

REPUBLIQUE TUNISIENNE

Ministère de l'Enseignement Supérieur  
et de la Recherche Scientifique

Concours Nationaux d'Entrée aux Cycles  
de Formation d'Ingénieurs  
Session 2013



الجمهورية التونسية  
وزارة التعليم العالي  
والتكنولوجيا

المناظرات الوطنية للدخول  
إلى مراحل تكوين المهندسين  
دورة 2013

**Concours Mathématiques - Physique & Physique - Chimie**  
Épreuve de Sciences et Techniques de l'Ingénieur



Date : Vendredi 07 Juin 2013

Heure : 8 Heures

Durée : 3 Heures

Barème : Partie A : 3 points

Partie B : 10 points

Partie C : 7 points

- L'épreuve comporte trois parties :

**A- Technologie de conception**

**B- Mécanique des solides indéformables**

**C- Automatique**

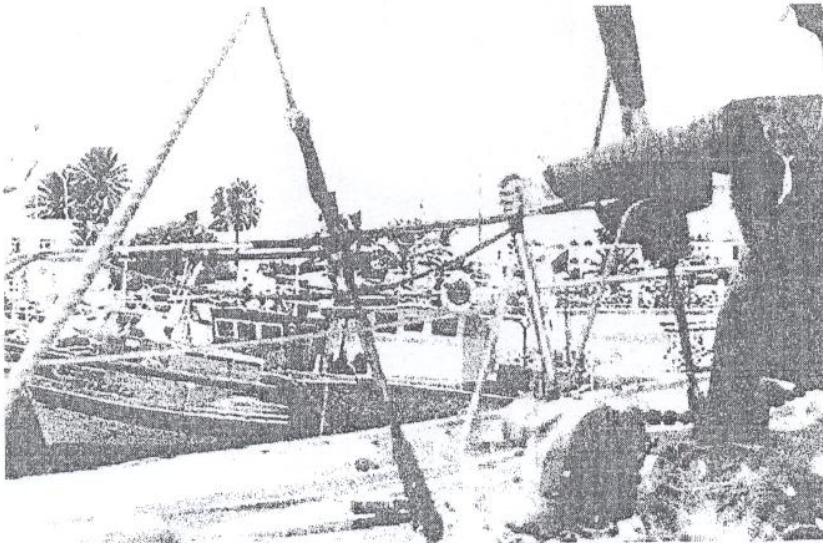
- Le sujet de l'épreuve remis au candidat comporte deux dossiers :

**1- Présentation, Données et Hypothèses**

**2- Document Réponses**



- Aucun autre document n'est autorisé.
- L'utilisation des calculatrices de poche non programmables est autorisée.
- Les différentes parties sont indépendantes et doivent être traitées sur le document réponses.
- Il n'est fourni au candidat qu'un seul et unique « dossier document réponses » qui doit être rendu en totalité, à la fin de l'épreuve, même sans réponses.



# **DOSSIER**

## **PRESENTATION, DONNEES ET HYPOTHESES**

Ce dossier comporte 9 pages numérotées de 1 à 9

- Présentation : Page 1 à 2 ;
- Données et hypothèses Partie A : Page 2 ;
- Données et hypothèses Partie B : Page 3 à 5 ;
- Données et hypothèses Partie C : Page 6 à 9 ;



## GUINDEAU DE LEVAGE D'UNE LIGNE DE MOUILLAGE

### MISE EN SITUATION

L'immobilisation d'un bateau en pleine mer, nécessite son ancrage au fond marin par le biais d'une ligne de mouillage constituée d'une ancre reliée au bateau par l'intermédiaire d'une chaîne (figure 1).

Si la descente de cette chaîne peut se faire sous l'effet de son propre poids (par gravitation), sa remontée nécessite un dispositif appelé guindeau électrique installé à l'avant du bateau (figure 2).

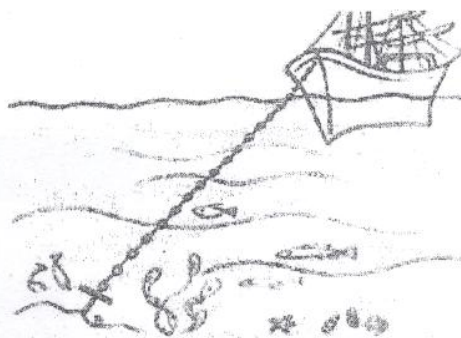
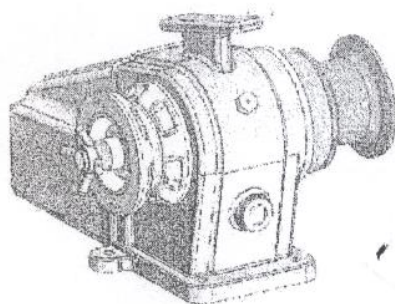


Figure 1 : Ancrage de bateau en pleine mer



(a) guindeau électrique à axe horizontal.



(b) guindeau électrique à axe vertical.

Figure 2 : Variantes du guindeau électrique.

Le guindeau peut être commandé électriquement ou manuellement par un levier inséré dans un volant d'entraînement. Ce levier peut aussi participer, avec un système de freinage, au contrôle de la vitesse de descente de l'ancre (figure 3).

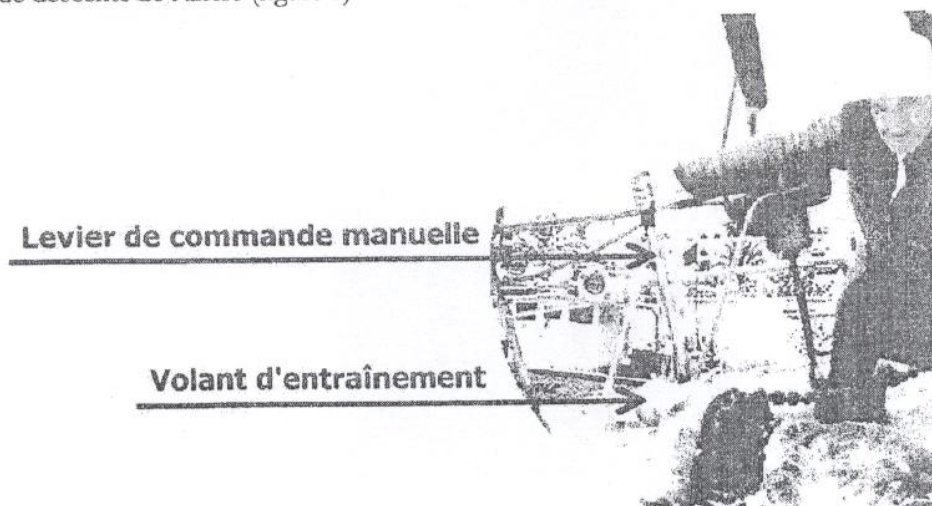


Figure 3 : Commande manuelle du guindeau électrique



Quelque soit l'orientation de son axe, le guindeau est composé principalement :

- D'un barbotin : C'est une couronne servant à faire virer la chaîne lors de l'opération de levage ;
- D'une poupée : C'est une poulie fixée sur le guindeau qui permet d'enrouler et de tendre un cordage ;
- D'un mécanisme de transmission de puissance mécanique.

La rotation du barbotin conduit à la remontée de l'ancre par l'intermédiaire de la chaîne guidée par une roue folle (roue libre) (figure 4)

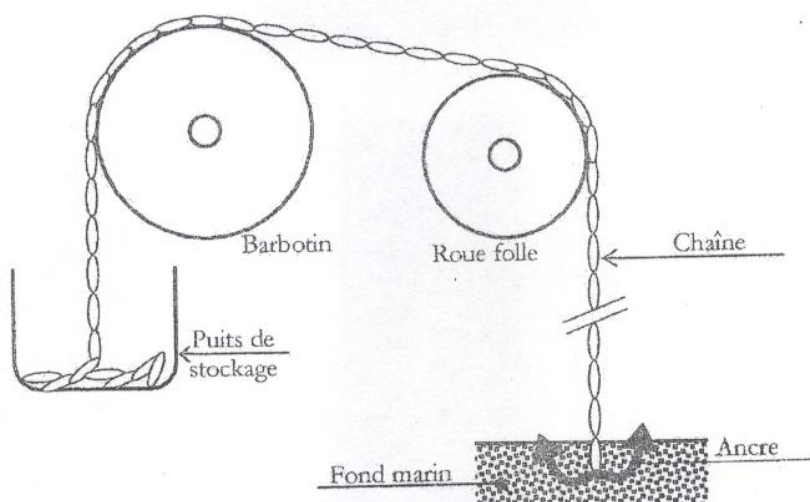


Figure 4 : Système de levage d'une ligne de mouillage.

### PARTIE A : TECHNOLOGIE DE CONCEPTION

Cette partie est dédiée à :

- L'analyse fonctionnelle du guindeau ;
- L'étude graphique d'un flasque représenté par la figure 5 (deux vues en perspective.).

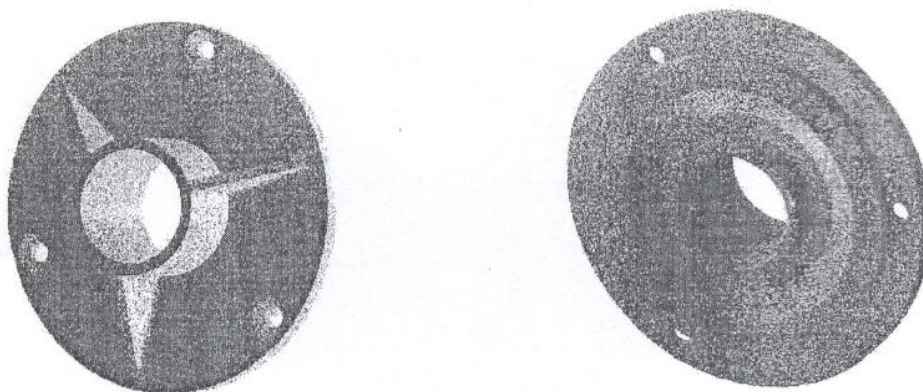


Figure 5 : Vues en perspective du flasque.

*Le travail demandé est explicité dans les pages 1/19 et 2/19 du dossier document réponses.*

L'étude mécanique porte sur la chaîne de transmission de puissance et le système de mouillage durant la phase de levage. En effet, la puissance, nécessaire au fonctionnement du guindeau, est transmise à l'aide d'un mécanisme composé d'un système roue et vis sans fin (figure B.1). Cette puissance est maximale pendant la phase de levage. Pendant laquelle, le barbotin est solidaire avec l'arbre de transmission et la charge à lever qui est constituée de la chaîne et de l'ancre.

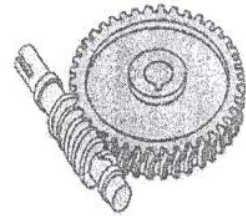


Figure B.1 : Roue et vis sans fin

La figure B.2 représente le schéma cinématique minimal de la chaîne de transmission. Celle ci est composée :

- 

De la vis (2) à denture hélicoïdale associée au repère  $\mathcal{R}_2(D, \vec{x}_0, \vec{y}_2, \vec{z}_2)$ . Elle est en liaison pivot d'axe  $(D, \vec{x}_0)$  avec le carter (0). Elle est également en contact supposé ponctuel au point K avec la roue (12) (Figure B.3). Son mouvement de rotation est paramétré par l'angle  $\varphi = (\vec{y}_0, \vec{y}_2) = (\vec{z}_0, \vec{z}_2)$ .

Les paramètres de position sont définis par  $\theta$  et  $\varphi$ , variables en fonction du temps. Les représentations planes des rotations sont définies dans la figure B.4.

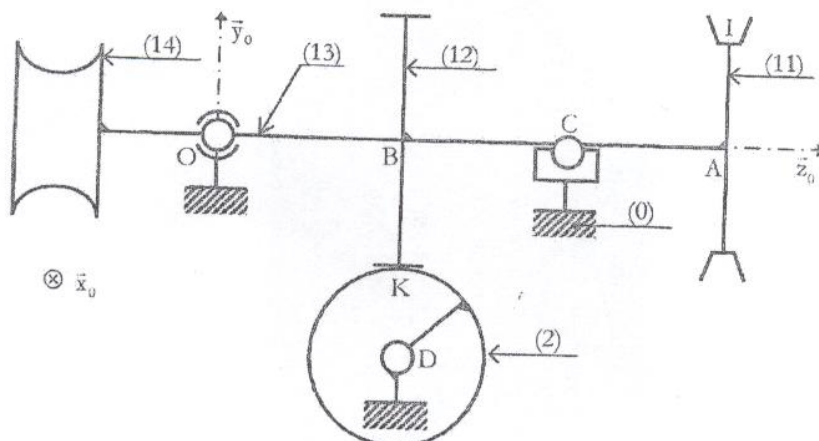


Figure B.2 : Schéma cinématique minimal de la chaîne de transmission

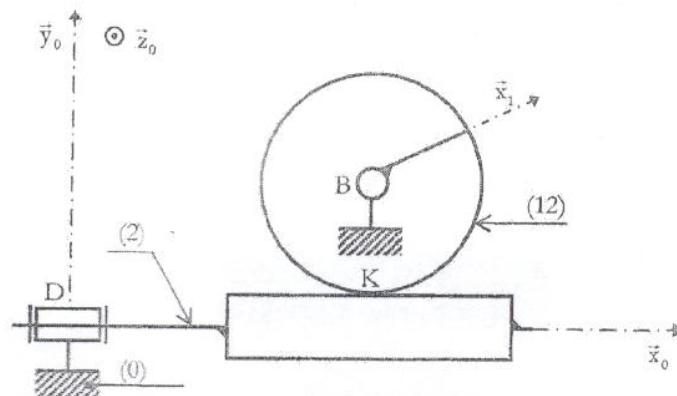


Figure B.3 : Système de transmission roue et vis sans fin

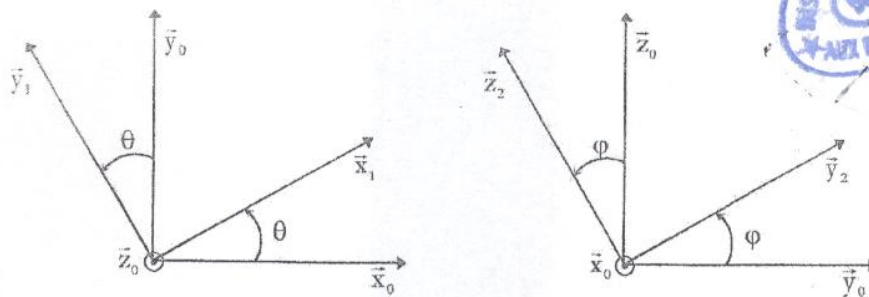


Figure B.4 : Représentation plane des rotations

## DONNEES ET CARACTERISTIQUES GEOMETRIQUES DU MECANISME

- Les données géométriques du mécanisme sont exprimées par les relations vectorielles :

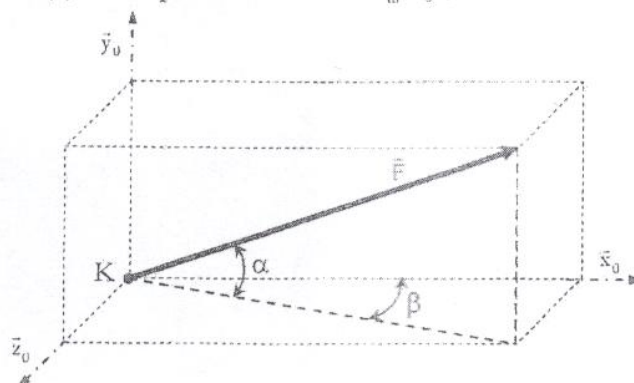
$$\overrightarrow{OA} = a \vec{z}_0 ; \overrightarrow{OK} = -R_0 \vec{y}_0 + b \vec{z}_0 ; \overrightarrow{OC} = c \vec{z}_0 ; \overrightarrow{DK} = d \vec{x}_0 + R_2 \vec{y}_0 ; \overrightarrow{AI} = R_1 \vec{y}_0$$

où a, b, c et d sont des constantes dimensionnelles positives.  $R_0$ ,  $R_1$  et  $R_2$  sont respectivement les rayons de la roue (12), du barbotin (11) et de la vis (2).

- Le moteur (non représenté) exerce sur la vis (2) un couple moteur :  $\vec{C}_m = C_m \vec{x}_0$  ;

- L'action mécanique de la vis (2) sur la roue (12) est caractérisée, au point de contact K, par le vecteur lié  $(K, \vec{F})$ . Compte tenu des caractéristiques géométriques de la denture hélicoïdale, la force  $\vec{F}$  devrait s'exprimer, comme le montre la figure B.5, sous la forme vectorielle suivante :

$$\vec{F} = F_x \vec{x}_0 + F_y \vec{y}_0 + F_z \vec{z}_0 \text{ avec : } \|\vec{F}\| = F$$

Figure B.5 : Représentation spatiale du vecteur lié  $(K, \vec{F})$ .



On désignera par  $\{\Sigma\}$  le système formé par l'ensemble  $\{1\}$ , la chaîne, l'ancre et la roue folle (libre) de rayon  $R$  (figure B.6). Cette dernière, assurant le guidage de la ligne de mouillage, est en liaison pivot d'axe  $(Q, \vec{z}_0)$  avec le carter (0). Les positions des points caractéristiques A, E et Q de cette roue par rapport à l'ensemble  $\{1\}$ , sont définies par :

$$\overrightarrow{QE} = R \vec{x}_0 ; \overrightarrow{AQ} = a_0 \vec{x}_0 - b_0 \vec{y}_0.$$

La masse «  $M_c$  » de la chaîne est proportionnelle à sa longueur courante  $L$  :  $M_c = \lambda L$  (où  $\lambda$  est la densité linéique de masse). Les masses de l'ensemble  $\{1\}$  et de l'ancre sont respectivement  $M_1$  et  $M_a$ . Les positions de leurs centres d'inertie respectifs «  $G_1$  » et «  $G_a$  » sont définies par les vecteurs :

$$\overrightarrow{OG_1} = h \vec{z}_0 \text{ et } \overrightarrow{EGa} = -L \vec{y}_0$$

Où :  $h$  est une constante positive.

Le déplacement du centre d'inertie  $G_a$  de l'ancre à partir de la position d'ancrage est paramétré par la variable «  $y$  ».

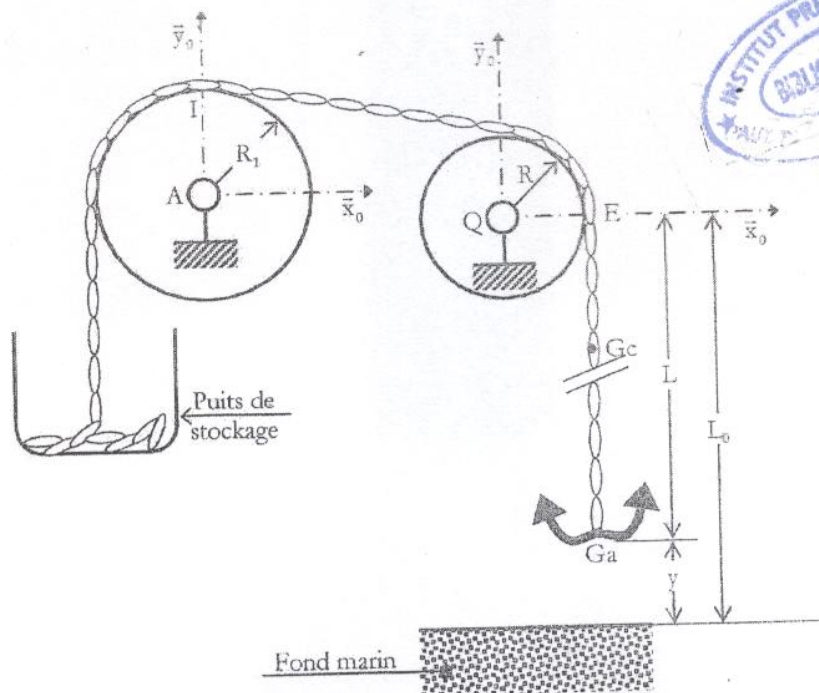


Figure B.6 : Modèle de chargement du barbotin.

### HYPOTHESES

Tout au long de l'étude, on adopte les hypothèses suivantes :

- Toutes les liaisons sont supposées parfaites ;
- L'accélération de la pesanteur est donnée par :  $\vec{g} = -g \vec{y}_0$  ;
- Les masses respectives de la vis (2) et de la roue folle sont négligées.

## PARTIE C : AUTOMATIQUE

### SYSTEME DE POSITIONNEMENT DE L'ANCRE

Un système de positionnement de l'ancre, figure C.1, permet de faire tourner le moteur, à 2 sens de rotation (montée et descente) et à 2 vitesses (vitesse lente et vitesse rapide), afin qu'il pointe l'ancre vers une position désirée (positions basse ou haute). Lorsqu'un changement de place nécessite de passer d'une position à une autre, le système de positionnement fait fonctionner le moteur, en une ou plusieurs commandes électriques up/down [montée/descente].

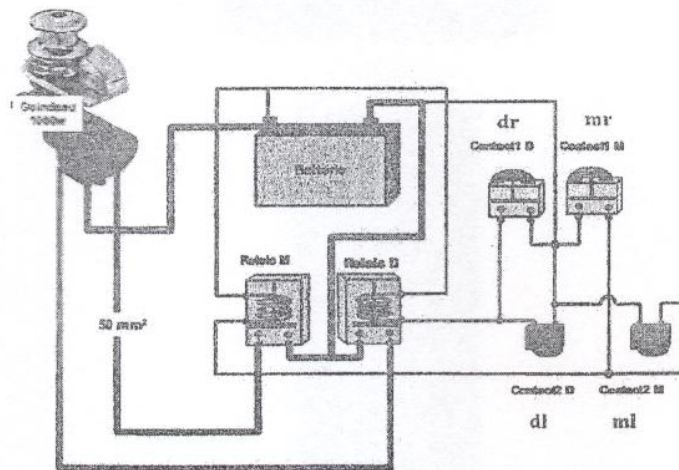


Figure C.1 : Schéma électrique de commande du guindeau.

### C.1 - COMMANDE SEQUENTIELLE DE POSITIONNEMENT DE L'ANCRE

On désire développer un automatisme capable de contrôler la montée et la descente de l'ancre par un moteur bidirectionnel à l'aide de 4 boutons (figure C.2). Le moteur doit pouvoir monter la charge, la descendre ou rester à l'arrêt. Les boutons, « **mr**, **ml** » et « **dr**, **dl** », correspondent respectivement à des commandes de rotation pour la montée rapide et lente (**mr** et **ml**) et la descente rapide et lente (**dr** et **dl**).

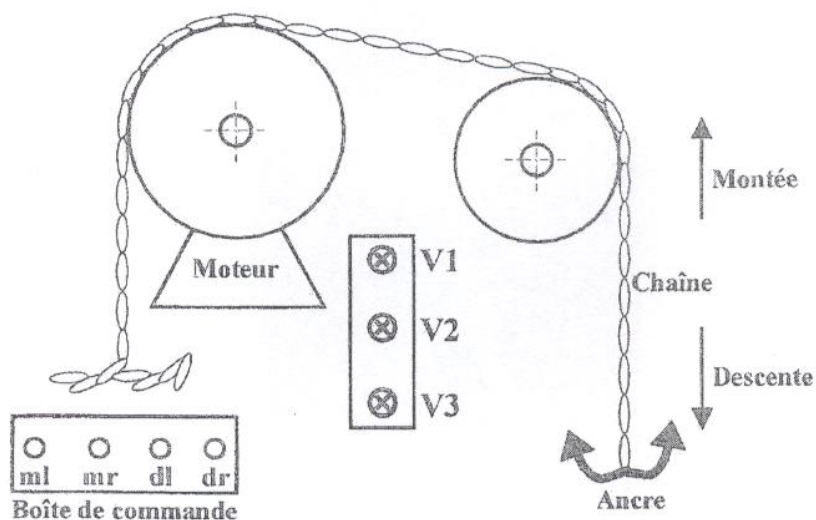


Figure C.2 : Schéma de la commande séquentielle.



Etat initial du système : L'ancre peut être à la position haute signalée par un voyant vert (V1) comme il peut être à l'état bas signalé par un voyant rouge (V2).

La logique de commande est la suivante :

- Si l'ancre est à la position haute, l'appui, en premier lieu, sur le bouton « dl » provoque une descente lente (DL), qui continue pendant 10s même après que le bouton « dl » soit relâché. En second lieu, on démarrera la descente rapide (DR) si « dr » est actionné, qui continue pendant 30s même après que le bouton « dr » soit relâché. Le mouvement de descente est signalé par un voyant orangé (V3).
- Si l'ancre est à la position basse, l'appui, en premier lieu, sur le bouton « ml » provoque une montée lente (ML), qui continue pendant 10s même après que le bouton « ml » soit relâché. En second lieu, on démarrera la montée rapide (MR) si « mr » est actionné, qui continue pendant 30s même après que le bouton « mr » soit relâché. Le mouvement de montée est signalé par le même voyant orangé (V3).

Tableau C.1 : Variables d'entrée et de sortie du système.

Variables d'entrée		Variables de sortie	
dl	Commande descente lente	DL	Action descente lente
dr	Commande descente rapide	DR	Action descente rapide
		ML	Action montée lente
ml	Commande montée lente	MR	Action montée rapide
		V1	Signalisation position haute de l'ancre
mr	Commande montée rapide	V2	Signalisation position basse de l'ancre
		V3	Signalisation montée et descente de l'ancre

## C.2- ETUDE DE L'ASSERVISSEMENT DE VITESSE DE L'ANCRE

L'objectif de cette partie est d'étudier le comportement du système moteur et charge à travers l'asservissement de vitesse de la machine à courant continu.

Dans la première partie, on se propose de modéliser le système dont l'entrée est la tension d'alimentation de l'induit du moteur  $u(t)$  et dont la sortie est la vitesse  $\Omega_1(t)$ . Ensuite, on va étudier les problèmes de stabilité posés par l'asservissement de vitesse de l'ancre et le compromis à trouver entre la stabilité, la précision et la rapidité.

La figure C.3 schématise le dispositif mécanique constitué de l'ancre, de masse  $M_1$ , commandé par un ensemble moto-réducteur à courant continu. Une chaîne est attachée à cette ancre et entraînée par l'intermédiaire du barbotin. Le moteur doit pouvoir tourner dans les deux sens à une vitesse précise fonction de la tension consigne.



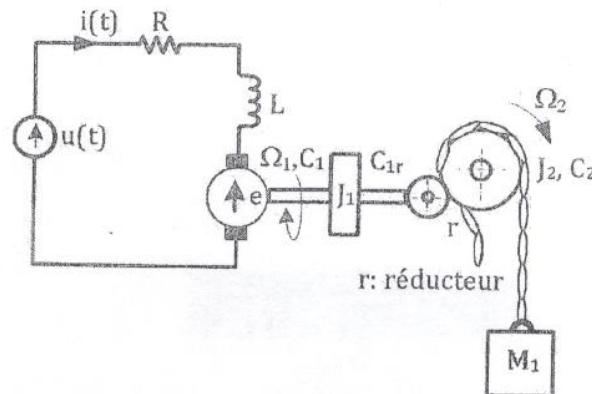


Figure C.3 : Schéma technologique simplifié du système moteur + ancre.

### C.2.1- Modélisation de l'ensemble moteur+charge

Afin de prévoir le comportement de cet ensemble, il s'agit de déterminer un modèle équivalent.

Côté électrique, le comportement du moteur est régi par l'équation différentielle suivante :

$$u(t) = R i(t) + L \frac{d i(t)}{dt} + e \quad (1)$$

Où :  $u$  (en V) est la tension d'alimentation,  $e$  (en V) est la force contre-électromotrice du moteur,  $R$  (en  $\Omega$ ) est la résistance de l'induit,  $L$  (en H) est l'inductance équivalente de l'induit et  $i$  (en A) est le courant dans celui-ci.

Côté mécanique, l'équation relative au moteur est donnée par :

$$C_1(t) - C_{1r}(t) = J_1 \frac{d \Omega_1(t)}{dt} + f_1 \Omega_1(t) \quad (2)$$

Où :  $C_1$  (en Nm) est le couple exercé par le moteur,  $C_{1r}$  est le couple résistant à l'entrée de l'étage de réduction, supposé indépendant de la vitesse  $\Omega_1$  (en rd/s),  $J_1$  (en kg.m<sup>2</sup>) est le moment d'inertie de la partie tournante sur l'arbre du moteur et  $f_1$  (en Nm.s) est le coefficient de frottement visqueux entre les paliers et l'arbre du moteur.

La liaison entre les équations (1) et (2) se fait par les équations électromécaniques du moteur :

$$e = K_0 \Omega_1(t) \quad (3)$$

$$C_1(t) = K_1 i(t) \quad (4)$$

Où :  $K_0$  et  $K_1$  représentent respectivement la constante de vitesse et de couple.

L'équation mécanique relative à la charge est donnée par :

$$C_2(t) - C_r(t) = J_2 \frac{d \Omega_2(t)}{dt} + f_2 \Omega_2(t) \quad (5)$$

Où :  $C_2$  (en Nm) est le couple à la sortie du réducteur,  $C_r$  est le couple de perturbation, supposé indépendant de la vitesse  $\Omega_2$  (en rd/s),  $J_2$  (en kg.m<sup>2</sup>) est le moment d'inertie de la charge et  $f_2$  (en Nm.s) est le coefficient de frottement visqueux de la charge.



L'équation mécanique relative au réducteur est donnée par :

$$C_{1r} \Omega_1 = C_2 \Omega_2 \text{ avec } r = \frac{\Omega_2}{\Omega_1} \quad (6)$$

Où :  $r$  est le rapport de réduction du réducteur.

### Application numérique :

Tableau C.2 : Paramètres caractéristiques de l'ensemble Moteur + Charge

$R = 1.2 \, \Omega$	$K_0 = 0.25 \, \text{V/rad/s}$	$f_r = 1,5625 \, 10^{-3} \, \text{Nm.s}$
$L = 0.2 \, \text{H}$	$K_1 = 0.25 \, \text{Nm/A}$	$r = 20$

L'inertie  $J_2$  de la charge dépend de son mouvement de montée ou de descente, de la masse de l'ancre et de la longueur de la chaîne. Par conséquent, cette inertie peut varier entre une valeur minimale  $J_{2\min}$  et une valeur maximale  $J_{2\max}$ . Dans ce cas, l'inertie  $J_r$  varie entre les deux valeurs suivantes :

$$J_{r\min} = 0.125 \, 10^{-4} \, \text{kg.m}^2 ; J_{r\max} = 0.125 \, 10^{-3} \, \text{kg.m}^2$$

### C.2.2- Asservissement de vitesse du moteur

On s'intéresse à l'asservissement de vitesse du moteur. On souhaite s'assurer que la chaîne fonctionnelle d'asservissement permet de respecter les performances souhaitées en termes de précision, rapidité et stabilité tout en restant peu sensible aux variations de l'inertie de la charge transportée.

Dans ce qui suit, le couple résistant  $C_r$  et le moment d'inertie  $J_r$  valent respectivement :

$$C_r = 0 \text{ et } J_r = 0.125 \, 10^{-3} \, \text{kg.m}^2$$

Le processus est asservi avec un correcteur proportionnel de gain  $R(p) = A > 0$  comme le montre la figure C.4.

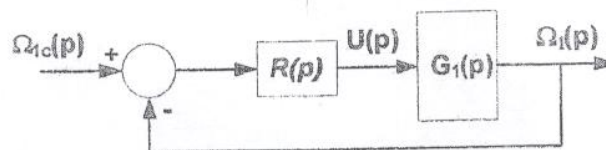


Figure C.4 : Boucle d'asservissement de la vitesse du moteur.



Les questions relatives à la partie C sont explicitées dans le document réponses (pages 13/19 - 19/19)





$$P(\bar{\Sigma} \rightarrow \Sigma/0) = \dots$$

B.3.4- Ecrire l'équation qui découle de l'application du théorème de l'énergie cinétique au système  $\{\Sigma\}$  dans son mouvement par rapport au carter (0),

B.3.5- Sachant, que le rapport de transmission roue et vis est défini par la relation :  $r = \frac{\theta}{\phi} = \frac{\dot{\theta}}{\dot{\phi}}$ , déduire l'expression du couple moteur en fonction des données du problème en régime transitoire ( $\phi$  est une variable dans le temps).

$$C_m = \dots$$

B.3.6- Que devient ce couple lors d'un régime de fonctionnement normal ( $\dot{\phi} = \omega = \text{Cte}$ ).

$C_m =$  .....

B.3.7- En considérant les données numériques suivantes :

$$R_0 = 50 \text{ mm}, R_1 = 45 \text{ mm}, R_2 = 18 \text{ mm}, \beta = 70^\circ, \alpha = 20^\circ,$$

$$r = \frac{3}{56}, L_0 = 25 \text{ m}, \lambda = 2,25 \text{ Kg/m}, M_a = 25 \text{ Kg}, g = 10 \text{ Nm}^2; \omega = 1500 \text{ tr/min}$$

B.3.7.1- Calculer le couple maximal développé par le moteur. A quelle position de l'ancre est-il associé ?

$C_{\text{max}} =$  .....

$\Rightarrow$

$C_{\text{max}} =$  .....

(N.m)

B.3.7.2- Calculer le couple minimal développé par le moteur. A quelle position de l'ancre est-il associé ?

$C_{\text{min}} =$  .....

$\Rightarrow$

$C_{\text{min}} =$  .....

(N.m)

B.3.7.3- Calculer le nombre de tours effectués par l'arbre moteur pour obtenir un levage total de l'ancre.

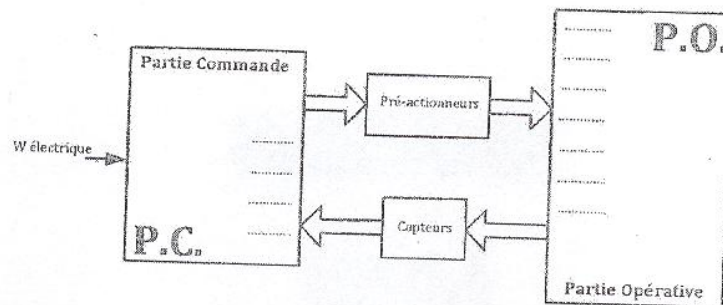
$N =$  .....



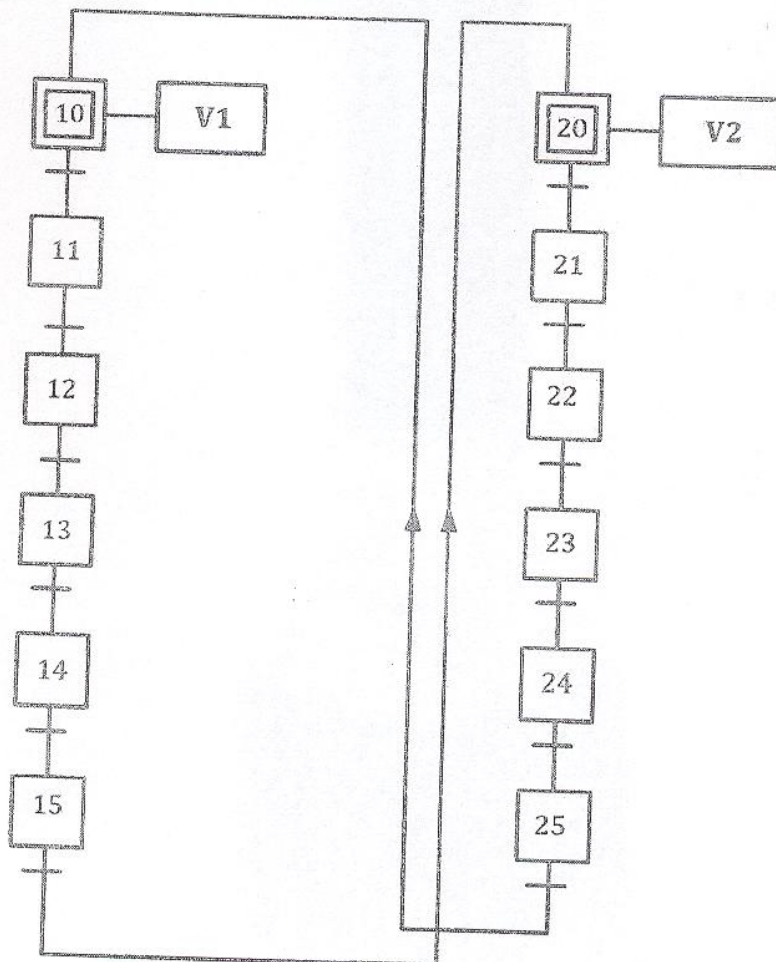
## PARTIE C : AUTOMATIQUE

### C.1- COMMANDE SEQUENTIELLE DE POSITIONNEMENT DE L'ANCRE

C.1.1- Compléter le schéma fonctionnel de l'automatisme.



C.1.2- Compléter le grafcet décrivant le fonctionnement du système.



Grafcet du système de positionnement de l'ancre



**C.2- ETUDE DE L'ASSERVISSEMENT DE POSITION DE L'ANCRE****C.2.1- Modélisation de l'ensemble moteur+charge**

C.2.1.1- Ecrire les équations de (1) à (6) du système dans le domaine de Laplace en supposant que les conditions initiales sont nulles.

..... (1)	..... (2)
..... (3)	..... (4)
..... (5)	..... (6)

C.2.1.2- Montrer que les équations mécaniques (2), (5) et (6) peuvent se mettre sous la forme suivante :

$$C_1(t) - rC_r(t) = J_r \frac{d\Omega_2(t)}{dt} + f_r \Omega_2(t) \quad (7)$$

Avec :  $J_r = \frac{J_1}{r} + rJ_2$  et  $f_r = \frac{f_1}{r} + rf_2$

.....

.....

.....

.....

.....



.....	
.....	.....

C.2.1.3- Compléter le schéma fonctionnel ci-après par les transmittances manquantes.

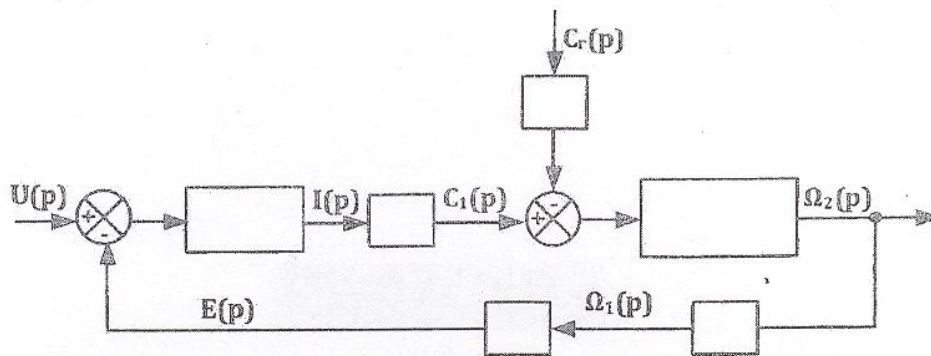
.....

.....

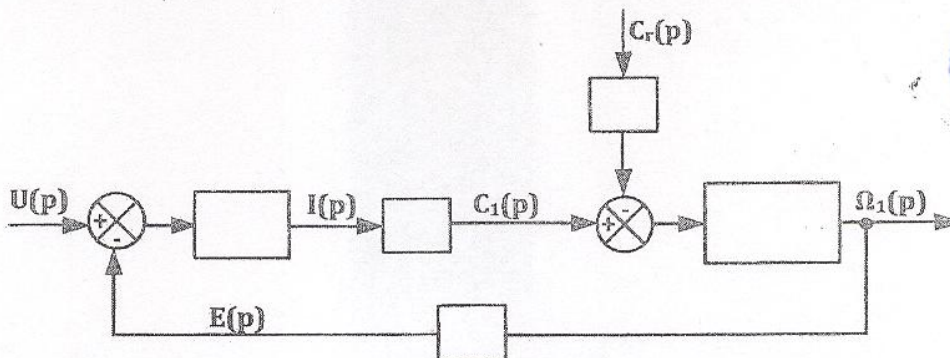
.....

.....

.....



C.2.1.4- Montrer que le schéma fonctionnel de la question C.2.1.3. peut se mettre sous la forme suivante :



C.2.1.5- Montrer que l'expression de la vitesse du moteur en fonction de la tension d'induit et du couple de perturbation  $C_r$  s'écrit :  $\Omega_1(p) = G_1(p) U(p) + G_2(p) C_r(p)$ . En déduire les expressions des fonctions de transfert  $G_1(p)$  et  $G_2(p)$ .



C.2.1.6- En se référant au tableau C.2 du dossier présentation, données et hypothèses, calculer, en fonction de  $J_n$  la fonction de transfert du système  $G_1(p) = \frac{\Omega_1(p)}{U(p)}$  que l'on exprimera sous la forme canonique d'un système du second ordre de gain  $K$ , de coefficient d'amortissement  $m$  et de pulsation propre non amortie  $\omega_0$ .

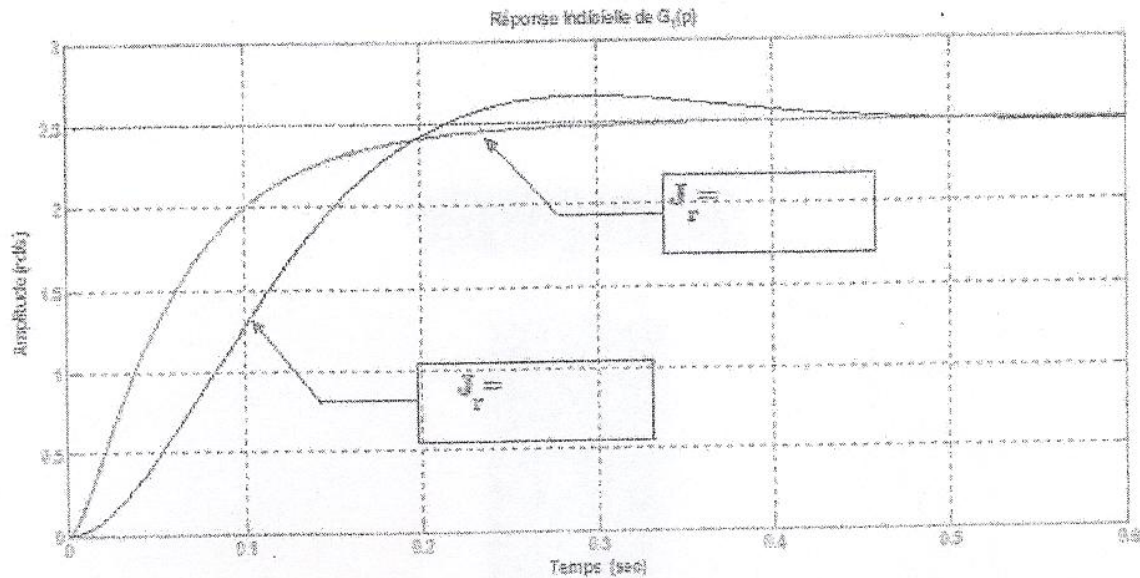
C.2.1.7- En déduire les expressions de  $K$ ,  $m$  et  $\omega_0$ .

C.2.1.8- Calculer, suivant l'inertie  $J_{min}$  ou  $J_{max}$  du système, le coefficient d'amortissement  $m$  et la pulsation propre non amortie  $\omega_0$ .





C.2.1.9- Dans la figure ci-dessous, on donne les réponses indicielles unitaire du système dans les deux cas ( $J_{rmin}$  et  $J_{rmax}$ ). Spécifier la correspondance de chacune des courbes à  $J_{rmin}$  et  $J_{rmax}$ .



C.2.1.10- Déterminer le temps de stabilisation à  $\pm 5\%$  correspondants. Conclure sur l'effet de  $J_r$ .

.....

.....

Conclusion

.....



## C.2.2- Asservissement de vitesse du moteur

C.2.2.1- Calculer l'expression de la fonction de transfert en boucle ouverte  $T(p)$  puis en boucle fermée  $H(p)$ .

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

C.2.2.2- Calculer en fonction de  $A$ , le gain statique  $K$ , la pulsation propre non amortie  $\omega_0$  et le coefficient d'amortissement  $m$  du système en boucle fermée.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

C.2.2.3- Déterminer la valeur de  $A$  qui garantit un dépassement  $D(\%) = 16.3 \%$ .

.....

.....

.....



C.2.2.4- Calculer les erreurs statiques de position et de vitesse unitaires en fonction de  $A$ .

.....

.....

.....

.....

Dans la suite, on considère la forme suivante du correcteur :  $R(p) = \frac{A}{p}$  avec  $A > 0$ .

C.2.2.5- Etudier la stabilité du système en boucle fermée en fonction de  $A$ . En déduire la valeur du gain critique  $A_{osc}$  et la période d'oscillation correspondante  $T_{osc}$  du système bouclé.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

C.2.2.6- Peut-on assurer une erreur statique de vitesse unitaire inférieure ou égale à 20% ?

[illegible]