



## Concours

Mathématiques – Physique & Physique – Chimie

Epreuve de  
**Sciences et Techniques de l'Ingénieur**

**Systèmes Techniques Automatisés**

**Date :** Mardi 30 Mai 2017

**Heure :** 8 H

**Durée :** 3 H

**Barème :** Partie A: 3points

**Partie B:** 10 Points

**Partie C :** 7 points

★ L'épreuve comporte trois parties :

**A - Conception mécanique**

**B - Mécanique des solides indéformables**

**C - Automatique**

★ Le sujet de l'épreuve remis au candidat comporte deux dossiers :

**1<sup>er</sup> "Mise en situation, Données et Hypothèses",**  
avec deux documents techniques DT-01 et DT-02.

**2<sup>ème</sup> "Document Réponses",**  
contenant les questions à traiter.

★ Aucun autre document n'est autorisé.

★ Seules des calculatrices de poche non programmables sont autorisées.

★ Les différentes parties sont indépendantes et doivent être traitées sur le document réponses approprié.

★ Un **seul et unique** document réponses est fourni au candidat et doit être rendu en totalité, à la fin de l'épreuve, même sans réponses.

---

# **Dossier**

## **Mise en situation, Données et Hypothèses**

---

Ce dossier comporte 14 pages :

- ★ Mise en situation : pages de 3 à 6
- ★ Données et hypothèses partie A : page 6
- ★ Données et hypothèses partie B : pages 7 et 8
- ★ Données et hypothèses partie C : pages de 9 à 14

ainsi que deux documents techniques DT-01 et DT-02.



## 1 Mise en situation

La palettisation fait partie des techniques de manutention qui ont connus un développement spectaculaire au cours des trois dernières décennies. Elle consiste à grouper un certain nombre de paquetages sur un support appelé « palette » ; l'opération de groupage est réalisée par un palettiseur.

Actuellement, la palettisation couvre la majorité des secteurs d'activité industrielle. La diversification des produits, les quantités fabriquées et les processus de production ont poussé les constructeurs à inventer et développer une multitude de types de palettiseurs.

Le système proposé à l'étude fait partie des modèles de palettiseurs conçus, fabriqués et commercialisés par l'entreprise SANZ, spécialisée dans la recherche de solutions de conditionnement pour l'industrie (voir DT-01, la figure 1 et le diagramme SADT (figure 2)). L'étude consistera en l'analyse de quelques sous systèmes d'un palettiseur installé sur une ligne de palettisation de sacs de 5 kg garnis de litière pour chats.

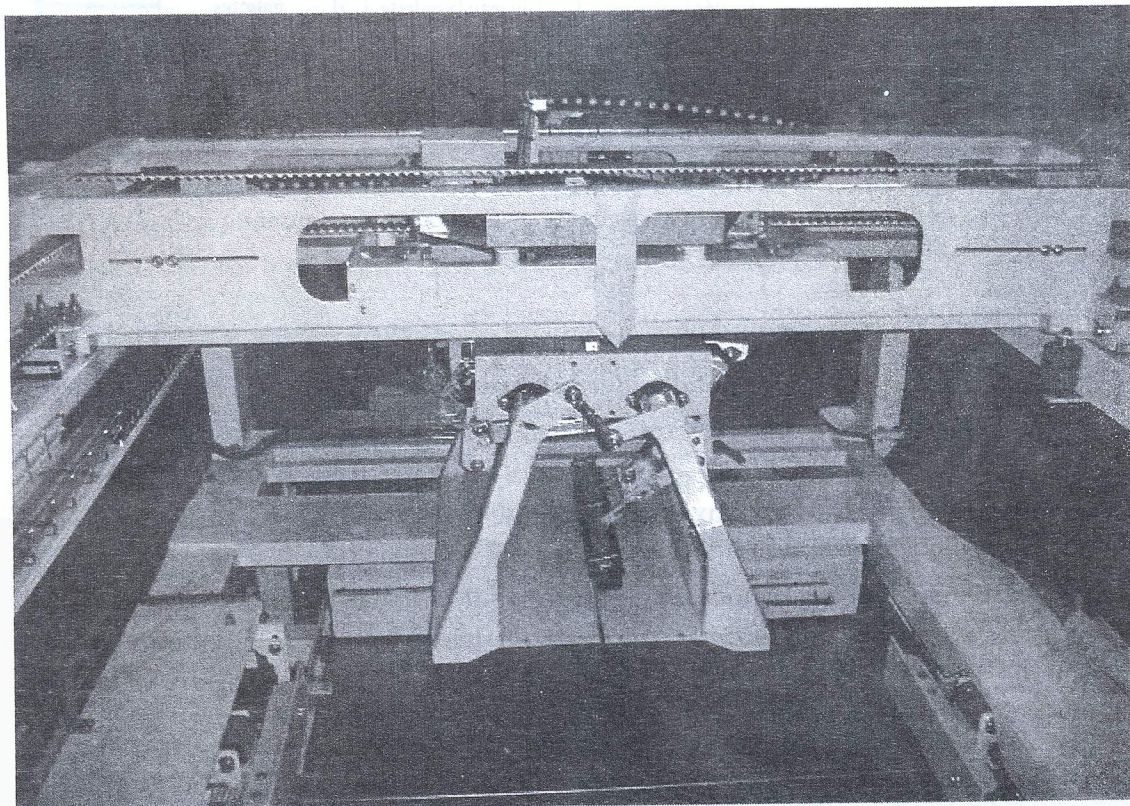


FIGURE 1 – Vue partielle de l'unité de dépose

### 1.1 Description des unités du palettiseur

La palettisation est réalisée avec un ensemble rigidifié par une palette en bois sur laquelle sont posées 10 couches de sacs croisés et regroupés en fardeau. En se basant sur les tâches effectuées, on peut répartir l'espace d'implantation du palettiseur en 8 unités (voir DT-01).



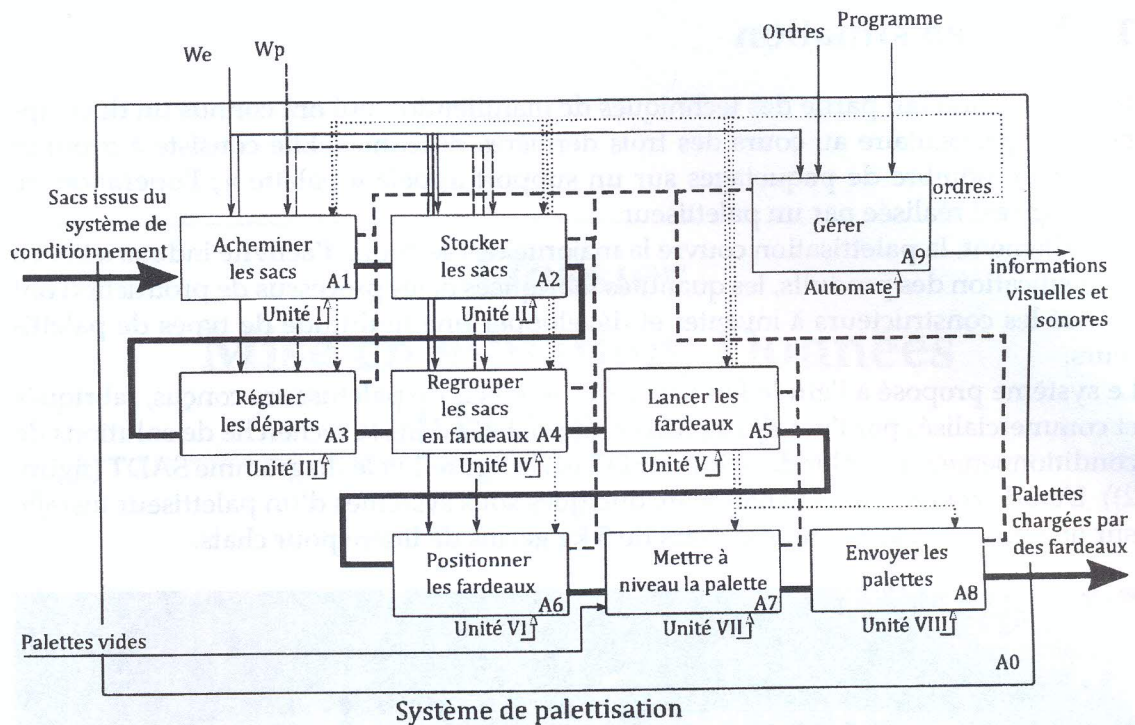


FIGURE 2 – Diagramme SADT niveau A0 du système de palettisation, avec "We" et "Wp" désignent respectivement les énergies électrique et pneumatique

### Remarques

1. L'acheminement des sacs est assuré par un tapis roulant.
2. Le stockage des sacs permet d'éviter le temps morts en aval.
3. Un fardeau est constitué par 2 ou 3 sacs mis côte à côte.
4. Un système gère ces regroupements afin que le tapis lanceur (Unité V) envoie successivement les fardeaux dans la tête de dépose (Unité VI) pour que chaque palette soit correctement remplie.
5. La prise et le positionnement d'un fardeau sont assurés par la tête de dépose.  
Après réception d'un fardeau sur ses deux plateaux-pince (dénommés plus simplement pince), la tête se déplace dans un plan horizontal et pivote autour de son axe vertical, afin d'amener le fardeau à la position désirée, au-dessus de la palette (elle-même maintenue en position haute, juste sous la tête de dépose). Il y a ensuite ouverture rapide de la pince (dépose du fardeau) puis retour en position initiale.

### 1.2 Rôle de l'unité de dépose (unité VI)

L'unité de dépose, comme illustre le diagramme des inter-acteurs (figure 3), est l'élément de la chaîne de palettisation qui permet le remplissage d'une palette suivant un ordre bien précis et commandé par l'automate du système.



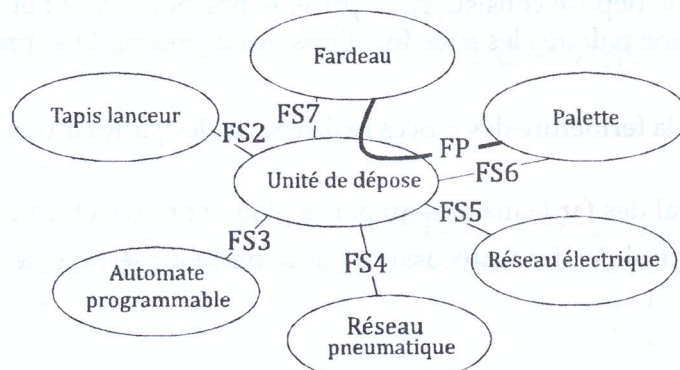


FIGURE 3 – Diagramme des inter-acteurs de la tête de dépose

- 
- FS1 = FP : Déposer le fardeau sur la palette.  
 FS2 : Lancer le fardeau à l'intérieur de la pince.  
 FS3 : Piloter l'unité de dépose et ses composants.  
 FS4 : Alimenter en énergie pneumatique les actionneurs.  
 FS5 : Alimenter en énergie électrique les actionneurs.  
 FS6 : S'adapter à la palette.  
 FS7 : S'adapter à la forme du fardeau.
- 

La tête de dépose (figure 4) fait partie de cette unité VI, et constitue l'élément principal de celle-ci. Elle est suspendue à un portique, comme le montre la figure 1, et elle est constituée :

- d'un caisson faisant office d'un bâti, il est mobile en translation dans le plan horizontal ( $\vec{x}, \vec{y}$ ) et en rotation autour d'un axe vertical  $\vec{z}$ . Ces déplacements sont pilotés grâce à des ensembles formés de motoréducteurs et de systèmes poulie courroie,
- de trois vérins pneumatiques (V1), (V2) et (V3),
- de pattes d'ouverture-fermeture de la pince,
- d'une plaque de rive gauche pour le calage des fardeaux (celle de droite étant inutile dans ce cas d'utilisation du système, elle n'est donc pas représentée).

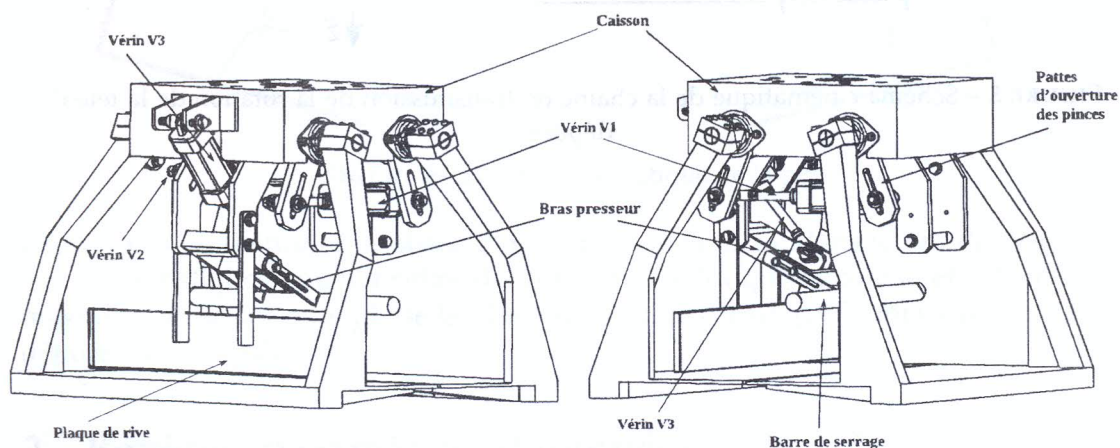


FIGURE 4 – Tête de dépose



Le rôle de la tête de dépose consiste en la prise, le positionnement et la mise en place des fardeaux sur une palette : les sous fonctions de cet ensemble se présentent comme suit :

- i) l'ouverture et la fermeture des pinces réalisées par les pattes d'ouverture et le vérin (V1),
- ii) le calage latéral des fardeaux obtenu par la plaque de rive et le vérin (V2),
- iii) le serrage vertical des fardeaux assuré par la barre de serrage, le bras presseur et le vérin (V3).

## Partie A Conception mécanique

Cette partie comporte deux volets :

- (i) l'analyse de la structure et des fonctions des composants de l'unité de dépose,
- (ii) l'analyse technique de la chaîne de transmission assurant l'entraînement en rotation de la tête de dépose illustrée par le document technique DT- 02 et le schéma cinématique de la figure 5, où les ensembles 00, 01, 02 et 03 représentent des groupes de pièces cinématiquement équivalents. Les points  $A_{01}$ ,  $A_{02}$ ,  $A_{03}$ ,  $A_{12}$ ,  $A_{23}$ ,  $B_{02}$  et  $B_{03}$  sont les centres des liaisons mécaniques de ces ensembles.

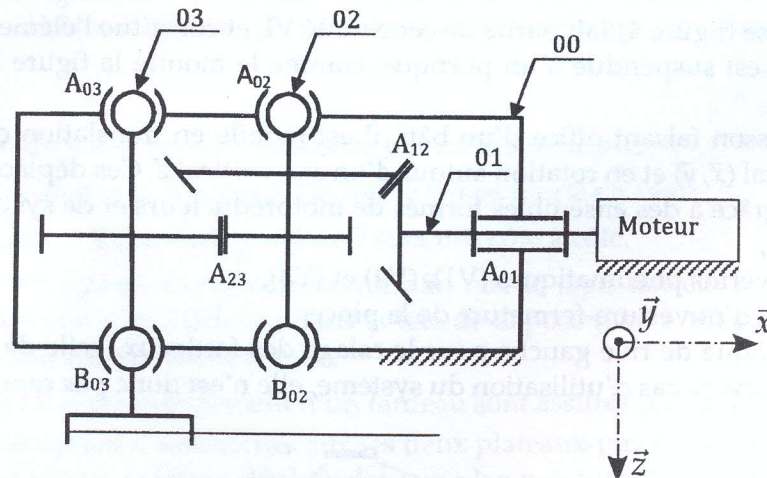


FIGURE 5 – Schéma cinématique de la chaîne de transmission de la rotation de la tête de dépose



## Partie B

### Mécanique des solides indéformables

#### 1 Présentation

Dans cette partie on se propose d'étudier la phase d'ouverture de la pince. Ce système est constitué, comme l'illustre le schéma cinématique (Figure 6), des deux bras (1) et (2) articulés respectivement sur le bâti en  $O$  et en  $A$ . Ces deux bras sont reliés par le vérin (V1). Le corps (3) du vérin (V1) est articulé en  $B$  sur le bras (2) alors que sa tige (4) est articulée en  $C$  au bras (1). Les deux bras sont également articulés respectivement au points  $E$  et  $D$  sur la biellette (5).

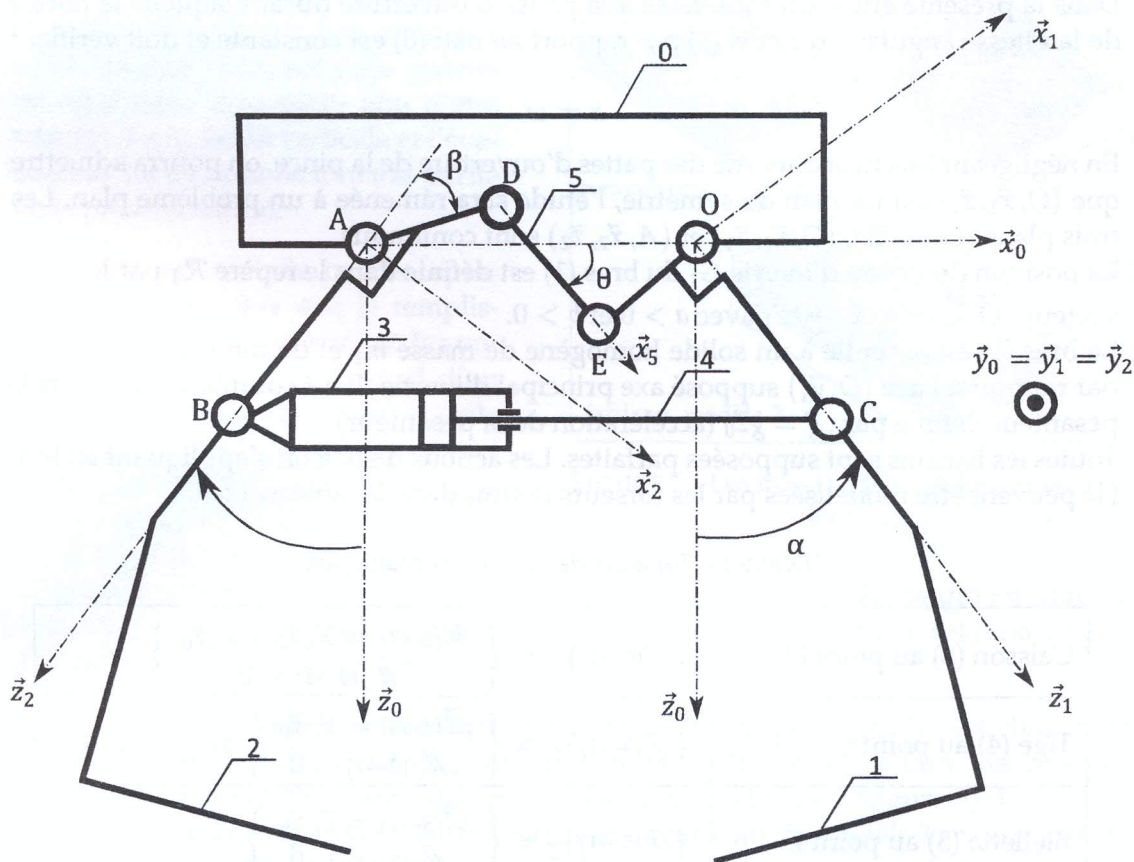


FIGURE 6 – Schéma cinématique de la pince

On se propose d'étudier la phase d'ouverture de la pince dans le but de déterminer les caractéristiques fonctionnelles du vérin (V1) telles que la course et la force réelle maximale. Pendant cette phase les deux translations ainsi que la rotation de la tête de dépose sont bloquées.

#### 2 Repères, paramètres et données

Le caisson (0) jouant le rôle de bâti, est lié au repère  $\mathcal{R}_0(O, \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$ . Ce dernier est supposé galiléen, ayant  $(O, \vec{z}_0)$  pour axe vertical descendant. Le bras (1) est lié au re-



père  $\mathcal{R}_1(O, \vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_1)$ , il est généré par un déplacement angulaire (rotation) autour de l'axe  $(O, \vec{y}_0)$ , ce déplacement est défini par :  $\alpha = (\vec{x}_0, \vec{x}_1) = (\vec{z}_0, \vec{z}_1)$  avec  $\alpha \geq \alpha_0$  (angle minimal autorisé par le mécanisme). Le bras (2) effectue un déplacement angulaire de même amplitude que celui du bras (1) mais de sens opposé. Il est lié au repère  $\mathcal{R}_2(A, \vec{x}_2, \vec{y}_2, \vec{z}_2)$  (voir figure 6).

L'ouverture de la pince est assurée par le vérin (V1) et est contrôlée par le paramètre  $\lambda$ , il est tel que :  $\vec{BC} = (L_0 + \lambda)\vec{x}_0$ . Sachant que  $\alpha_0$  et  $L_0$  sont respectivement la valeur de  $\alpha$  et la longueur du vérin correspondant à la position fermée de la pince.

La longueur de la bielle (5) est fixée à une valeur  $d = \|\vec{DE}\|$ , sa position angulaire est représentée par l'angle  $\theta$  défini par  $\theta = (\vec{x}_0, \vec{x}_5)$ . Les autres caractéristiques dimensionnelles des bras sont exprimées respectivement par les relations :

$$\vec{OA} = -L\vec{x}_0, \vec{OE} = -r\vec{x}_1, AB = OC = R, AD = r \text{ et } \beta = (\vec{AD}, -\vec{z}_2)$$

Dans la présente étude on s'intéresse à la phase d'ouverture durant laquelle la norme de la vitesse angulaire du bras (1) par rapport au bâti (0) est constante et doit vérifier :

$$\dot{\alpha} = \omega$$

En négligeant les effets d'inertie des pattes d'ouverture de la pince, on pourra admettre que  $(O, \vec{x}_1, \vec{z}_1)$  est un plan de symétrie, l'étude sera ramenée à un problème plan. Les trois plans  $(O, \vec{x}_0, \vec{z}_0)$ ,  $(O, \vec{x}_1, \vec{z}_1)$  et  $(A, \vec{x}_2, \vec{z}_2)$  sont confondus.

La position du centre d'inertie  $G_1$  du bras (1) est définie dans le repère  $\mathcal{R}_1$  par le vecteur :  $\vec{OG}_1 = -a\vec{x}_1 + b\vec{z}_1$  avec  $a > 0$  et  $b > 0$ .

Le bras (1) est assimilé à un solide homogène de masse  $m_1$  et de moment d'inertie  $I_1$  par rapport à l'axe  $(O, \vec{y}_1)$  supposé axe principal d'inertie. Il est soumis à l'action de la pesanteur définie par :  $\vec{g} = g\vec{z}_0$  (accélération de la pesanteur).

Toutes les liaisons sont supposées parfaites. Les actions de liaison s'appliquant au bras (1) peuvent être modélisées par les torseurs définis dans le tableau 1 :

TABLE 1 – Torseurs des actions mécaniques

Caisson (0) au point O	$\{\mathcal{T}_{(0 \rightarrow 1)}\}_O = \left\{ \begin{array}{l} \vec{\mathcal{R}}_{(0 \rightarrow 1)} = X_0\vec{x}_0 + Z_0\vec{z}_0 \\ \vec{\mathcal{M}}_{O(0 \rightarrow 1)} = \vec{0} \end{array} \right\}$
Tige (4) au point C	$\{\mathcal{T}_{(4 \rightarrow 1)}\}_C = \left\{ \begin{array}{l} \vec{\mathcal{R}}_{(4 \rightarrow 1)} = F_C\vec{x}_0 \\ \vec{\mathcal{M}}_{C(4 \rightarrow 1)} = \vec{0} \end{array} \right\} \text{ avec } F_C \geq 0$
Biellette (5) au point E	$\{\mathcal{T}_{(5 \rightarrow 1)}\}_E = \left\{ \begin{array}{l} \vec{\mathcal{R}}_{(5 \rightarrow 1)} = F_E\vec{x}_5 \\ \vec{\mathcal{M}}_{E(5 \rightarrow 1)} = \vec{0} \end{array} \right\}$

On précisera enfin que  $a, b, L, L_0, d, r, R$  et  $\beta$  sont des constantes liées à la forme géométrique des bras, alors que  $\lambda, \alpha$  et  $\theta$  sont des paramètres de position (variables) de la pince.



## Partie C Automatique

### 1 Étude séquentielle de la fonction principale FP : Déposer le fardeau sur la palette

Cette partie concerne l'étude de la fonction principale : "Déposer les fardeaux sur la palette". Notons que ces fardeaux sont de trois modèles dont deux ont la même longueur et un troisième plus long comme le précise la figure 7.

La palette à remplir est posée sur un support permettant, sa mobilité verticale en fonction du remplissage, et son évacuation une fois complètement chargée. Une nouvelle palette est alors mise à sa place afin d'être remplie. La mobilité verticale et l'évacuation des palettes ne font pas partie de la présente étude.

La palette est remplie couche après couche. Chaque fois que le remplissage d'une couche est terminé le support portant la palette descend d'un incrément de hauteur égale à celle d'un fardeau suivant la direction  $\vec{z}$  (voir figure 8). La palette n'est animée d'aucun autre mouvement lors du chargement, en effet, le positionnement sur palette des différents fardeaux se fait par la tête de dépose qui est animée de deux mouvements de translation (selon les directions  $\vec{x}$  et  $\vec{y}$ ) et une rotation autour de l'axe  $\vec{z}$  comme le montre la figure 8.

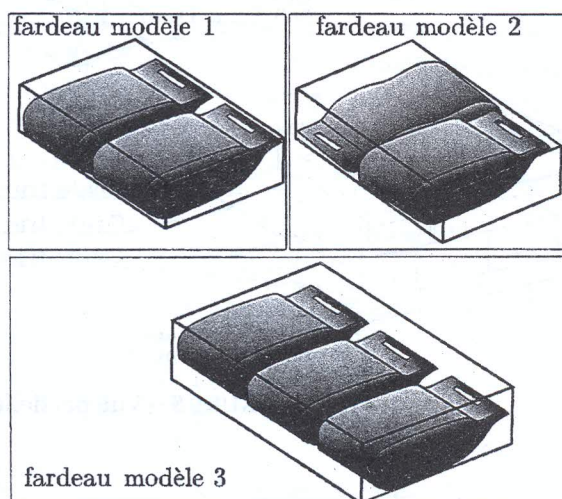


FIGURE 7 – Les trois modèles de fardeaux à palettiser

La disposition des fardeaux sur la palette, à raison de cinq par couche, est choisie de manière à avoir une meilleure stabilité de l'ensemble fini. Pour ce faire, les couches superposées sur la palette sont de deux types : type 1 et type 2 (figure 9). Leur remplissage s'effectue toujours en commençant par un fardeau du modèle 3 ensuite le reste des fardeaux, modèles 1 et 2, seront ajoutés dans l'ordre mentionné sur la figure 9 (c'est à dire dans l'ordre suivant : modèles 3-1-1-2-1).

Le fardeau arrive sur un tapis lanceur permettant de l'éjecter avec une vitesse capable de l'amener directement au milieu de la pince de la tête de dépose. Sa vitesse s'annule une fois qu'il aura percuté la plaque de rive, positionnée en fonction du gabarit de fardeau à recevoir.

On rappelle que la tête de dépose est équipée de trois vérins pneumatiques bistables (figure 10) munis de capteurs de fin de course pour détecter les positions limites du piston :

- vérin V1 pour actionner la fermeture/ouverture de la pince,



- vérin V2 de positionnement de la plaque de rive permettant de s'accommoder aux deux gabarits de fardeaux (voir figure 7),
- vérin V3 assurant le serrage du fardeau contre les plaques de la pince.

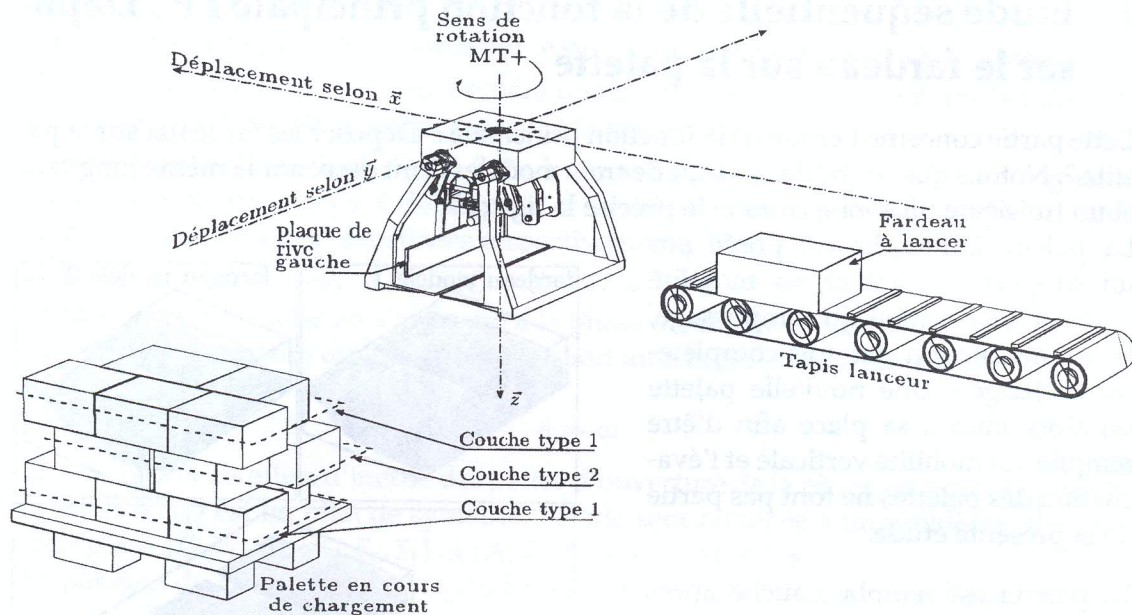


FIGURE 8 – Vue partielle de l'unité de dépose.

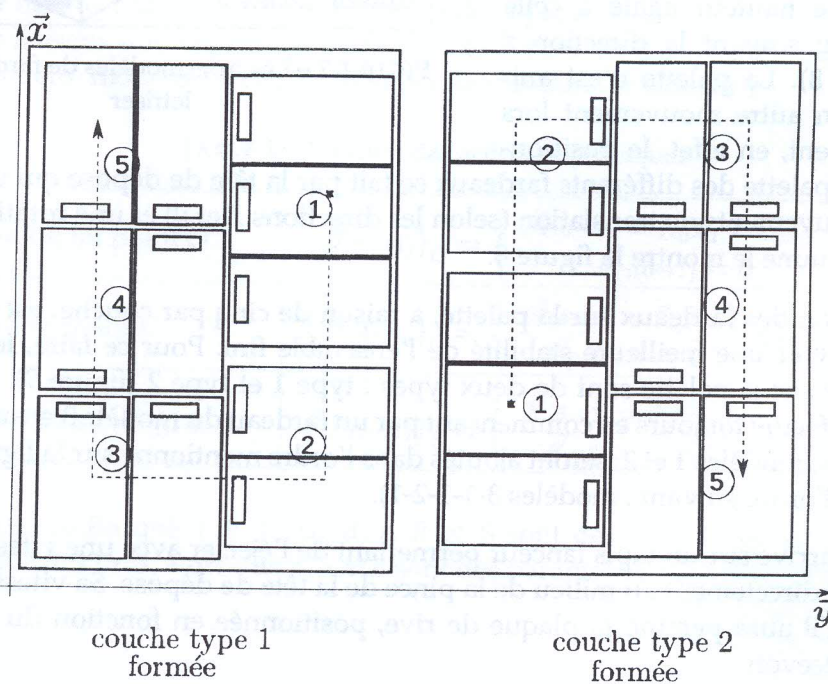


FIGURE 9 – Les deux types de couches à former, les numéros encadrés désignent l'ordre de remplissage pour chaque type.

## Conditions initiales

Le cycle de remplissage de la palette commence par une consigne de départ cycle "Dcy" issue de l'automate à la suite des opérations de préparation et d'ordonnancement des fardeaux. Ainsi, ledit cycle démarre lorsque les conditions suivantes sont satisfaites :

- une palette vide est présente dans la zone de remplissage ( $p = 1$ ),
- la pince est en position fermée,
- le vérin V3 de serrage en position levée.

## Déroulement du cycle

La mise en marche du tapis lanceur à commande monostable "Tap" permet d'envoyer un premier fardeau du modèle 3 à l'intérieur de la pince et au contact de la plaque de rive déclenchant ainsi le capteur  $t_1$  et arrêtant en même temps le tapis lanceur. La plaque de rive étant préalablement positionnée avec le vérin V2 à la position ① (correspondant à  $b = 1$ ) adaptée aux grands fardeaux.

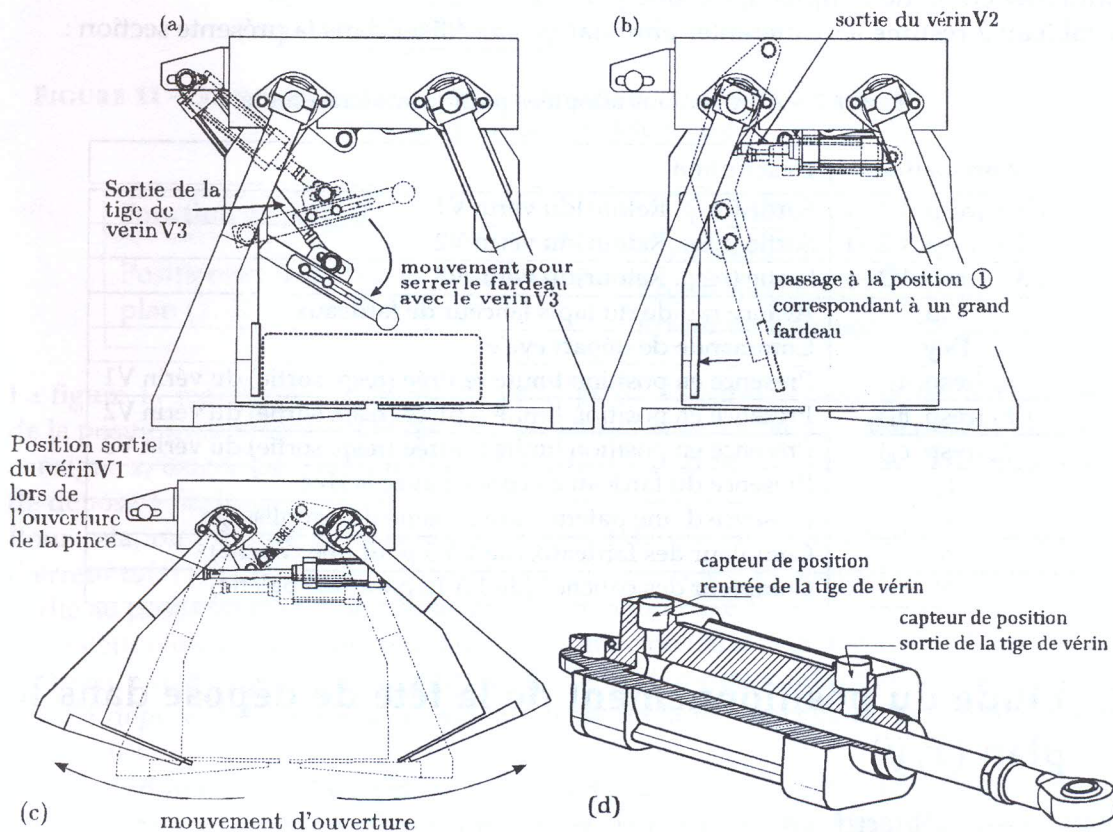


FIGURE 10 – Aperçu partiel de la tête de dépose précisant les mouvements des pièces sous l'action des vérins associés. La figure (d) montre les capteurs de fin de course.

Le vérin de serrage V3 vient ainsi serrer le fardeau  $c_1 = 1$  et lancer simultanément les opérations de rotation de la tête de dépose (rotation autour de l'axe  $\vec{z}$  commandée par les macro étapes M30 et M100) et le mouvement de positionnement en translation ( $\vec{x}, \vec{y}$ ) au-dessus de la palette.



Les macro-étapes M20 (mouvement d'allée de la tête de dépose) et M22 (mouvement de son retour) sont relatives à la commande des mouvements de translation ( $\vec{x}, \vec{y}$ ) de la tête de dépose entre la position de réception des fardeaux et celle de dépose sur palette. Ces macro-étapes M20 et M22 ne seront pas traitées dans la présente étude.

Une fois arrivée au-dessus de la palette, la pince entame son mouvement d'ouverture en même temps que le desserrage du fardeau. Une temporisation de 5 secondes après l'ouverture complète de la pince permet de s'assurer de l'évacuation du fardeau qui va se déposer convenablement à son emplacement sur la palette. La pince se referme et la plaque de rive doit prendre la position ① afin de permettre la réception des petits fardeaux (modèles 1 et 2). L'ensemble tête de dépose doit revenir à la position initiale en translation et en rotation afin de recevoir le nouveau fardeau.

Un compteur  $K$  permet de suivre l'opération de chargement des trois modèles de fardeaux. Ce compteur s'incrémente au fur et à mesure du remplissage et s'initialise en fin de remplissage d'une couche.

Un deuxième compteur  $N$  permet de suivre l'évolution du remplissage des couches et s'initialise en fin de remplissage d'une palette.

Le tableau 2 résume les différentes abréviations à utiliser dans la présente section :

TABLE 2 – Abréviations adoptées pour le système étudié.

Abréviation	Description
V1+ (resp. V1-)	Sortie (resp. Retour) du vérin V1
V2+ (resp. V2-)	Sortie (resp. Retour) du vérin V2
V3+ (resp. V3-)	Sortie (resp. Retour) du vérin V3
Tap	Avance rapide du tapis lanceur de fardeaux
Dcy	Commande de départ cycle
$a_0$ (resp. $a_1$ )	Présence en position limite rentrée (resp. sortie) du vérin V1
$b_0$ (resp. $b_1$ )	Présence en position limite rentrée (resp. sortie) du vérin V2
$c_0$ (resp. $c_1$ )	Présence en position limite rentrée (resp. sortie) du vérin V3
$t_1$	Présence du fardeau en contact avec la rive
$p$	Présence d'une palette vide en zone de remplissage
$K$	Compteur des fardeaux (de 1 à 5 pour une couche)
$N$	Compteur des couches (de 1 à 10 pour une palette)

## 2 Étude du positionnement de la tête de dépose dans le plan ( $\vec{x}, \vec{y}$ )

### — Objectif —

L'étude suivante vise à vérifier les performances d'une structure de commande d'un des deux axes de positionnement de la tête de dépose dans le plan ( $\vec{x}, \vec{y}$ ). Le contrôle des déplacements de celle-ci exige une commande en vitesse et en position avec des performances fixées par le cahier des charges.



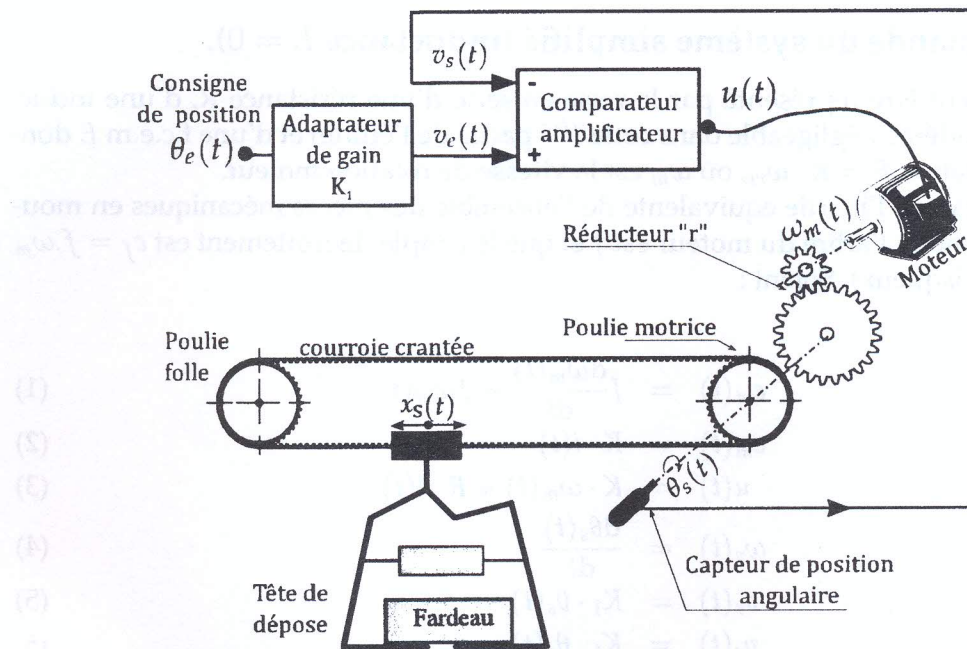


FIGURE 11 – Schématisation de la chaîne de commande d'un moteur de positionnement de la tête de dépose selon l'axe  $\vec{x}$

Fonction de service	Critère	Niveau
Positionner la tête de dépose dans le plan $(\vec{x}, \vec{y})$	Dépassement	nul
	Erreur de position	nulle
	Erreur de traînage	$\leq 10\%$

La figure 11 représente le schéma de principe de l'asservissement et de la régulation de la position selon l'axe  $\vec{x}$ . On désire que celui-ci puisse atteindre une position linéaire consigne  $x_c$  exigée par l'automate en dépit de la variation du poids de l'ensemble «tête de dépose + fardeau».

Pour cela, on propose un schéma de commande qui consiste à utiliser une tension d'erreur  $v_e(t) = v_s(t) - v_c(t)$  amplifiée par un gain  $A$ , à l'entrée d'un moteur à courant continu dédié au positionnement de la tête de dépose selon l'axe  $\vec{x}$ .

Le moteur entraîne une poulie motrice par l'intermédiaire d'un réducteur. Cette poulie est reliée à une courroie sur laquelle on fixe le système de guidage en translation de la tête de dépose de manière à ce que la vitesse de la tête et celle de la courroie soient identiques.

La position linéaire de l'ensemble tête de dépose, notée  $x_s(t)$  que le système cherche à atteindre est reliée à la position angulaire de la poulie motrice par la simple relation  $x_s = \theta_s \cdot d/2$  avec  $d$  diamètre de la poulie motrice. Asservir en position linéaire  $x_s$  revient à asservir la position angulaire de cette poulie motrice  $\theta_s$ . Pour ce faire, un capteur délivrant une tension  $v_s(t)$ , est inséré dans la chaîne traduisant cette position angulaire  $\theta_s$ .



## 2.1 Commande du système simplifié (inductance $L = 0$ ).

Le moteur peut être représenté par la mise en série d'une résistance  $R$ , d'une inductance  $L$  (considérée négligeable dans cette 1<sup>ère</sup> partie de l'étude) et d'une f.c.e.m  $E$  donnée par la relation  $E = K \cdot \omega_m$ , où  $\omega_m$  est la vitesse de rotation moteur.

On supposera que l'inertie équivalente de l'ensemble des pièces mécaniques en mouvement ramenée à l'arbre du moteur est  $J$  et que le couple de frottement est  $c_f = f \cdot \omega_m$  (frottement visqueux). Soient :

$$c_m(t) = J \frac{d\omega_m(t)}{dt} + f\omega_m(t) \quad (1)$$

$$c_m(t) = K \cdot i(t) \quad (2)$$

$$u(t) = K \cdot \omega_m(t) + R \cdot i(t) \quad (3)$$

$$\omega_s(t) = \frac{d\theta_s(t)}{dt} \quad (4)$$

$$v_s(t) = K_1 \cdot \theta_s(t) \quad (5)$$

$$v_e(t) = K_1 \cdot \theta_e(t) \quad (6)$$

$$r = \frac{\omega_s(t)}{\omega_m(t)} \quad (7)$$

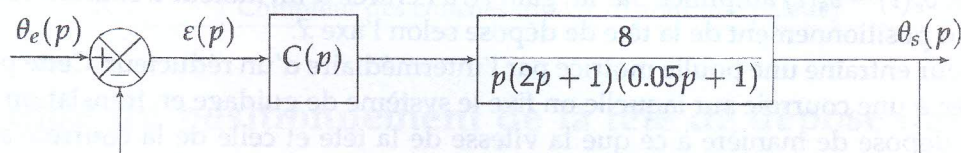
$$u(t) = A \cdot \varepsilon_1(t) \quad (8)$$

$$\varepsilon_1(t) = v_e(t) - v_s(t) \quad (9)$$

**Questions :** Voir document réponses de C.2 à C.13.

## 2.2 Commande du système non simplifié (inductance $L \neq 0$ ).

Les performances obtenues précédemment sont loin d'être satisfaisantes. Nous allons, dans la suite, étudier un choix d'un correcteur permettant d'atteindre les performances exigées. Nous choisissons de travailler sur le système réel prenant en compte son inductance. Le modèle d'asservissement est alors donné par le schéma suivant :



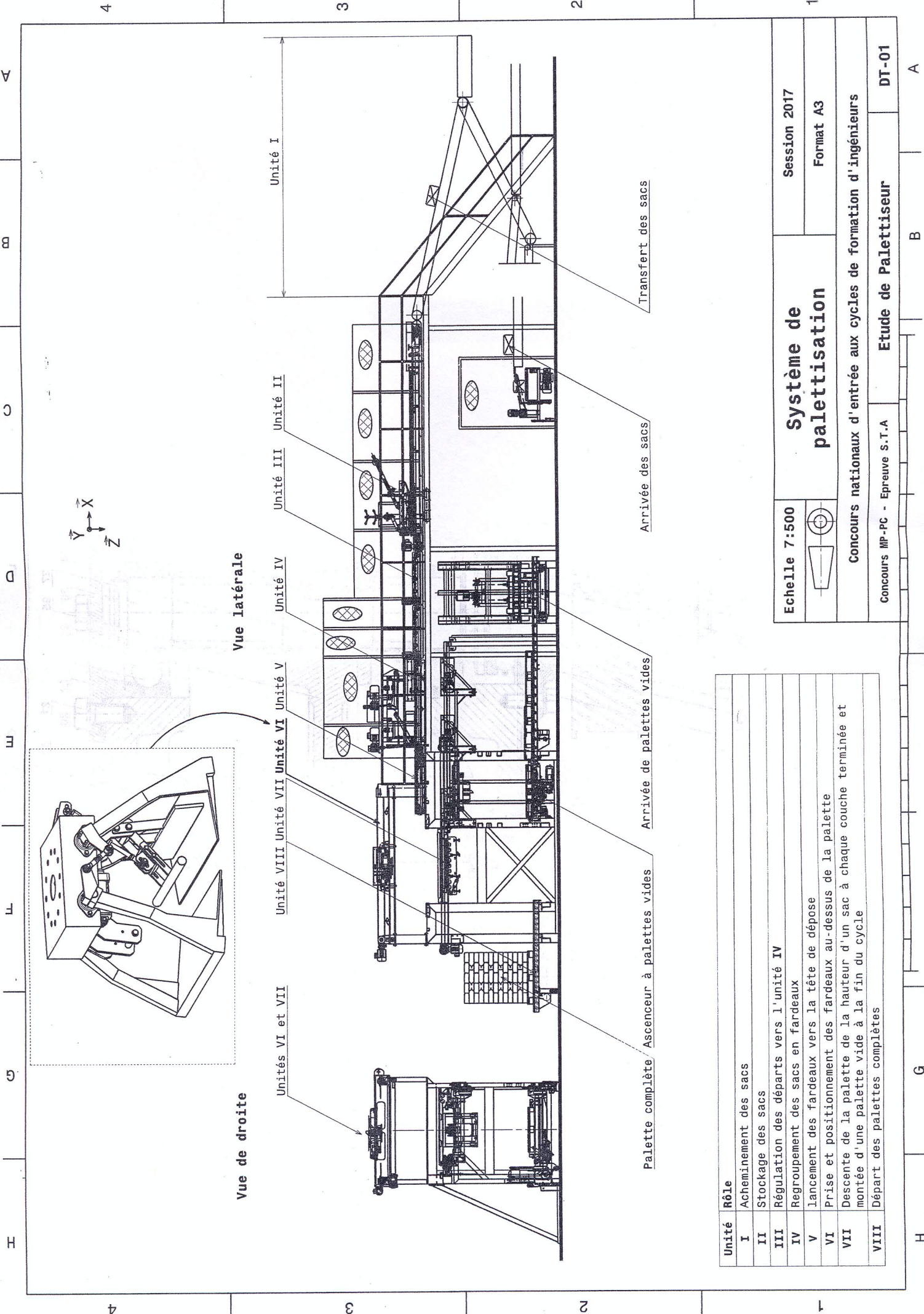
Pour une correction de type proportionnelle,  $C(p) = 6.25$ , une étude fréquentielle du système en boucle ouverte a donné les résultats illustrés sur la table 3.

**TABLE 3** – Résultats de l'analyse fréquentielle de  $T_1(p)$ , la fonction de transfert en boucle ouverte du système.

$\omega(\text{rad/s})$	0.01	0.1	0.5	1.01	3.2	4.9	10	20
$ T_1(j\omega) \text{dB}$	73.7	53.6	36.9	26.9	7.5	0	-13.1	-27.1
$\text{Arg}[T_1(j\omega)](^{\circ})$	-91.2	-102	-137	-157	-180	-188	-204	-223

**Questions :** Voir document réponses de C.14 à C.18.

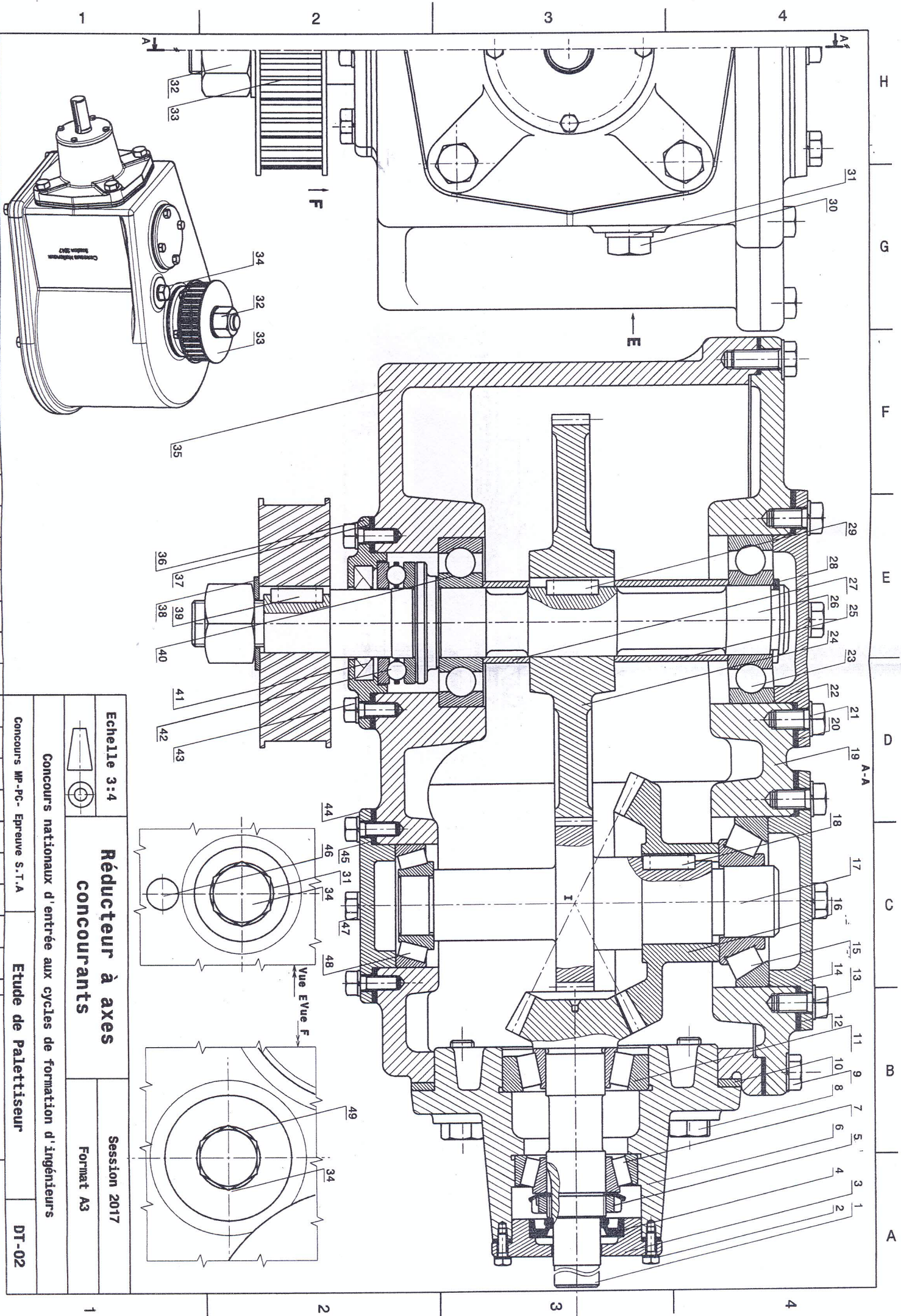




Unité	Rôle
I	Acheminement des sacs
II	Stockage des sacs
III	Régulation des départs vers l'unité IV
IV	Regroupement des sacs en fardeaux
V	Lancement des fardeaux vers la tête de dépose
VI	Prise et positionnement des fardeaux au-dessus de la palette
VII	Descente de la palette de la hauteur d'un sac à chaque couche terminée et montée d'une palette vide à la fin du cycle
VIII	Départ des palettes complètes

Echelle 7:500	Système de palettisation		Session 2017
	Concours nationaux d'entrée aux cycles de formation d'ingénieurs		Format A3
Concours MP-PC - Epreuve S.T.A	Etude de Palettiseur		DT-01





Echelle 3:4

Réducteur à axes  
concurrents

Session 2017

Format A3

Concours nationaux d'entrée aux cycles de formation d'ingénieurs

Concours MP-PC - Epreuve S.T.A

Etude de Palettiseur

DT-02