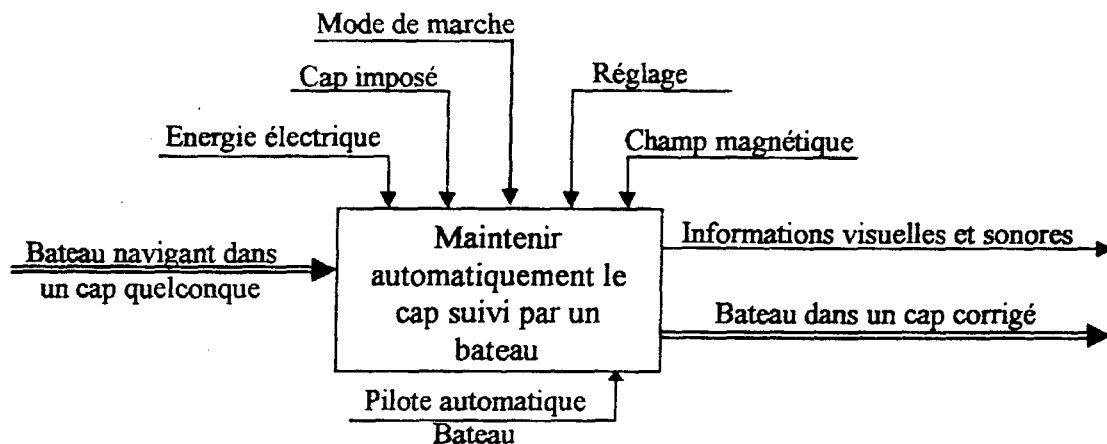


Figure-3 : Schéma du système de pilotage automatique



A-I- Analyse fonctionnelle du système

La description fonctionnelle générale du pilote automatique est ébauchée sur le document suivant par l'actigramme niveau A-0.



* Le pilote automatique est principalement composé des éléments suivants :

- Une partie commande (pupitre) permettant le traitement des informations et la gestion du système.
- Une partie opérative (pilote) assurant la manœuvre du gouvernail du bateau.
- Un compas de route pour mesurer d'une manière continue le cap suivi par le bateau.

A-I-1- Le niveau A-0 relative à la fonction globale « *Maintenir automatiquement le cap suivi par un bateau* » se décompose en trois niveaux. En utilisant les données de présentation générale du système, compléter l'actigramme niveau A0 sur le document réponse **DR1**.

* La partie opérative est constituée à son tour par les organes suivants :

- Un pilote de commande : pour l'adaptation de l'énergie.
- Un gouvernail + une barre franche pour l'orientation du safran.
- Une coque de bateau.

A-I-2- Le niveau A2 relative à la fonction principale « *Manœuvrer l'orientation du bateau* » est réparti en trois niveaux. Compléter l'actigramme niveau A2 sur le document réponse **DR1**.

* Le pilote de commande qui permet d'adapter l'énergie est composé de :

- Un moteur électrique à courant continu.
- Un réducteur de vitesse.
- Un organe de transformation de mouvement.

A-I-3- Compléter l'actigramme niveau A21 sur le document réponse **DR1**.

A-II- Etude graphique :

On donne le dessin en perspective de la bride de fixation. Compléter le dessin de définition de cette pièce sur le document réponse **DR1** par :

- la vue de face ;
- la vue de gauche ;
- la vue de dessous en coupe A-A ;
- la section sortie B-B.

Partie B : ETUDE MECANIQUE

L'étude portera sur le mécanisme de commande (pilote) défini par la **figure 3**. La figure-B.1 représente le schéma cinématique de ce mécanisme constitué principalement par les éléments suivants :

- Le bâti [0] est lié au repère $\mathcal{R}_0(\mathbf{O}, \bar{\mathbf{x}}_0, \bar{\mathbf{y}}_0, \bar{\mathbf{z}}_0)$ supposé galiléen (absolu).
- Le support [1] est lié au repère $\mathcal{R}_1(\mathbf{O}, \bar{\mathbf{x}}_1, \bar{\mathbf{y}}_1, \bar{\mathbf{z}}_0)$. Il est en liaison pivot d'axe $(\mathbf{O}, \bar{\mathbf{z}}_0)$ avec le bâti [0]. Son mouvement est paramétré par l'angle $\alpha = (\bar{\mathbf{x}}_0, \bar{\mathbf{x}}_1) = (\bar{\mathbf{y}}_0, \bar{\mathbf{y}}_1)$ (figure-B.2.a).
- L'arbre primaire [2], lié au repère $\mathcal{R}_2(\mathbf{O}_1, \bar{\mathbf{x}}_1, \bar{\mathbf{y}}_2, \bar{\mathbf{z}}_2)$, est en liaison pivot d'axe $(\mathbf{O}_1, \bar{\mathbf{x}}_1)$ avec le support [1]. Son mouvement est paramétré par l'angle $\varphi = (\bar{\mathbf{y}}_1, \bar{\mathbf{y}}_2) = (\bar{\mathbf{z}}_1, \bar{\mathbf{z}}_2)$ (figure-B.2.b).
- Le coulisseau [3], lié au repère $\mathcal{R}_3(\mathbf{D}, \bar{\mathbf{x}}_1, \bar{\mathbf{y}}_1, \bar{\mathbf{z}}_0)$, est en liaison hélicoïdale à filetage droit de pas p_1 et d'axe $(\mathbf{D}, \bar{\mathbf{x}}_1)$ avec l'arbre [2] d'une part, et en liaison glissière d'axe $(\mathbf{E}, \bar{\mathbf{x}}_1)$ avec le support [1] d'autre part.
- L'arbre secondaire [4], lié au repère $\mathcal{R}_4(\mathbf{A}, \bar{\mathbf{x}}_1, \bar{\mathbf{y}}_4, \bar{\mathbf{z}}_4)$, est en liaison supposée ponctuelle de normale $(\mathbf{I}, \bar{\mathbf{y}}_1)$ avec l'arbre primaire [2]. Il est également en liaison pivot d'axe $(\mathbf{A}, \bar{\mathbf{x}}_1)$ avec le support [1]. Son mouvement est paramétré par l'angle $\theta = (\bar{\mathbf{y}}_1, \bar{\mathbf{y}}_4) = (\bar{\mathbf{z}}_1, \bar{\mathbf{z}}_4)$ (figure-B.2.c).
- Le coulisseau du potentiomètre [5], lié au repère $\mathcal{R}_5(\mathbf{B}, \bar{\mathbf{x}}_1, \bar{\mathbf{y}}_1, \bar{\mathbf{z}}_0)$, est en liaison hélicoïdale à filetage gauche de pas p_2 et d'axe $(\mathbf{B}, \bar{\mathbf{x}}_1)$ avec l'arbre secondaire [4]. Il est également en liaison glissière d'axe $(\mathbf{C}, \bar{\mathbf{x}}_1)$ avec le support [1].
- Le gouvernail [6], lié au repère $\mathcal{R}_6(\mathbf{F}, \bar{\mathbf{x}}_6, \bar{\mathbf{y}}_6, \bar{\mathbf{z}}_0)$, est en liaison rotule de centre \mathbf{F} avec le coulisseau [3]. Il est également en liaison pivot d'axe $(\mathbf{H}, \bar{\mathbf{z}}_0)$ avec le bâti [0]. Son mouvement est paramétré par l'angle $\psi = (\bar{\mathbf{x}}_0, \bar{\mathbf{x}}_6) = (\bar{\mathbf{y}}_0, \bar{\mathbf{y}}_6)$ (figure-B.2.d).

Les positions des différents points sont définies par les relations vectorielles :

$$\overrightarrow{\mathbf{OO}}_1 = -a_0 \bar{\mathbf{x}}_1 + b_0 \bar{\mathbf{y}}_1 + h_0 \bar{\mathbf{z}}_0$$

$$\overrightarrow{\mathbf{AB}} = \lambda(t) \bar{\mathbf{x}}_1$$

$$\overrightarrow{\mathbf{O}}_1 \bar{\mathbf{I}} = -a_1 \bar{\mathbf{x}}_1 - R_1 \bar{\mathbf{y}}_1$$

$$\overrightarrow{\mathbf{AC}} = a_4 \bar{\mathbf{x}}_1$$

$$\overrightarrow{\mathbf{IA}} = a_2 \bar{\mathbf{x}}_1 - R_2 \bar{\mathbf{y}}_1$$

$$\overrightarrow{\mathbf{DF}} = a_5 \bar{\mathbf{x}}_1$$

$$\overrightarrow{\mathbf{O}}_1 \bar{\mathbf{D}} = x(t) \bar{\mathbf{x}}_1$$

$$\overrightarrow{\mathbf{FH}} = b_1 \bar{\mathbf{y}}_6$$

$$\overrightarrow{\mathbf{O}}_1 \bar{\mathbf{E}} = a_3 \bar{\mathbf{x}}_1$$

$$\overrightarrow{\mathbf{OH}} = L_0 \bar{\mathbf{x}}_0 + \ell_0 \bar{\mathbf{y}}_0 - h_0 \bar{\mathbf{z}}_0$$

Les angles α , φ , θ et ψ sont les paramètres angulaires du mécanisme. Les a_i , b_i , R_i , h_i , L_0 et ℓ_0 sont des constantes géométriques du mécanisme.

B-I- Géométrie des masses

Soit (S) une plaque triangulaire homogène de masse m , de base b et de hauteur h , liée au repère $\mathcal{R}(\mathbf{P}, \bar{\mathbf{x}}, \bar{\mathbf{y}}, \bar{\mathbf{z}})$ (figure-B.3).

B-I-1. Déterminer la position du centre d'inertie \mathbf{G} de (S) dans le repère $\mathcal{R}(\mathbf{P}, \bar{\mathbf{x}}, \bar{\mathbf{y}}, \bar{\mathbf{z}})$.

B-I-1. Déterminer la matrice d'inertie de (S) : $[I_P(S)]_{\mathcal{B}}$, au point \mathbf{P} , exprimée dans la base $\mathcal{B}(\bar{\mathbf{x}}, \bar{\mathbf{y}}, \bar{\mathbf{z}})$.

On suppose que le gouvernail [6] est composé d'un ensemble (mèche+barre franche) de masse négligeable et d'un safran sous forme d'une plaque trapézoïdale homogène de masse m_6 (figure-B.4).

B-I-3. Montrer que le centre d'inertie G_6 du gouvernail est défini par : $\overrightarrow{HG_6} = b_6 \vec{y}_6 - h_6 \vec{z}_6$.

Exprimer les constantes b_6 et h_6 en fonction des caractéristiques géométriques du gouvernail.

B-I-4. Montrer que la matrice d'inertie de [6] : $[I_H(6)]_{\mathcal{B}_6}$, au point H, dans la base \mathcal{B}_6 est de la

$$\text{forme : } [I_H(6)]_{\mathcal{B}_6} = \begin{bmatrix} A_6 & 0 & 0 \\ 0 & B_6 & -D_6 \\ 0 & -D_6 & C_6 \end{bmatrix}_{\mathcal{B}_6}.$$

Déterminer les moments et le produit d'inertie en fonction de m_6 et des caractéristiques géométriques du gouvernail.

B-II- Etude Cinématique

B-II-1. Tracer le graphe des liaisons du mécanisme.

B-II-2. Déterminer les vecteurs rotations : $\vec{\Omega}(1/0)$, $\vec{\Omega}(2/1)$, $\vec{\Omega}(3/1)$, $\vec{\Omega}(4/1)$, $\vec{\Omega}(5/1)$ et $\vec{\Omega}(6/0)$.

B-II-3. a) Calculer la vitesse : $\vec{V}(I \in 2/1)$.

b) Calculer la vitesse : $\vec{V}(I \in 4/1)$.

c) En appliquant la condition de roulement sans glissement entre les solides [2] et [4] au point I, exprimer la relation entre $\dot{\varphi}$ et $\dot{\theta}$.

B-II-4. Ecrire le torseur cinématique $\left\{ \mathcal{V}_{(3/2)} \right\}_D$ en fonction de $\dot{\varphi}$ et du pas p_1 , au point D, du solide [3] dans son mouvement par rapport au repère (\mathcal{R}_2) .

B-II-5. Calculer, par dérivation directe, la vitesse $\vec{V}(D \in 3/1)$ et en déduire la relation entre $\dot{\varphi}$ et $\dot{x}(t)$.

B-II-6. Ecrire le torseur cinématique $\left\{ \mathcal{V}_{(5/4)} \right\}_B$ en fonction de $\dot{\theta}$ et de pas p_2 , au point B, du solide [5] dans son mouvement par rapport au repère (\mathcal{R}_4) .

B-II-7. Calculer, par dérivation directe, la vitesse $\vec{V}(B \in 5/1)$ et en déduire la relation entre $\dot{\theta}$ et $\dot{\lambda}(t)$.

B-II-8. Exprimer le rapport $\frac{\dot{x}(t)}{\dot{\lambda}(t)}$ en fonction des pas p_1 et p_2 et des rayons R_1 et R_2 .

B-II-9. a) Calculer la vitesse : $\vec{V}(D \in 3/0)$ en passant par O_1 .

b) En déduire la vitesse : $\vec{V}(F \in 3/0)$.

B-II-10. Calculer la vitesse $\vec{V}(F \in 6/0)$ en passant par le point H et l'exprimer dans la base \mathcal{B}_1 .

B-II-11. Ecrire la condition cinématique au point F et en déduire le système d'équations qui en découle.

B-II-12. Calculer la vitesse $\vec{V}(G_6/0)$ en passant par le point H.

Dans toute la suite du problème, on suppose que :

- le coulisseau [3] est de masse m_3 , de centre d'inertie D et de moment d'inertie par rapport à l'axe (D, \vec{z}_0) : $J_3 = I_{(D, \vec{z}_0)}(3)$.
- Le gouvernail [6] est de masse m_6 , de centre d'inertie G_6 (tel que : $\overline{HG_6} = b_6 \vec{y}_6 - h_6 \vec{z}_0$) et de matrice d'inertie $[I_H(6)]_{\mathcal{B}_6} = \begin{bmatrix} A_6 & 0 & 0 \\ 0 & B_6 & -D_6 \\ 0 & -D_6 & C_6 \end{bmatrix}_{\mathcal{B}_6}$.
- Tous les autres solides sont de masses négligeables.

B-III- Etude Cinétique

- B-III-1.** Calculer le torseur cinétique $\{\mathcal{C}_{(3/0)}\}_D$, au point D , du solide [3] dans son mouvement par rapport au bâti [0].
- B-III-2.** Calculer le torseur cinétique $\{\mathcal{C}_{(6/0)}\}_H$, au point H , du solide [6] dans son mouvement par rapport au bâti [0].
- B-III-3.** Soit $\{E_1\} = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$, Calculer l'énergie cinétique du système $\{E_1\}$ dans son mouvement par rapport au bâti [0] : $E_C(E_1/0)$.

B-IV- Etude Energétique

- On suppose que l'action de l'eau sur le gouvernail [6] est représentée, au point H , par le torseur : $\{\tau(eau \rightarrow 6)\}_H = \begin{Bmatrix} F_0 \vec{x}_6 \\ C_0 \vec{z}_0 \end{Bmatrix}_H$.
- On suppose que les actions mécaniques extérieures exercées sur le coulisseau [3] sont représentées, au point D , par le torseur : $\{\tau(\bar{3} \rightarrow 3)\}_D = \begin{Bmatrix} F_1 \vec{x}_1 + F_2 \vec{y}_1 \\ C_R \vec{z}_0 \end{Bmatrix}_D$ où F_1 , F_2 et C_R sont des composantes connues.
- On suppose que l'action mécanique de la pesanteur est négligeable devant les autres actions mécaniques.
- On suppose que les liaisons, aux points F et H sont parfaites.
- Pour représenter l'action mécanique, au point Q , du solide (j) sur le solide (i), on utilisera la

notation suivante : $\{\tau(j \rightarrow i)\}_Q = \begin{Bmatrix} X_{ji} & L_{ji} \\ Y_{ji} & M_{ji} \\ Z_{ji} & N_{ji} \end{Bmatrix}_{(Q, \vec{x}_j, \vec{y}_j, \vec{z}_j)}$ avec $j < i$.

- B-IV-1.** Faire l'inventaire des actions mécaniques exercées sur le système $\{E_2\} = \{3, 6\}$.
- B-IV-2.** Calculer la puissance des actions mécaniques extérieures exercées sur le système $\{E_2\}$ dans son mouvement par rapport au bâti [0].
- B-IV-3.** Ecrire l'équation qui découle de l'application du théorème de l'énergie cinétique au système $\{E_2\}$ dans son mouvement par rapport au bâti [0].

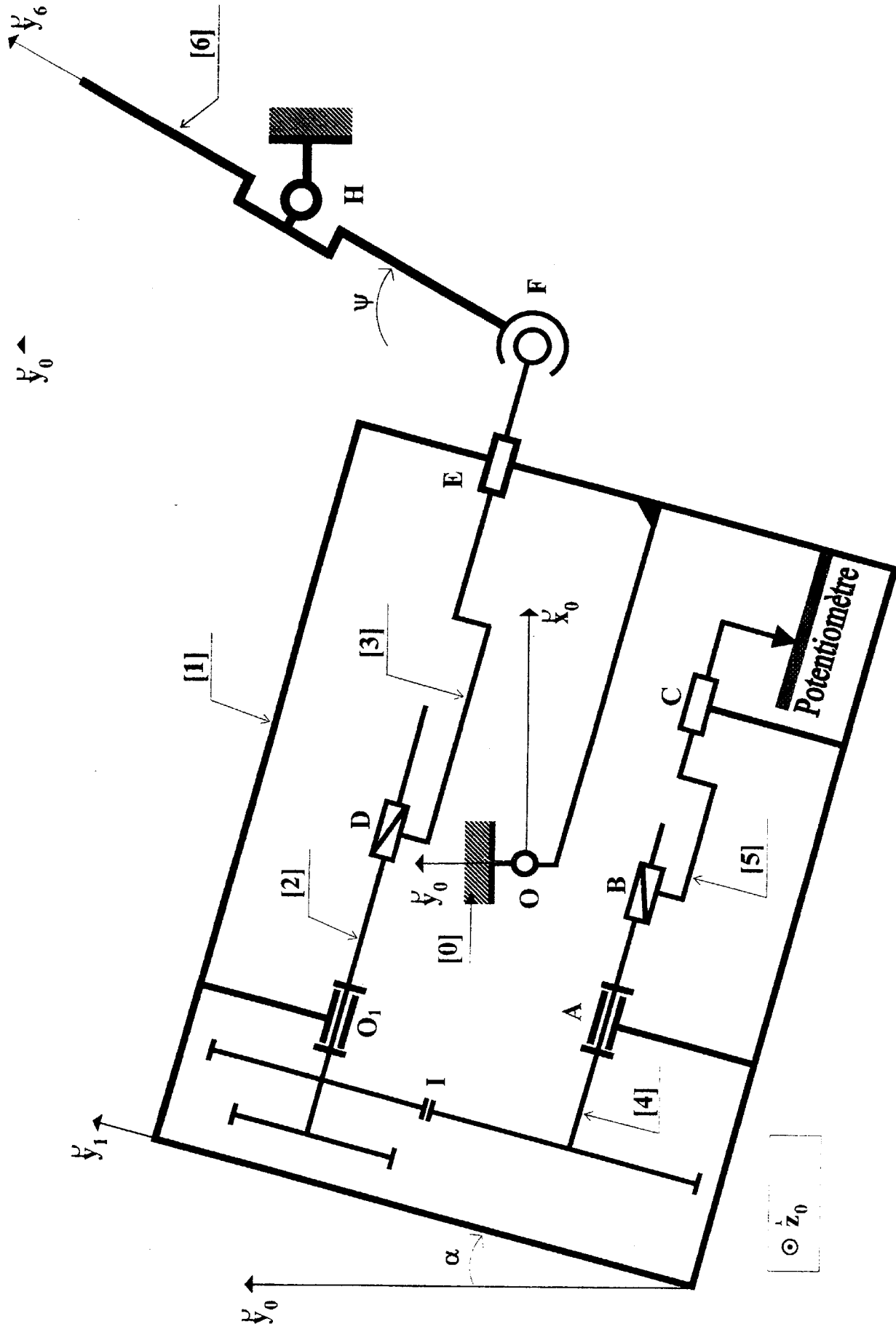


Figure-B.1 : Schéma cinématique du mécanisme.

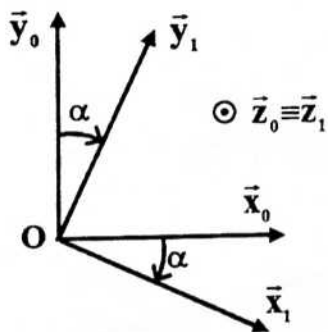


Fig-B.2.a : Mouvement de [1] par rapport à [0].

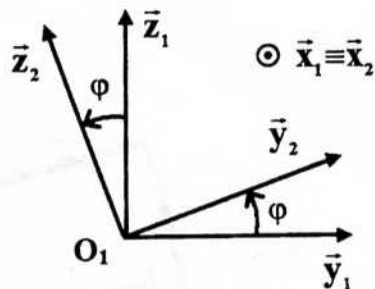


Fig-B.2.b : Mouvement de [2] par rapport à [1].

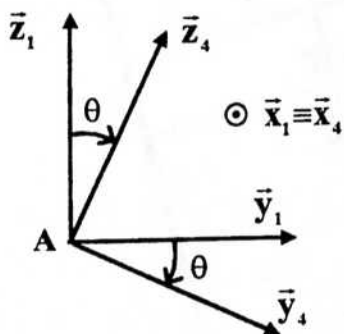


Fig-B.2.c : Mouvement de [4] par rapport à [1].

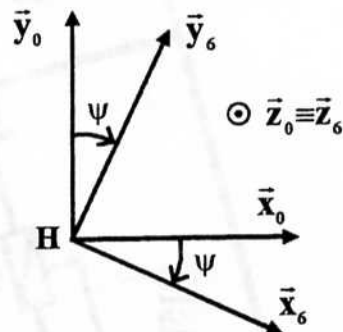


Fig-B.2.d : Mouvement de [6] par rapport à [0].

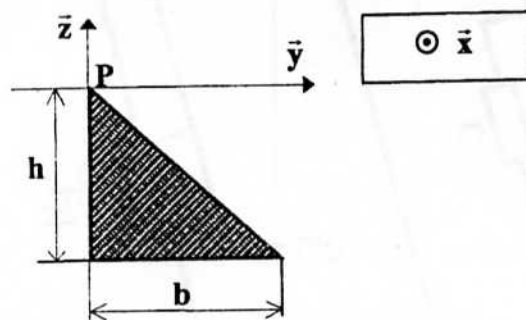


Figure-B.3 : Plaque triangulaire homogène dans le plan (P, \bar{y}, \bar{z}) .

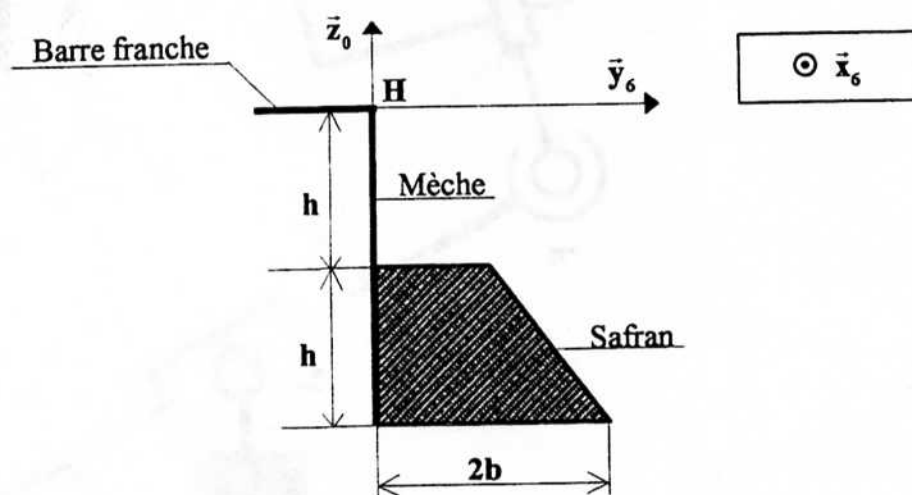


Figure-B.4 : Forme simplifiée du gouvernail [6].

N.B. : Les parties C-I et C-II sont indépendantes. Les réponses doivent être rédigées sur les documents réponses.

Description du système :

On s'intéresse à l'étude du système de commande utilisé par le pilote automatique du bateau. La première partie est consacrée à la détection du cap suivi par le bateau. Celle-ci est effectuée par un capteur optique qui remplacera le potentiomètre utilisé dans la version d'origine. La deuxième partie traite l'asservissement du cap du bateau.

Partie C-I : Étude du codeur optique de position.

Un codeur optique à dix pas (figure C.1) est installé sur la barre franche du gouvernail du bateau afin de détecter sa position angulaire. Le code binaire à dix pas de la position angulaire est fourni sur quatre bits ($a_3 a_2 a_1 a_0$) auxquels correspondent les quatre bits de sortie du transcodeur ($S_3 S_2 S_1 S_0$).

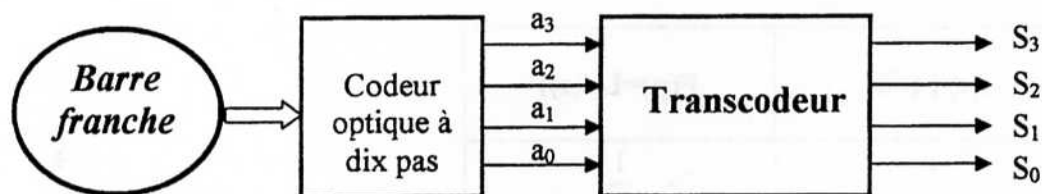


Figure C.1 : Schéma synoptique du circuit combinatoire de détection du cap

La combinaison de dix pas, fournie par le codeur optique, est détaillée sur le tableau C.1 :

Pas	$S_3 S_2 S_1 S_0$	a_3	a_2	a_1	a_0
0	0 0 0 0	0	0	1	0
1	0 0 0 1	0	1	1	0
2	0 0 1 0	0	1	1	1
3	0 0 1 1	0	1	0	1
4	0 1 0 0	0	1	0	0
5	0 1 0 1	1	1	0	0
6	0 1 1 0	1	1	0	1
7	0 1 1 1	1	1	1	1
8	1 0 0 0	1	1	1	0
9	1 0 0 1	1	0	1	0

Tableau C.1

L'objet de l'étude envisagée est la synthèse d'un système de transcodage fournissant la position angulaire en code binaire naturel sur les sorties ($S_3 S_2 S_1 S_0$).

C.I.1. *Quelles sont* les propriétés du code utilisé ?

C.I.2. *Etablir* la table de vérité des sorties ($S_3 S_2 S_1 S_0$) en fonction des entrées ($a_3 a_2 a_1 a_0$).

C.I.3. **Donner** les tableaux de Karnaugh et les expressions algébriques simplifiées des sorties ($S_3S_2S_1S_0$).

C.I.4. **En déduire** le logigramme des sorties en utilisant des portes logiques élémentaires à deux entrées (NON, OU, ET).

PARTIE C-II: ETUDE DE L'ASSERVISSEMENT DU CAP

Le système à étudier est constitué d'un moteur à courant continu et à aimant permanent muni d'un capteur optique de position et d'un réducteur mécanique entraînant la barre franche du gouvernail. Les notations suivantes sont utilisées pour représenter les paramètres du système:

$u_a(t)$: Tension d'induit.

$\theta(t)$: Position angulaire de la barre franche.

$\theta_{réf}(t)$: Consigne de position.

Le couple résistant, correspondant à la charge transmise à l'arbre du moteur, est supposé nul. La fonction de transfert du système d'entraînement de la barre franche est alors de la forme suivante:

$$T(p) = \frac{\theta(p)}{U_a(p)} = \frac{e^{-0,1p}}{p(1+5p)}$$

Où $U_a(p)$ représente la transformée de Laplace de $u_a(t)$ et le terme $e^{-0,1p}$ exprime le retard qui provient du dispositif de la transmission mécanique.

Les transformées de Laplace des fonctions utiles sont données dans le tableau C.2.

$f(t) ; t \geq 0$	$F(p) = L(f(t))$
1	$\frac{1}{p}$
e^{-at}	$\frac{1}{p+a}$
$1 - e^{-\frac{t}{\tau}}$	$\frac{1}{p(1+\tau p)}$
$f(t-\tau)$	$F(p)e^{-\tau p}$

Tableau C.2

C.II.1. **Calculer et tracer** la réponse à une entrée de type impulsion de Dirac. **Commenter** le résultat obtenu.

C.II.2. Le système caractérisé par la fonction de transfert $T(p)$ est inséré dans la boucle d'asservissement donnée par le schéma bloc de la figure C.2.

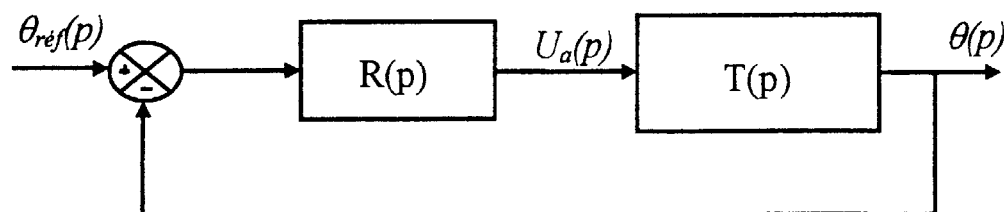
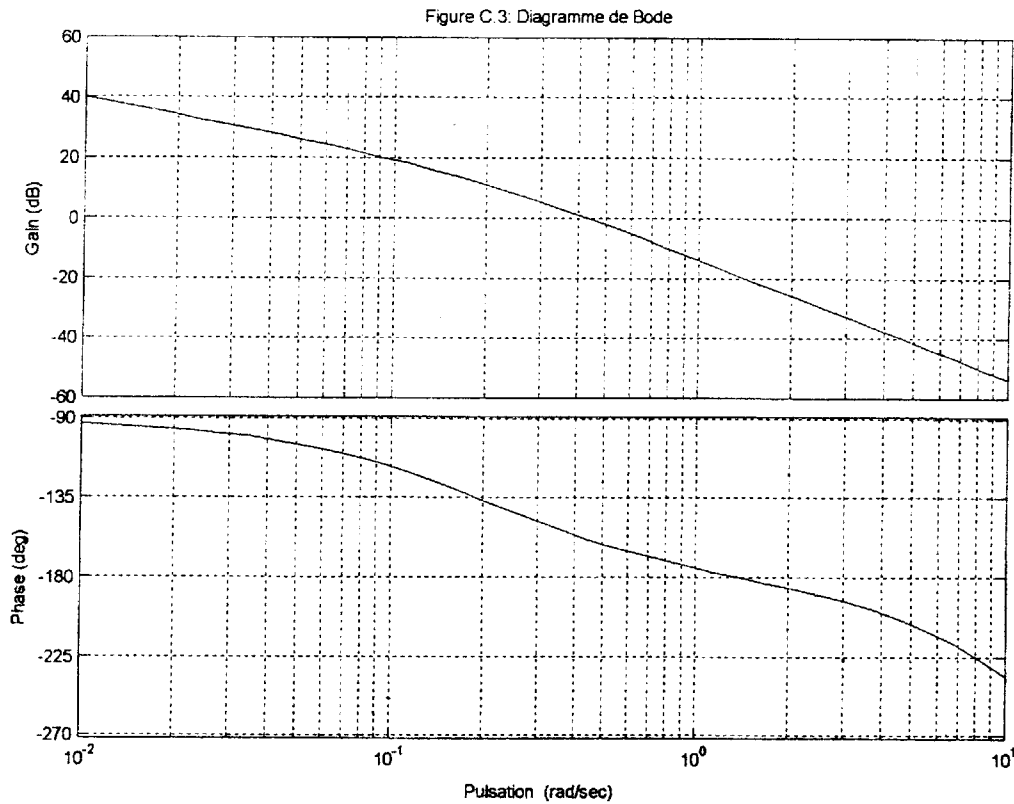


Figure C.2 : schéma bloc du système asservi

Où $R(p)$ représente un régulateur à action proportionnelle ($R(p)=K$).

C.II.2.1. On suppose, dans un premier temps, que le retard est négligeable (c'est à dire $T(p) = \frac{1}{p(1+5p)}$), **quelle est** la classe de ce système ? **Calculer** alors l'erreur statique de position. **Etudier** la stabilité du système en boucle fermée en fonction de K.

C.II.2.2. En tenant compte du retard, des essais harmoniques ont donné les lieux de Bode de $T(j\omega)$ représentés sur la figure C.3:



C.II.2.2.1. **Déterminer**, approximativement, les valeurs de la marge de gain (MG), de la marge de phase (MP) et de l'erreur statique de position.

C.II.2.2.2. **En déduire** la valeur du gain limite K_c assurant la stabilité du système en boucle fermée.

C.II.2.2.3. **Comparer** la valeur de K_c par rapport à la valeur trouvée en (C.II.2.1). **Conclure**.

C.II.3. **Proposer** un régulateur permettant d'améliorer la rapidité du système en boucle fermée. **Justifier** le choix de ce type de régulateur.