REPUBLIQUE TUNISIENNE
Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique

Concours Nationaux d'Entrée aux Cycles de Formation d'Ingénieurs
Session 2016

الجمهورية التونسية
وزارة التعليم العالي والبحث العلمي
المناظرات الوطنية للدخول
إلى مراحل تكوين المهندسين
دورة 2016

Concours Mathématiques et Physique
Corrigé de l'épreuve de Physique

Problème 1 (55pts)

I- Etude d'un doublet (12.5pts)

1.	$\boxed{\vec{p} = q\overrightarrow{NP} = 2aq\vec{u}_z}$ L'unité en SI est le coulomb-mètre (C.m).	**1** **0,5**
2.	$V(M) = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}(-\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2})$; $\begin{cases} r_1^2 = a^2 + r^2 + 2ar\cos\theta \approx r^2 + 2ar\cos\theta \\ r_2^2 = a^2 + r^2 - 2ar\cos\theta \approx r^2 - 2ar\cos\theta \end{cases}$ $\frac{1}{r_1} = \frac{1}{\left[r^2 + 2ar\cos\theta\right]^{1/2}} \simeq \frac{1}{r}\left(1 - \frac{a}{r}\cos\theta\right)$ $\frac{1}{r_2} = \frac{1}{\left[r^2 - 2ar\cos\theta\right]^{1/2}} \simeq \frac{1}{r}\left(1 + \frac{a}{r}\cos\theta\right)$ $\boxed{V(M) = \frac{p\cos\theta}{4\pi\varepsilon_0 r^2}}$	**2**
3.	-Oz axe Sym. Translation $\vec{E} = \vec{E}(r,\theta)$. -(Oz,M) plan de symétrie : $\vec{E}(M) = E_r(r,\theta)\vec{u}_r + E_\theta(r,\theta)\vec{u}_\theta$ $\vec{E} = \overrightarrow{gradV} = -\frac{\partial V}{\partial r}\vec{u}_r - \frac{1}{r}\frac{\partial V}{\partial \theta}\vec{u}_\theta$, soit : $\vec{E} = \frac{2p\cos\theta}{4\pi\varepsilon_0 r^3}\vec{u}_r + \frac{p\sin\theta}{4\pi\varepsilon_0 r^3}\vec{u}_\theta$	**0,5** **1**
4.	$\vec{E}_d \wedge \overrightarrow{d\ell} = \vec{0}$ $\frac{2\cos\theta}{\sin\theta} = \frac{dr}{rd\theta} \Rightarrow Ln\, r = 2Ln\lvert\sin\theta\rvert$, soit : $\boxed{r = r_0\sin^2\theta}$ Equation des surfaces équipotentielles : $V = Cte \Rightarrow \boxed{r = r_0'\sqrt{\lvert\cos\theta\rvert}}$	**1** **1**
5.	$\boxed{W_e = -\frac{q^2}{4\pi\varepsilon_0 a}}$	**1**
6.1	$\vec{R} = \vec{F}_N + \vec{F}_P = -q\vec{E}_0 + q\vec{E}_0 \Rightarrow \boxed{\vec{R} = \vec{0}}$ Le dipôle est donc soumis à un couple de force.	**1** **0,5**
6.2	$\vec{\Gamma}_{/O} = \overrightarrow{ON} \wedge \vec{F}_N + \overrightarrow{OP} \wedge \vec{F}_P = -q(\overrightarrow{ON} - \overrightarrow{OP}) \wedge \vec{E}_0$ $\boxed{\vec{\Gamma}_{/O} = \vec{p} \wedge \vec{E}_0}$	**1**
6.3	$E_p = -qV_N + qV_P = q(V_P - V_N) = -q\int_N^P \vec{E}_0 . \vec{dl}$, soit : $\boxed{E_p = -\vec{p}.\vec{E}_0}$	**1**
6.4	$\frac{dE_p}{d\psi} = pE_0\sin\psi = 0 \Rightarrow \begin{cases} \psi = 0 \Rightarrow \text{énergie minimale, donc stable} \\ \psi = \pi \Rightarrow \text{énergie maximale, donc instable} \end{cases}$	**1**

II	**Etude de la molécule de dioxyde de carbone en régime statique(10,5pts)**	
7.1	$W_e=\frac{1}{2}\sum_{i=1}^{3}q_i V_i=\frac{1}{2}(q_1V_1+q_2V_2+q_3V_3)=\frac{-q}{2}(V_1-2V_2+V_3)$ $V_1=V_3=-\frac{q}{8\pi\varepsilon_0 a}+\frac{2q}{4\pi\varepsilon_0 a}=\frac{3q}{8\pi\varepsilon_0 a}$ $V_2=-\frac{2q}{4\pi\varepsilon_0 a}$ $\boxed{W_e=-\frac{7q^2}{8\pi\varepsilon_0 a}}$ C'est une énergie attractive assurant la cohésion de la molécule.	2 0.5
7.2	$\boxed{W_e=-2{,}7\text{ eV}}$	1
8.1	$\vec{p}(CO_2)=\vec{p}_1+\vec{p}_2=qa\,\vec{u}_z-qa\,\vec{u}_z=\vec{0}$ $(\vec{p}_1=qa\,\vec{u}_z\;;\vec{p}_2=-qa\,\vec{u}_z)$	1
8.2	H_2O, HCl et NH_3 ont un moment dipolaire non nul puisque leurs centres de gravité des charges positives et négatives ne coïncident pas.	1,5
9.	$V(M)=\frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{2}{r}-\frac{1}{r_1}-\frac{1}{r_2}\right)$	1
10.1	$E_r=\frac{3q^2a^2}{4\pi\varepsilon_0 r^4}(1-3\cos^2\theta)$; $E_\theta=\frac{-3q^2a^2}{4\pi\varepsilon_0 r^4}\sin 2\theta$	2
10.2	* $\theta=\frac{\pi}{2}$, $V(M)=\frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{2}{r}-\frac{1}{\sqrt{r^2+a^2}}-\frac{1}{\sqrt{r^2+a^2}}\right)$ $V(M)\simeq\frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{2}{r}-\frac{2}{r}\left(1-\frac{a^2}{2r^2}\right)\right)$ $V(M)=\frac{q^2a^2}{4\pi\varepsilon_0 r^3}$ □	1 0,5
	III Interaction de la molécule CO_2 avec une onde électromagnétique (6,5pts)	
11.	$\underline{\vec{E}}(x,t)=E_0e^{-k_2x}\,e^{i(\omega t-k_1x)}\vec{u}_z$	1
12.1	$[\beta_0]=L^{-1}$ (β_0 est l'inverse d'une longueur).	0.5
12.2	$I\sim\left(E_0e^{-k_2x}\right)^2\sim E_0^2e^{-2k_2x}=I_0e^{-\beta_0x}$, soit : $\boxed{\beta_0=2k_2}$ $k_2=n_2\frac{\omega}{c}=\frac{\beta_0}{2}$, soit : $\boxed{\beta_0=\frac{2n_2\omega}{c}}$	1 0,5
12.3	$I=I_0e^{-\beta_0L}=\frac{I_0}{10}$, soit : $\boxed{\beta_0=\frac{Log10}{L}}$ A.N : $\boxed{\beta_0=2{,}3.10^{-4}m^{-1}}$	1,5
12.4	$\boxed{k_2=\frac{\beta_0}{2}=1{,}15\ \ 10^{-4}\text{m}}$ $\boxed{n_2=\frac{c\beta_0}{2\omega}=\frac{\lambda\beta_0}{4\pi}=7{,}9\ 10^{-11}}$	1 1
	IV- L'effet de Serre	
IV-1.	**Equilibre radiatif de la Terre sans atmosphère (8 ,5pts)**	
13.	Un corps noir est un corps qui absorbe l'intégralité du rayonnement électromagnétique qu'il reçoit.	1
14.	$\varphi_S=\sigma T^4$ où σ est la constante de Stefan.	1
15.1	La puissance émise par le soleil est : $\boxed{P_S=\sigma T_S^4\times 4\pi R_S^2}$ A.N: $\boxed{P_S=3{,}867.10^{26}\text{ W}}$. $\boxed{\varphi_0=\frac{P_S}{4\pi d^2}}$	1 1+1

15.2	$\varphi_S = \frac{P_S}{4\pi d^2}\left(\frac{\pi R_T^2}{4\pi R_T^2}\right)$ $\boxed{\varphi_S = \frac{P_S}{16\pi d^2} = \frac{\varphi_0}{4}}$ A.N : $\boxed{\varphi_S = 342\mathrm{W.m^{-2}}}$	**1+0.5**
15.3	$\varphi_S = \sigma T_T^4$, soit : $T_T = \left(\frac{\varphi_S}{\sigma}\right)^{\frac{1}{4}}$. A.N : $\boxed{T_T = 278,6\mathrm{K}}$ Comparée à la réalité, cette valeur de T_T est trop basse.	**1 +0.5** **0.5**
IV-2.	**Modèle parfait de l'effet de serre atmosphérique (8pts)**	
16.1	Bilan radiatif pour l'atmosphère : $\varphi_T = \sigma T_T^4 = 2\varphi_a = 2\sigma T_a^4$ Bilan radiatif pour la terre : $\varphi_S + \sigma T_a^4 = \sigma T_T^4$ $\boxed{T_a = \left(\frac{\varphi_S}{\sigma}\right)^{\frac{1}{4}} = 278,6\mathrm{K}}$; $\boxed{T_T = (2)^{\frac{1}{4}} T_a = 331,3\mathrm{K}}$ Comparée à la réalité cette valeur de T_T est trop élevée.	**1** **1** **1+1** **0.5**
16.2	$\boxed{\varphi_{S_1} = (1-0,225)\varphi_S}$ A.N : $\boxed{\varphi_{S_1} = 265\mathrm{W.m^{-2}}}$	**1**
16.3	On refait le même bilan radiatif avec le nouveau flux surfacique φ_{S_1} : $\boxed{T_a = \left(\frac{\varphi_{S_1}}{\sigma}\right)^{\frac{1}{4}} = 261,5\mathrm{K}}$; $\boxed{T_T = (2)^{\frac{1}{4}} T_a = 311\mathrm{K}}$ On constate une nette amélioration de la valeur de T_T.	**1+1** **0.5**
IV-3.	**Modèle plus réaliste de l'effet de serre atmosphérique (7,5pts)**	
17.	Equations traduisant les équilibres radiatifs : -Pour la terre : $(1-\alpha)\varphi_{S_1} + \varepsilon\sigma T_a^4 = \sigma T_T^4$ (1) - Pour l'atmosphère : $\alpha\varphi_{S_1} + \varepsilon\sigma T_T^4 = 2\varepsilon\sigma T_a^4$ (2) car $\beta = \varepsilon$. $T_T = \left(\frac{2-\alpha}{2-\varepsilon}\right)^{\frac{1}{4}}\left(\frac{\varphi_{S_1}}{\sigma}\right)^{\frac{1}{4}}$ A.N : $\boxed{T_T = 287,4\mathrm{K}}$. $T_a = \left[\frac{(\frac{\alpha}{\varepsilon}+1-\alpha)}{2-\varepsilon}\right]^{\frac{1}{4}}\left(\frac{\varphi_{S_1}}{\sigma}\right)^{\frac{1}{4}}$ A.N : $\boxed{T_a = 253,6\mathrm{K}}$	**1** **1** **1+0,5** **2+0,5**
18.	La valeur de la température T_T est très proche de la valeur réelle, ce qui confirme la validité du modèle utilisé. $\boxed{\varphi_T = \sigma T_T^4}$ A.N : $\boxed{\varphi_T = 390\mathrm{W.m^{-2}}}$	**0,5** **0.5+0.5**
IV-4.	**Variation de la température de la terre en fonction de la concentration de CO_2 (1.5pts)**	
19.	Le gaz CO_2 absorbe une partie du rayonnement infrarouge qu'il reçoit de la terre. Par ailleurs une fraction de ce rayonnement absorbée est renvoyée vers la terre d'où l'appellation de gaz à effet de serre.	**0,5**
20.1	$\boxed{\Delta T = 0,53\mathrm{K}}$	**0.5**
20.2	$\boxed{\Delta T = 1,6\mathrm{K}}$	**0,5**

Problème 2 (45points)

I-Préambule (12,5 pts)

1.	$\underline{p}=p_0\,\mathrm{e}^{j(kr-\omega t)} \Rightarrow \dot{\underline{p}}=-j\omega\, p_0\,\mathrm{e}^{j(kr-\omega t)}$ $\quad \ddot{\underline{p}}(t-\frac{r}{c})=-\omega^2 p_0\,\mathrm{e}^{j(kr-\omega t)} \Rightarrow$ $\boxed{\vec{E}=\left[\frac{2\cos\theta}{4\pi\varepsilon_0 r^3}p_0\,(1-jkr)\mathrm{e}^{jkr}\,\vec{u_r}+\frac{\sin\theta}{4\pi\varepsilon_0 r^3}p_0\left(1-jkr-k^2r^2\right)\vec{u_\theta}\right]\mathrm{e}^{j(kr-\omega t)}}$ $\boxed{\vec{B}=-\frac{\mu_0\omega\sin\theta}{4\pi r^2}\left(j+kr\right)p_0\,\mathrm{e}^{j(kr-\omega t)}\,\vec{u_\varphi}}$	1 1
2.1	$r\ll\lambda \Rightarrow r^2k^2\ll rk\ll 1 \Rightarrow$ $\boxed{\underline{\vec{E}}=\left[\frac{2\cos\theta\, p_0}{4\pi\varepsilon_0 r^3}\vec{u_r}+\frac{\sin\theta\, p_0}{4\pi\varepsilon_0 r^3}\vec{u_\theta}\right]\mathrm{e}^{-j\omega t}}$ même expression que celle du dipôle statique. On est donc en régime quasi-stationnaire. $\dot{p}=-j\omega p=-j\omega p_0\, e^{-j\omega t}$ or $d\,\dot{\vec{p}}=Id\vec{l} \Rightarrow \underline{\vec{B}}=\frac{\mu_0 Id\ell\sin\theta}{4\pi r^2}\vec{u_\varphi}=\frac{\mu_0\,\overrightarrow{Id\ell}\Lambda\vec{r}}{4\pi r^3}$ Loi de Biot -Savart	1 0.5 1 0.5
2.2	$r\gg\lambda \Rightarrow r^2k^2\gg rk\gg 1 : \underline{\vec{E}}=-\frac{k^2p_0\sin\theta}{4\pi\varepsilon_0 r}e^{j(kr-\omega t)}\vec{u_\theta}=-\frac{\omega^2p_0\sin\theta}{4\pi\,\varepsilon_0 r\,c^2}e^{j(kr-\omega t)}\vec{u_\theta}$ $\underline{\vec{B}}=-\frac{\mu_0\omega kp_0\sin\theta}{4\pi r}e^{j(kr-\omega t)}\vec{u_\varphi}=-\frac{\omega^2p_0\sin\theta}{4\pi r\varepsilon_0 c^3}e^{j(kr-\omega t)}\vec{u_\varphi}$ $\underline{\vec{E}}\perp\underline{\vec{B}}$ et ils sont $\perp$ à $\vec{k}=\frac{\omega}{c}\vec{u_r}$ de plus $\Vert\underline{\vec{E}}/\underline{\vec{B}}\Vert=c$. Donc la structure de l'onde est dite plane. Comme les champs $\underline{\vec{E}}$ et $\underline{\vec{B}}$ restent localement constantes et l'onde est dite localement plane.	1 1 1 0.5
3.	$\vec{R}(t)=\frac{\vec{E}\wedge\vec{B}}{\mu_0}=\frac{\omega^4p_0^{\,2}\sin^2\theta}{16\pi^2\varepsilon_0\,c^3r^2}\cos^2(kr-\omega t)\vec{u}_r$ $<\vec{R}(t)>=\frac{1}{T}\int_0^T\vec{R}(t)\,dt=\frac{\omega^4p_0^{\,2}\sin^2\theta}{16\pi^2\varepsilon_0\,c^3r^2}\frac{1}{T}\int_0^T\cos^2(kr-\omega t)\vec{u}_r=\frac{\omega^4p_0^{\,2}\sin^2\theta}{32\pi^2\varepsilon_0\,c^3r^2}\vec{u}_r$ $P_m=\oiint_\Sigma\langle\vec{R}\rangle.d\vec{S}=\int_0^\pi\frac{\omega^4p_0^{\,2}\sin^3\theta}{16\pi\varepsilon_0\,c^3}d\theta$, soit : $\boxed{P_m=\frac{\omega^4p_0^{\,2}}{12\pi\varepsilon_0\,c^3}}$ Cette puissance est la même quelque soit la surface fermée qui entoure le dipôle par conséquent elle doit être indépendante de r.	1 1 1 0.5 0.5
	II- Antenne rectiligne	
II-1	**Etude du cas général (8pts)**	
4.	A t=0 $I(z,0)=I_0(1-\frac{\lvert z\rvert}{\ell})$ pour $z=\pm\ell \Rightarrow I(\pm\ell)=0$ on a donc deux nœuds ; pour $z=0$,on a $I(0)=I_0$,donc un ventre.	1

5.	$\overrightarrow{dE}=\dfrac{\sin\theta}{4\pi\varepsilon_0}\dfrac{d\ddot{p}(t-\frac{r}{c})}{rc^2}\overrightarrow{u_\theta}$ or $d\ddot{p}(t-\dfrac{r}{c})=\dfrac{\partial I(t-\frac{PM}{c})}{\partial t}dz$ Donc $\overrightarrow{dE}=\dfrac{\sin\theta}{4\pi\varepsilon_0 rc^2}\left[\dfrac{\partial}{\partial t}I(t-\dfrac{PM}{c})\right]dz\overrightarrow{u_\theta}$	1,5
6.	Onde plane $\vec{B}=\dfrac{E}{c}\overrightarrow{u_\varphi}=-\dfrac{I_0\sin\theta\sin^2(\frac{\omega\ell\cos\theta}{2c})}{\pi\varepsilon_0 r\ell c\omega\cos^2\theta}\sin\omega(t-\dfrac{r}{c})\overrightarrow{u_\varphi}$	1
7.	$\boxed{\vec{R}(t)=\dfrac{\vec{E}\wedge\vec{B}}{\mu_0}=\dfrac{I_0^2c\sin^2\theta\sin^4(\frac{\omega\ell\cos\theta}{2c})}{\varepsilon_0(\pi r\ell\omega)^2\cos^4\theta}\sin^2\omega(t-\dfrac{r}{c})\overrightarrow{u_r}}$ $\boxed{<\vec{R}(t)>=\dfrac{I_0^2c\sin^2\theta\sin^4(\frac{\omega\ell\cos\theta}{2c})}{2\varepsilon_0(\pi r\ell\omega)^2\cos^4\theta}\overrightarrow{u_r}}$	1 0.5
8.	$P_m=\oiint_\Sigma<\vec{R}(t)>.d\vec{\Sigma}=\int_0^{2\pi}d\varphi\int_0^{\pi}\dfrac{I_0^2c\sin^2\theta\sin^4(\frac{\omega\ell\cos\theta}{2c})}{2\varepsilon_0(\pi r\ell\omega)^2\cos^4\theta}r^2\sin\theta\,d\theta$ $\boxed{P_m=\dfrac{I_0^2c}{\pi\varepsilon_0\ell^2\omega^2}\int_0^{\pi}\dfrac{\sin^4(\frac{\omega\ell\cos\theta}{2c})\sin^3\theta}{\cos^4\theta}d\theta}$	2
9.	$\boxed{R_{ray}=\dfrac{2P_m}{I_0^2}=\dfrac{2c}{\pi\varepsilon_0\ell^2\omega^2}\int_0^{\pi}\dfrac{\sin^4(\frac{\omega\ell\cos\theta}{2c})\sin^3\theta}{\cos^4\theta}d\theta}$	1
II-2	**Etude du cas particulier $(\ell\ll\lambda)$(14,5pts)**	
10.	Si $\ell\ll\lambda$ c'est-à-dire $\omega\ell\ll 1$, l'expression de $\vec{E}$ devient : $\vec{E}=-\dfrac{I_0\omega\ell\sin\theta}{4c^2\pi\varepsilon_0 r}\sin\omega(t-\dfrac{r}{c})\overrightarrow{u_\theta}$	2
11.	$R_{ray}=\dfrac{2c}{\pi\varepsilon_0\ell^2\omega^2}\int_0^{\pi}\dfrac{(\frac{\omega\ell\cos\theta}{2c})^4\sin^3\theta}{\cos^4\theta}d\theta=\dfrac{\ell^2\omega^2}{8c^3\pi\varepsilon_0}\int_0^{\pi}\sin^3\theta\,d\theta$ Comme $\omega=\dfrac{2\pi c}{\lambda}$, on obtient : $R_{ray}=\dfrac{2\pi}{3c\varepsilon_0}\left(\dfrac{\ell}{\lambda}\right)^2$ A.N. $\boxed{R_{ray}=0.88\Omega}$	2 1+0,5
12.	$P_m=\dfrac{1}{2}R_{Ray}I_0^2$ **A.N :** $\boxed{P_m=44W}$	1
13.	Pour augmenter la puissance de l'antenne il suffit d'augmenter sa résistance de rayonnement, pour ce faire soit on augmente ℓ soit on diminue λ tout en ayant $\ell\ll\lambda$.	1,5
14.1	Pour $\theta=\dfrac{\pi}{2}$, on a $E_0=\dfrac{I_0\ell}{2\varepsilon_0 r_0 c\lambda}\Rightarrow\boxed{r_0=\dfrac{I_0\ell}{2\varepsilon_0 cE_0\lambda}\simeq 3km}$	2

14.2	Puissance moyenne par unité de surface = $\left\|<\vec{R}(t)>\right\|$ $\left\|<\vec{R}(t)>\right\| = \frac{\left(E_0^{\min}\right)^2}{2\mu_0 c} \Rightarrow E_0^{\min} = \sqrt{2\mu_0 c \left\|<\vec{R}(t)>\right\|}$; $\boxed{E_0^{\min} = 3{,}1.10^{-3}\, Vm^{-1}}$ D'où $\boxed{r_{max} = \frac{I_0 \ell}{2c\varepsilon_0 \lambda E_0^{\min}}}$; $\boxed{r_{max} \simeq 20 km}$	1.5 1 1
14.3	Pour augmenter la portée de l'antenne il faut augmenter sa puissance	1
III	**Antenne circulaire (10pts)**	
15.	Pour obtenir $\vec{E}$ et $\vec{B}$ du dipôle magnétique il suffit à partir du dipôle électrique de remplacer $\ddot{P}(t-\frac{r}{c})$ par $\frac{\ddot{M}(t-\frac{r}{c})}{c}$ et tourner les vecteurs $\vec{u_\theta}$ et $\vec{u_\varphi}$ d'un angle $\frac{\pi}{2}$ autour de $\vec{u_r}$.	2
16.	$\vec{E} = \frac{\mu_0 \sin\theta\, \omega^2 I_0 S \cos(kr-\omega t)}{4\pi r c}\vec{u_\varphi} ; \vec{B} = -\frac{\mu_0 \sin\theta\, \omega^2 I_0 S \cos(kr-\omega t)}{4\pi r c^2}\vec{u_\theta}$ $\boxed{\vec{R}(t) = \frac{\left[\mu_0 \sin\theta\, \omega^2 I_0 S \cos(kr-\omega t)\right]^2}{\mu_0 c(4\pi r c)^2}\vec{u_r} ; <\vec{R}(t)> = \frac{\pi^4 I_0^2 \sin^2\theta}{2r^2\varepsilon_0 c}\left(\frac{a}{\lambda}\right)^4 \vec{u_r}}$ $P_m = \oiint_\Sigma <\vec{R}>.d\vec{\Sigma} = \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^{\pi} \frac{\pi^4 I_0^2 \sin^2\theta}{2r^2\varepsilon_0 c}\left(\frac{a}{\lambda}\right)^4 r^2 \sin\theta\, d\theta = \frac{4\pi^5 I_0^2}{3\varepsilon_0 c}\left(\frac{a}{\lambda}\right)^4$	1 1+0,5 1.5
17.	$P_m = \frac{4\pi^5 I_0^2}{3\varepsilon_0 c}\left(\frac{a}{\lambda}\right)^4 = \frac{1}{2}R_{ray} I_0^2 \Rightarrow \boxed{R_{ray} = \frac{8\pi^5}{3\varepsilon_0 c}\left(\frac{a}{\lambda}\right)^4}$ $\beta = \left(\frac{R_{ray}^m}{R_{ray}^e}\right) \frac{\frac{8\pi^5}{3\varepsilon_0 c}\left(\frac{a}{\lambda}\right)^4}{\frac{2\pi}{3c\varepsilon_0}\left(\frac{\ell}{\lambda}\right)^2} = \frac{4\pi^4\left(\frac{a}{\lambda}\right)^4}{\left(\frac{\ell}{\lambda}\right)^2}$ si $a = \ell$ on obtient $\boxed{\beta = 4\pi^4\left(\frac{a}{\lambda}\right)^2}$	1 1
18.	Pour $\lambda = 20a$, $\beta = 0.97$. Pour $\lambda = 100a$, $\beta = 0.039$ Quand λ augmente R_m devient très petite devant R_e. L'antenne électrique est plus performante car la puissance rayonnée est proportionnelle à la résistance de rayonnement.	2