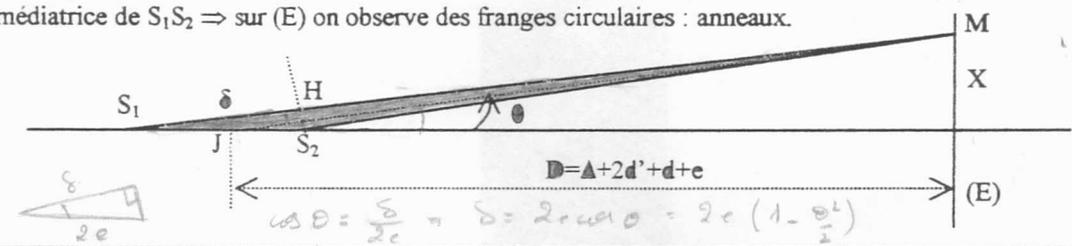
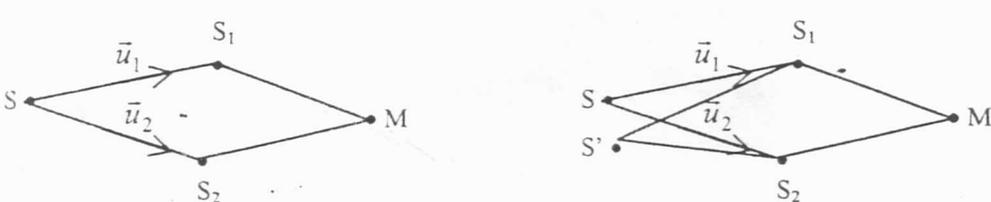


**Corrigé**



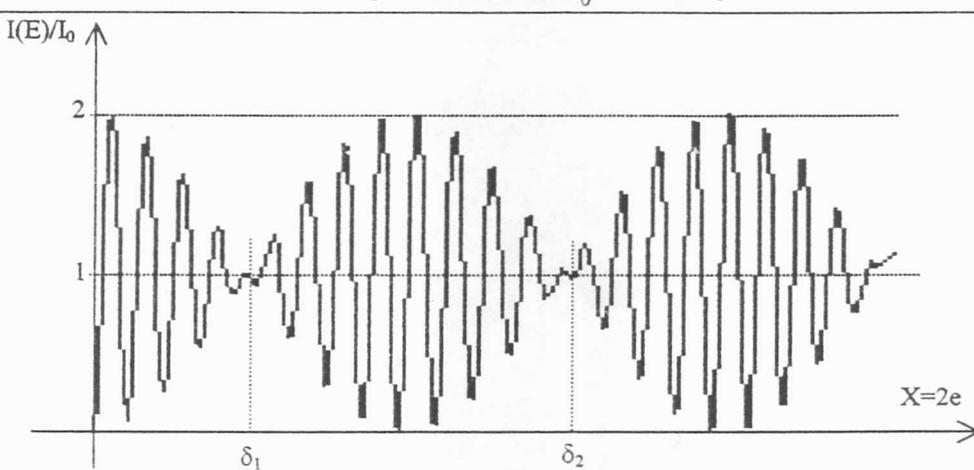
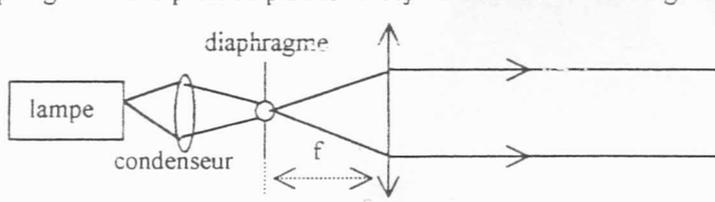
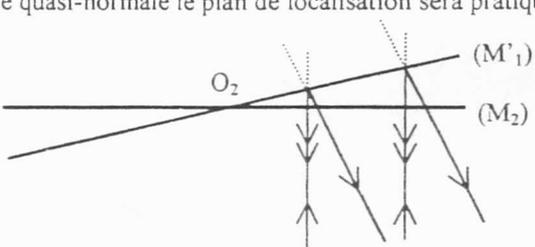
**Problème 1**

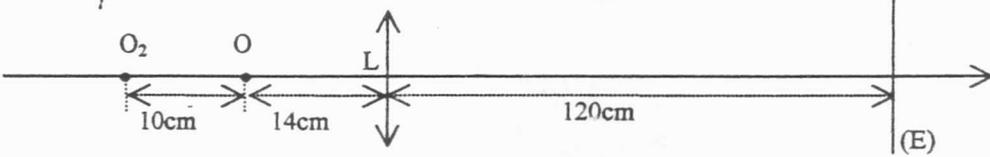
Question		Barème
I-1		
1-a-	<p>Condition de Gauss :</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Objet plan de petites dimensions se trouvant sur l'axe optique du système et perpendiculaire à cet axe.</li> <li>- L'objet n'envoie sur le système optique que des rayons paraxiaux.</li> <li>- Les rayons incidents ont des faibles incidences.</li> </ul>	0,5
		0,5
1-b-	<p>En utilisant la construction géométrique :</p> $\gamma = \frac{AB'}{AB} = \frac{FA'}{FO} = -\frac{FA'}{f} \quad \text{et} \quad \gamma = \frac{AB'}{AB} = \frac{FO}{FA} = \frac{f'}{FA} \Rightarrow \overline{F'A'} \cdot \overline{FA} = -f'^2$	0,5 + 0,5
1-c-	<p>En utilisant la construction géométrique : <math>\gamma = \frac{A'B'}{AB} = \frac{OA'}{OA}</math></p> $(\overline{F'O} + \overline{OA'}) \cdot (\overline{FO} + \overline{OA}) = -f'^2 \Rightarrow \overline{OA'} \cdot \overline{OA} + \overline{OA'} \cdot f' - \overline{OA} \cdot f' = 0$ <p>on trouve <math>\frac{1}{\overline{OA'}} - \frac{1}{\overline{OA}} = \frac{1}{f'}</math></p>	0,25 + 0,75
1-d-	$\frac{1}{\overline{OA'}} - \frac{1}{(\overline{OA'} - D_0)} = \frac{1}{f'} \Rightarrow \overline{OA'}^2 - D_0 \overline{OA'} + f' D_0 = 0 \Rightarrow \overline{OA'} \text{ existe si } D_0^2 - 4f' D_0 \geq 0$ <p>d'où la condition : <math>D_0 \geq 4f'</math>.</p>	01
1-e-	<p>la condition : <math>D_0 \geq 4f'</math> est vérifiée :</p> $\overline{O_1A'} = \frac{D_0 - \sqrt{D_0^2 - 4f' D_0}}{2}, \quad \overline{O_2A'} = \frac{D_0 + \sqrt{D_0^2 - 4f' D_0}}{2} \Rightarrow d_0 = \overline{O_2A'} - \overline{O_1A'} = \sqrt{D_0^2 - 4f' D_0}$ $\Rightarrow f' = \frac{D_0^2 - d_0^2}{4D_0}$ <p>Application : Focométrie des lentilles minces convergentes ( méthode de Bessel).</p>	0,75 + 0,25 + 0,5
2-a-	<p>Les champs sont tangentiels <math>\Rightarrow</math> au plan <math>z=0</math> :</p> $\vec{E}_1 = \vec{E}_2 \quad \text{et} \quad \vec{B}_1 = \vec{B}_2 \Rightarrow \vec{E}_{0i} + \vec{E}_{0r} = \vec{E}_{0t} \quad (1) \quad \text{et} \quad \vec{B}_{0i} + \vec{B}_{0r} = \vec{B}_{0t} \quad (2)$ <p>Onde plane, (2) <math>\Rightarrow \frac{n_1}{c} \vec{u}_z \wedge \vec{E}_{0i} + \frac{n_1}{c} (-\vec{u}_z) \wedge \vec{E}_{0r} = \frac{n_2}{c} \vec{u}_z \wedge \vec{E}_{0t} \Rightarrow n_1 \vec{E}_{0i} - n_1 \vec{E}_{0r} = n_2 \vec{E}_{0t} \quad (2)'</math></p> <p>(1) et (2)' <math>\Rightarrow \vec{E}_{0r} = \frac{n_1 - n_2}{n_1 + n_2} \vec{E}_{0i}</math> et <math>\vec{E}_{0t} = \frac{2n_1}{n_1 + n_2} \vec{E}_{0i}</math> ; <math>\vec{E}_{0r}</math> et <math>\vec{E}_{0t}</math> sont // à <math>\vec{E}_{0i}</math></p>	0,5 + 01
2-b-	$r_{12} = \frac{n_1 - n_2}{n_1 + n_2} ; \quad t_{12} = \frac{2n_1}{n_1 + n_2} ; \quad t_{12} \text{ est un réel strictement positif} \Rightarrow \text{l'onde transmise est toujours en phase avec l'onde incidente.}$ <p><math>r_{12}</math> est un réel qui peut être positif ou négatif <math>\Rightarrow</math> l'onde réfléchie est en phase avec l'onde incidente si <math>r_{12} &gt; 0</math> (<math>\varphi_r - \varphi_i = 0</math> si <math>n_1 &gt; n_2</math>) et en opposition de phase si <math>r_{12} &lt; 0</math> (<math>\varphi_r - \varphi_i = \pi</math> si <math>n_1 &lt; n_2</math>).</p>	0,5 + 0,5
2-c-	$R_{12} = \left( \frac{n_1 - n_2}{n_1 + n_2} \right)^2 ; \quad T_{12} = \frac{4n_1 n_2}{(n_1 + n_2)^2} ; \quad R_{12} + T_{12} = 1 : \text{ traduit la conservation d'énergie dans un milieu non absorbant.}$	0,5+0,5

2-d-	Air-verre : $n_1 = 1$ ; $n_2 = 1,5$ ; $r_{12} = -0,2$ ; $t_{12} = 0,8 \Rightarrow$ l'onde réfléchi est en opposition de phase avec l'onde incidente ( $\varphi_r - \varphi_i = \pi$ ). $R_{12} = 0,04$ $T_{12} = 0,96 \Rightarrow$ l'énergie obtenue par réflexion est très faible.	0,5 +
2-e-	Lames semi réfléchissantes : lames dont l'une des faces est traitée par un dépôt métallique.	0,5
3-a-	Deux vibrations de polarisation parallèle : la vibration résultante $s(M) = (a_1 e^{i\varphi_1} + a_2 e^{i\varphi_2}) e^{j\omega t} = \underline{A} e^{j\omega t}$ $I(M) = \underline{A} \cdot \underline{A}^* \Rightarrow I(M) = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \cos \varphi(M)$ où $\varphi(M) = \varphi_2 - \varphi_1$	01
3-b-	$V = 2 \frac{\sqrt{I_1 I_2}}{I_1 + I_2}$ ; $V \in [0,1]$	0,5
3-c-	Si $I_1 = I_2 = I_0 \Rightarrow V = 1$ , le contraste des franges est maximal.	0,5
II-A-4	L'énergie de chacune des ondes qui viennent interférer sur (E) est $R(1-R) \cdot I_{\text{incid}}$ (01 réflexion + 01 transmission sur (Ls) $\Rightarrow$ la condition $I_1 = I_2$ est satisfaite $\forall R$ , mais pour avoir des ondes d'intensité la plus forte possible il faut que $R(1-R)$ soit maximal $\Rightarrow 1-2R=0 \Rightarrow R=0,5$ .	0,5
5-	Source ponctuelle : On place à la sortie d'un laser une lentille de courte distance focale	0,5
6-	Figure 1	1,5
7-a-	Le Michelson est équivalent à une lame d'air formé par ( $M_2$ ) et ( $M'_1$ ). Schéma simplifiée : Figure 2	0,5
7-b-	$OS_1 = d + 2d' + 2e$ ; $OS_2 = d + 2d'$	01
7-c-	L'axe (OE) est un axe de symétrie de révolution du système ; le plan d'observation est parallèle à une médiatrice de $S_1 S_2 \Rightarrow$ sur (E) on observe des franges circulaires : anneaux.	0,5
		0,5
8-	En utilisant la figure de 7-c : $\delta = 2e \cos \theta \approx 2e(1 - \frac{\theta^2}{2}) \approx 2e(1 - \frac{X^2}{2D^2})$ où $X = EM$ ; $D = JM = d + 2d' + e$ $\delta = \text{cst} \Rightarrow X = \text{constante}$ : les franges sont des anneaux circulaires (symétrie de révolution).	01 0,5
9-	$p_0 = 2e/\lambda$ . A.N. $p_0 = 3160,55$ . L'ordre au centre est maximal. La frange centrale n'est pas totalement sombre ou brillante. On accepte la réponse : frange pratiquement sombre ou une réponse équivalente.	01
10-	$p = \frac{\delta}{\lambda} = p_0(1 - \frac{X^2}{2D^2}) \Rightarrow X_p = D\sqrt{2(1 - \frac{p}{p_0})}$ $D = 50,1 \text{ cm}$ : $p_1 = 3160 \rightarrow X_1 = 0,93 \text{ cm}$ ; $p_2 = 3159 \rightarrow X_2 = 1,57 \text{ cm}$ ; $p_3 = 3158 \rightarrow X_3 = 2,01 \text{ cm}$ ; $p_4 = 3157 \rightarrow X_4 = 2,37 \text{ cm}$ ; $p_5 = 3156 \rightarrow X_5 = 2,68 \text{ cm}$ La distance entre deux anneaux successifs diminue lorsqu'on s'éloigne du centre $\rightarrow$ les anneaux se resserrent en partant du centre.	0,75 0,75 0,5
II-B 11-	Pour un dispositif diviseur d'amplitude, un même rayon incident donne deux rayons qui interfèrent au point M, l'élargissement de la source n'altère pas les interférences. Les franges sont alors localisées sur une surface formée par l'ensemble des points d'intersection des couples de rayons émergents issus d'un même rayon incident. Pour un dispositif diviseur de front d'onde, en général l'élargissement de la source entraîne une diminution du contraste et un brouillage des franges. Si le dispositif possède un plan de symétrie (ex : fentes d'Young, miroirs de Fresnel) le remplacement de la source ponctuelle par une fente infiniment fine perpendiculaire au plan de symétrie augmente la luminosité des interférences sans brouillage. En effet : considérons une source large et un système optique à deux voies :	0,5 0,5
		0,5
	Variation de la différence de marche : $\Delta(\delta) = \delta(S', M) - \delta(S, M) = \overrightarrow{SS'} \cdot (\vec{u}_1 - \vec{u}_2)$ $\Delta(\delta) = 0 \Rightarrow \overrightarrow{SS'} \perp (\vec{u}_1 - \vec{u}_2)$ : systèmes diviseurs de front d'onde ; ou $\vec{u}_1 = \vec{u}_2$ : systèmes diviseurs d'amplitude $\rightarrow$ cas du Michelson.	

$R = \frac{1}{2}$   
 $R + T = 1$   
 $T = 1 - R$   
 $R = \frac{1}{2}$   
 $R = \frac{1}{2}$

12-	<p>Le rôle de (Lc) est de compenser la différence de marche supplémentaire due à la traversée de (Ls).            Figure :</p> <p>(1) traverse 3 fois (Ls) pour arriver en M            (2) traverse 1 fois</p> <p>compensation</p>	01,5
13-	<p>Rayon (1) : pas de réflexion air-verre            Rayon (2) : une réflexion air-verre            d'après I-3-d : <math>\delta_{\text{sup}} = \lambda/2</math></p>	0,5
II-B-1-14-	<p>Pour avoir un grand nombre de franges il faut un grand nombre d'incidence différentes car à chaque incidence correspond une frange. Pour cela l'interféromètre est éclairé directement par une lampe. Souvent on condense le maximum de lumière sur les miroirs pour augmenter la luminosité.</p>	01
15-	Figure 3	01,5
16-	$\delta = 2e \cos i + \lambda/2$ (démonstration)	01,5
17-	<p>les rayons qui interfèrent en un point M de (E) sont // <math>\Rightarrow</math> les franges sont localisées à l'infini <math>\Rightarrow</math> (E) doit être placé dans le plan focal image de (L).  <math>\delta = \text{cst} \Rightarrow i = \text{cst}</math> : les franges sont des anneaux circulaires centrés sur l'axe optique de la lentille.</p>	0,5 0,5
18-	<p>Les rayons linéaires des anneaux sont proportionnelles à <math>f' \Rightarrow</math> on choisit <math>f' = 1\text{m}</math> pour avoir des anneaux plus grands.</p>	0,5
19-	$p = 2e \cos i / \lambda + 1/2$ , $p_0 = 2e / \lambda + 1/2$ A.N. $p_0 = 3663,5$ : l'anneau central est noir.	01
20-	<p><math>I(M) = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \cos \varphi(M)</math> où <math>\varphi(M) = \varphi_2 - \varphi_1</math> ; <math>I_1 = I_2 = I_0/4</math>  <math>\Rightarrow I(M) = \frac{I_0}{2} (1 + \cos(\frac{4\pi e \cos i}{\lambda} + \pi)) = \frac{I_0}{2} (1 - \cos(\frac{4\pi e \cos i}{\lambda}))</math>            allure :</p> <p>Les anneaux se resserrent au fur et à mesure qu'on s'éloigne du centre.</p>	0,75 01 0,25

21- 21-a	<p>Au centre : <math>p_0 = 2e/\lambda + 1/2</math> , kième anneau : <math>p_k = 2e \cos i_k / \lambda + 1/2</math> , la différence : <math>p_0 - p_k = (2e/\lambda)(1 - \cos i_k)</math></p> <p>Pour les faibles incidences :</p> $p_0 - p_k \approx \frac{e}{\lambda} i_k^2 \Rightarrow i_k = \sqrt{\frac{\lambda}{e}(p_0 - p_k)} \Rightarrow r_k = f' \cdot \sqrt{\frac{\lambda}{e}(p_0 - p_k)} = f' \cdot \sqrt{\frac{\lambda}{e}} \cdot \sqrt{k}$	01
21-b	$r_{k+1} - r_k = f' \cdot \sqrt{\frac{\lambda}{e}} \cdot (\sqrt{k+1} - \sqrt{k})$ <p><math>r_{k+1} - r_k</math> diminue lorsque <math>k</math> augmente <math>\Rightarrow</math> on ne peut pas définir une interfrange.</p>	0,5
22-	<p>En suivant une frange d'ordre <math>p</math> donné : <math>e \cos i = \text{cst} \Rightarrow</math> si <math>e</math> diminue, <math>\cos i</math> augmente <math>\Rightarrow i</math> diminue (<math>0 \leq i \leq \pi/2</math>) <math>\Rightarrow</math> l'anneau se rapproche du centre <math>\Rightarrow</math> les anneaux défilent vers le centre.</p> <p>Le nombre total d'anneaux observés sur (E) en dehors du centre est <math>N = (p_0 - p_{\text{max}}) = (2e/\lambda)(1 - \cos i_{\text{max}}) \Rightarrow</math> lorsque <math>e</math> diminue, le nombre <math>N</math> diminue et les rayons des anneaux observés augmentent.</p>	01,5
23- 23-a-	<p>Les deux vibrations sont incohérentes <math>\Rightarrow I(E) = I_{\lambda_1}(E) + I_{\lambda_2}(E)</math> ; en écrivant <math>\lambda_1 \cdot \lambda_2 \approx \lambda_0^2</math></p> $I(E) = \frac{I_0}{2} \left(1 - \cos \frac{4\pi e}{\lambda_1}\right) + \frac{I_0}{2} \left(1 - \cos \frac{4\pi e}{\lambda_2}\right) = I_0 \left(1 - \cos \left(\frac{\pi \Delta \lambda}{\lambda_0^2} x\right) \cdot \cos \left(\frac{2\pi}{\lambda_0} x\right)\right) ; x = 2e$	0,25 0,75
23-b-	 <p><math>\delta_1 = \lambda_0^2 / 2\Delta\lambda</math> ; <math>\delta_2 = 3\lambda_0^2 / 2\Delta\lambda</math> ; <math>\delta_2 - \delta_1 = \lambda_0^2 / \Delta\lambda</math></p>	01
23-c-	<p>Le brouillage est dû à une anti-coïncidence entre les franges données par <math>\lambda_1</math> et celles données par <math>\lambda_2</math> : une frange sombre de l'une coïncide avec une frange brillante de l'autre <math>\Rightarrow</math> sur (E) on observe un éclairage uniforme.</p>	0,5
23-d-	$\delta_2 - \delta_1 = \lambda_0^2 / \Delta\lambda = 2\Delta e \Rightarrow \Delta\lambda = \lambda_0^2 / 2\Delta e$ A.N : $\Delta\lambda = 0,6 \text{ nm}$ $\lambda_2 = \lambda_0 + \Delta\lambda/2$ ; $\lambda_1 = \lambda_0 - \Delta\lambda/2$ A.N $\lambda_1 = 589 \text{ nm}$ , $\lambda_2 = 589,6 \text{ nm}$	0,75 0,75
24-	<p>Diaphragme éclairé placé au plan focal objet d'une lentille convergente.</p> 	0,5 0,5
25-	Figure 4.	01,5
26-	<p>En incidence quasi-normale le plan de localisation sera pratiquement confondu avec (M'1).</p> 	0,5
27-	<p><math>\delta \approx 2e \cos i</math> où <math>e</math> : épaisseur locale. En incidence quasi-normale <math>\delta \approx 2e</math>.</p> <p><math>\delta \approx \text{cst} \Rightarrow e \approx \text{cst} \Rightarrow</math> sur le plan de localisation, il s'agit de franges rectilignes // à l'arête du coin d'air : ce sont des franges d'égale épaisseur.</p>	0,5

<p>28-</p>	<p><math>e_k</math> et <math>e_{k+1}</math> : pour deux franges consécutives de même nature</p> $\alpha \approx \sin \alpha = \frac{e_{k+1} - e_k}{i'} = \frac{\Delta e}{i'}$ $\Delta \delta = \lambda = 2\Delta e \Rightarrow i' = \frac{\lambda}{2\alpha}$ <p style="text-align: center;">A.N <math>i' = 0,546\text{mm}</math></p>	<p>01</p>
<p>29-</p>	<p>(E) doit être conjugué par une lentille convergente avec le plan de localisation des franges (ici <math>(M'_1)</math>)</p>	<p>0,5</p>
<p>30-</p>	<p>On choisit <math>f'_1 = 0,20\text{m}</math> pour ne pas avoir un montage encombrant car la distance entre le plan de localisation des franges et (E) doit être supérieure à <math>4f'</math>.</p>	<p>0,5</p>
<p>31-a-</p>	<p><math> \gamma  = i''/i' \Rightarrow \gamma = -5</math> : image réelle par une lentille convergente (voir préliminaires : 1)</p>	<p>0,5</p>
<p>31-b-</p>	<p>Sens positif : de <math>O_2</math> vers E : <math>\gamma = \frac{\overline{LE}}{\overline{LO_2}} \Rightarrow \overline{LE} = \gamma \overline{LO_2}</math></p> <p>Par application de la relation de conjugaison avec origine au centre L de (L) :</p> $\overline{LO_2} = \frac{1-\gamma}{\gamma} f'_1 \quad \text{et} \quad \overline{LE} = (1-\gamma) f'_1 \quad \text{A.N : } \overline{LO_2} = -24\text{cm} \quad \text{et} \quad \overline{LE} = 120\text{cm}$  <p>D'où : <math>OL = 14\text{cm}</math> et <math>OE = 134\text{cm}</math>.</p>	<p>01</p>

Problème 1:  
Question 6.

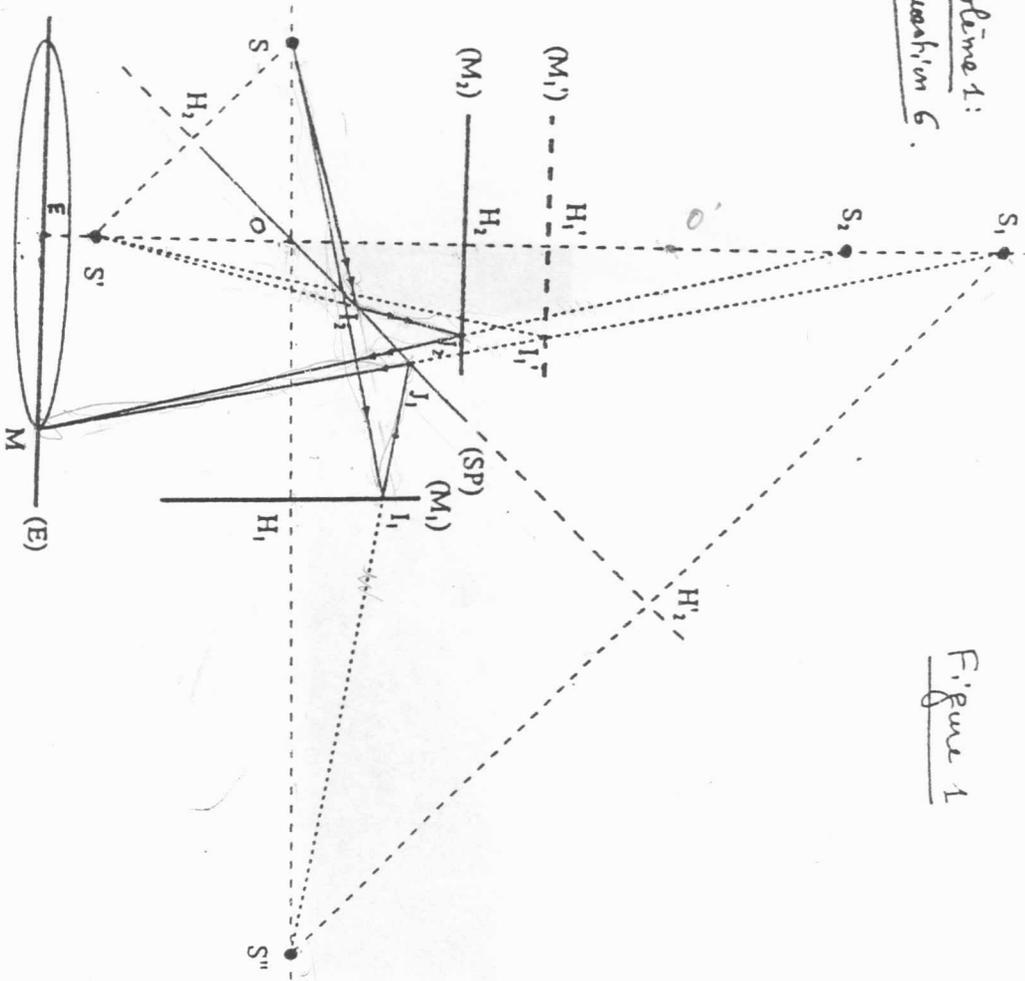


Figure 1 : Michelson avec source ponctuelle, en lame d'air à faces parallèles

Figure 1

Problème 1:  
Question 7-a:

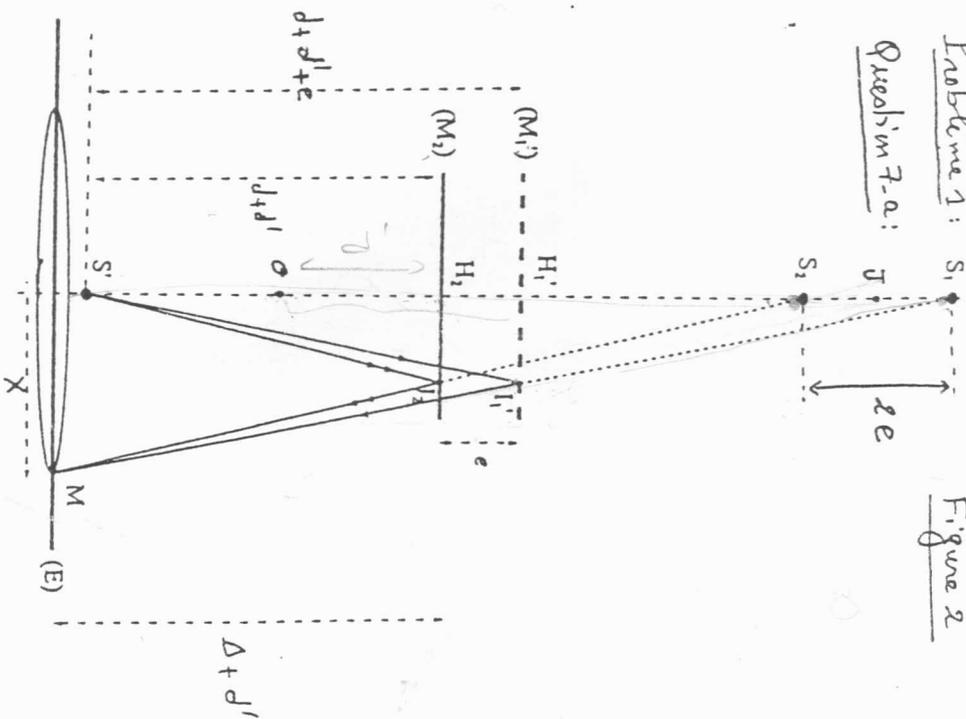
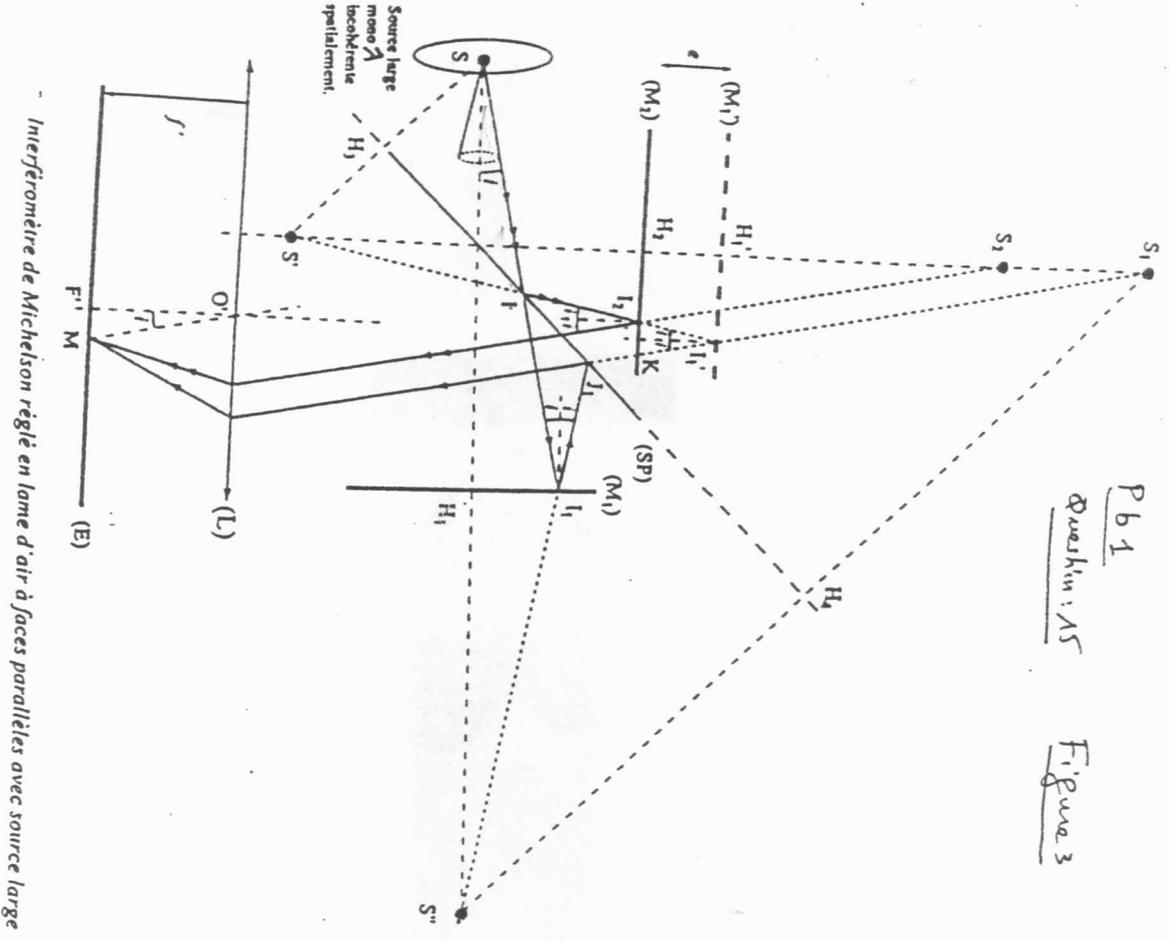


Figure 2

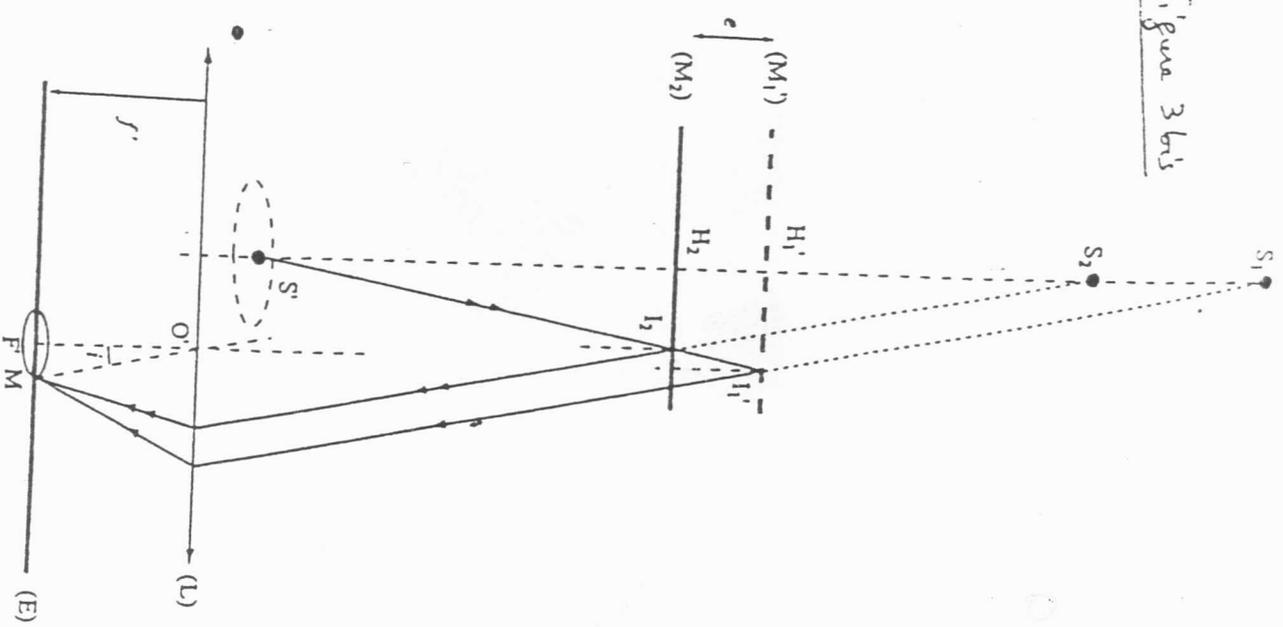
$f = 50$   
 $f' = 50$

Pb 1  
 Question 15  
 Figure 3



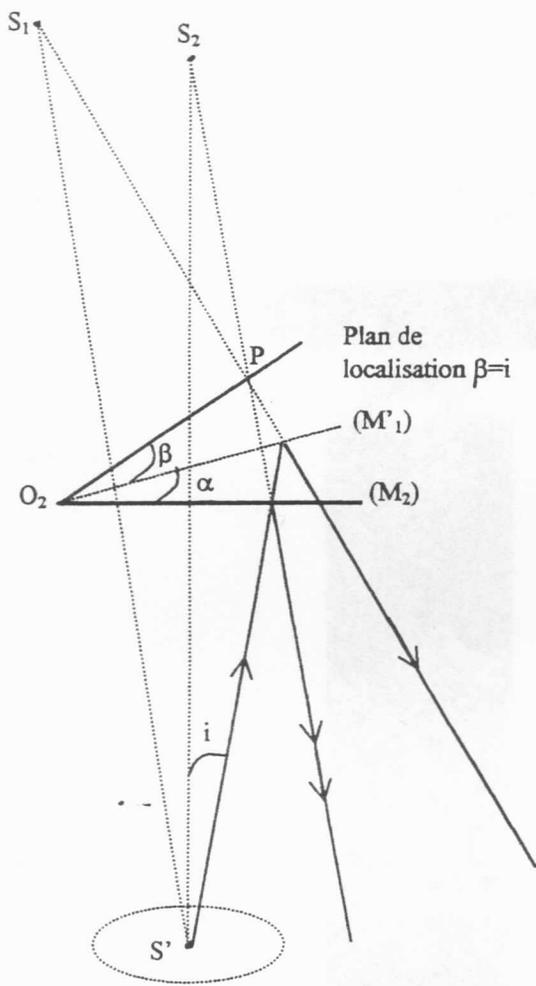
Interféromètre de Michelson réglé en lame d'air à faces parallèles avec source large

Figure 3 bis



(7)

Figure 4



Coin d'air avec source étendue :  
franges d'égale épaisseur

Institut Préparatoire  
des études Ingénierie  
BIBLIOTHÈQUE

si  $i=0$ , le plan de localisation des franges  
sera confondu avec  $(M_1)$ .

# Problème n° 02

## I. Thermodynamique d'un milieu paramagnétique

I.1:  $C_M$  Capacité thermique à aimantation constante.

(0,5)

•  $C_B$  Capacité thermique à champ magnétique constant

• Grandeurs intensives:  $B, T, l$  et  $M$ .

(0,5)

• Grandeurs extensives:  $C_M, C_B$  et  $k$ .

I.2: Énergie libre  $F = U - TS$  ;  $dU = \delta Q + \delta W = TdS + BdM$ .

$$dF = dU - d(TS) = TdS + BdM - SdT - TdS$$

$$\Rightarrow \underline{dF = -SdT + BdM} ; \left(\frac{\partial F}{\partial T}\right)_M = -S \text{ et } \left(\frac{\partial F}{\partial M}\right)_T = B$$

(1)

On en déduit, par application de l'identité de Schwarz :

$$\left(\frac{\partial B}{\partial T}\right)_M = -\left(\frac{\partial S}{\partial M}\right)_T$$

D'après la définition des coefficients calorimétriques, on a :

$$dS(T, M) = \frac{C_M}{T} dT + \frac{l}{T} dM = \left(\frac{\partial S}{\partial T}\right)_M dT + \left(\frac{\partial S}{\partial M}\right)_T dM$$

$$\Rightarrow \left(\frac{\partial S}{\partial M}\right)_T = \frac{l}{T} = \left(\frac{\partial B}{\partial T}\right)_M$$

d'où la relation de Clapeyron:  $l = -T \left(\frac{\partial B}{\partial T}\right)_M$

(1)

I.3:  $M(B, T)$  n'est fonction que du rapport  $x = \frac{B}{T}$

On peut écrire la différentielle de  $M$  de deux manières :

$$dM = \left(\frac{\partial M}{\partial B}\right)_T dB + \left(\frac{\partial M}{\partial T}\right)_B dT \text{ et } dM = \frac{dM}{dx} \cdot dx$$

$$dx = d\left(\frac{B}{T}\right) = \frac{dB}{T} - B \frac{dT}{T^2}$$

$$\Rightarrow dM = \left(\frac{\partial M}{\partial B}\right)_T dB + \left(\frac{\partial M}{\partial T}\right)_B dT = \frac{1}{T} \frac{dM}{dx} dB - \frac{B}{T^2} \frac{dM}{dx} dT$$

(1)

Ce qui permet les dérivées partielles de  $M$  % aux variables  $B$  et  $T$

$$\left(\frac{\partial M}{\partial B}\right)_T = \frac{1}{T} \frac{dM}{dx} \text{ et } \left(\frac{\partial M}{\partial T}\right)_B = -\frac{B}{T^2} \frac{dM}{dx}$$

$$\frac{dM}{dx} = T \left( \frac{\partial M}{\partial B} \right)_T = -\frac{T^2}{B} \left( \frac{\partial M}{\partial T} \right)_B \Rightarrow T \left( \frac{\partial M}{\partial T} \right)_B + B \left( \frac{\partial M}{\partial B} \right)_T = 0 \quad (1)$$

I.4: Pour établir les deux relations entre les coefficients calorimétriques, on exprime la différentielle de l'entropie  $S$  en variables  $(T, B)$  puis  $(T, M)$ .

$$dS(T, M) = \frac{C_M}{T} dT + \frac{l}{T} dM; \quad dS(T, B) = \frac{C_B}{T} dT + \frac{k}{T} dB$$

$$dS = \frac{C_M}{T} dT + \frac{l}{T} \left( \left( \frac{\partial M}{\partial B} \right)_T dB + \left( \frac{\partial M}{\partial T} \right)_B dT \right) = \frac{C_B}{T} dT + \frac{k}{T} dB$$

En identifiant entre les deux expressions, on trouve :

$$\frac{C_M}{T} + \frac{l}{T} \left( \frac{\partial M}{\partial T} \right)_B = \frac{C_B}{T} \quad \text{et} \quad \frac{k}{T} = \frac{l}{T} \left( \frac{\partial M}{\partial B} \right)_T \quad (1+1)$$

$$\Rightarrow C_B - C_M = l \left( \frac{\partial M}{\partial T} \right)_B \quad \text{et} \quad k = l \left( \frac{\partial M}{\partial B} \right)_T$$

$$\text{enfin: } C_B - C_M = -\frac{B}{T^2} l \frac{dM}{dx} \quad \text{et} \quad k = \frac{l}{T} \frac{dM}{dx}$$

I.5: les trois variables  $M$ ,  $B$  et  $T$  sont reliés par l'identité:

$$\left( \frac{\partial B}{\partial T} \right)_M \cdot \left( \frac{\partial T}{\partial M} \right)_B \cdot \left( \frac{\partial M}{\partial B} \right)_T = -1 \quad \text{ou} \quad \left( \frac{\partial B}{\partial T} \right)_M = - \left( \frac{\partial M}{\partial T} \right)_B / \left( \frac{\partial M}{\partial B} \right)_T$$

$$\Rightarrow l = -T \left( \frac{\partial B}{\partial T} \right)_M = -T \left( \frac{- \left( \frac{\partial M}{\partial T} \right)_B}{\left( \frac{\partial M}{\partial B} \right)_T} \right) = T \frac{-B/T \frac{dM}{dx}}{\frac{1}{T} \frac{dM}{dx}} = -B.$$

$$\Rightarrow \boxed{l = -B}$$

En tenant compte de la valeur de  $l = -B$ , la différentielle de la fonction énergie interne s'écrit :

$$dU = B dM + T dS = B dM + T \left( \frac{C_M}{T} dT + \frac{l}{T} dM \right) \\ = \underbrace{(B + l)}_{=0} dM + C_M dT = C_M dT$$

$\Rightarrow$  l'énergie interne du barreau aimanté ne dépend pas de l'aimantation, elle ne dépend que de la température.

$C_M$  s'identifie donc à la capacité thermique  $C$  du barreau.

(11)  
en absence de l'aimantation.

$$C_M = C = \left( \frac{\partial U}{\partial T} \right)_{M=0}$$

I.6: L'équation d'état du matériau est de type  $M = a \frac{B}{T}$ ;  $a > 0$ . Cette équation correspond au matériau paramagnétique. La différentielle de la fonction entropie s'écrit:

$$dS = C \frac{dT}{T} - \frac{B}{T} dM = C \frac{dT}{T} - \frac{M}{a} dM.$$

Lors d'une aimantation adiabatique du matériau (évolution d'un système isolé), l'entropie ne peut qu'augmenter  $dS \geq 0$ .

$$dS = C \frac{dT}{T} - \frac{M}{a} dM \geq 0 \Rightarrow dT > \frac{T \cdot M}{aC} dM > 0$$

puisque  $a$  et  $C$  sont des constantes positives.

Cas réversible:  $dS = 0 \Rightarrow dT = \frac{T \cdot M}{aC} dM$ ; si  $dM > 0 \Rightarrow dT > 0$

$\Rightarrow$  d'aimantation adiabatique ( $dM > 0$ ) d'un tel matériau s'accompagne nécessairement d'une élévation de température.

I.7: Désaimantation adiabatique et réversible à la température ordinaire: évolution isentropique  
hypothèse Capacité calorimétrique constante.

$$dS = C \frac{dT}{T} - \frac{B}{T} dM = \frac{C}{T} dT - \frac{M}{a} dM = 0$$

$$\Rightarrow \frac{dT}{T} = \frac{M}{aC} dM \Leftrightarrow \int_{T_1}^{T_2} \frac{dT}{T} = \frac{1}{aC} \int_{M_1}^{M_2=0} M dM.$$

$$\Leftrightarrow \ln\left(\frac{T_2}{T_1}\right) = -\frac{M_1^2}{2aC}; \quad M_1 = \frac{aB_1}{T_1} \Rightarrow \ln\left(\frac{T_2}{T_1}\right) = -\frac{aB_1^2}{2CT_1^2}$$

$$\Leftrightarrow \frac{T_2}{T_1} = \exp\left(-\frac{aB_1^2}{2CT_1^2}\right) \Rightarrow T_2 = T_1 \exp\left(-\frac{aB_1^2}{2CT_1^2}\right)$$

$$\Leftrightarrow \boxed{T_2 - T_1 = -T_1 \left(1 - \exp\left(-\frac{aB_1^2}{2CT_1^2}\right)\right)}$$

A.N:  $T_1 = 200 \text{ K}$ ;  $C = 160 \text{ J K}^{-1}$ ;  $B_1 = 2 \text{ T}$   $a = 0,152 \text{ SI}$

$$\frac{aB_1^2}{2CT_1^2} = \frac{0,152 \times 2^2}{2 \times 160 \times 300^2} = 2,1 \times 10^{-8} \ll 1$$

$$\Rightarrow \exp\left(\frac{-a B_1^2}{2CT_1^2}\right) \sim 1 - \frac{a B_1^2}{2CT_1^2}$$

$$T_2 - T_1 \simeq -T_1 \left(1 - \left(1 - \frac{a B_1^2}{2CT_1^2}\right)\right) = -T_1 \frac{a B_1^2}{2CT_1^2} = -\frac{a B_1^2}{2CT_1}$$

(1)

$$\Rightarrow \underline{T_2 - T_1 = 6,3 \cdot 10^{-6} \text{ K}}$$

I.8: A très basses températures.  $\Rightarrow$  C devient négligeable.

$$dS = C \frac{dT}{T} - \frac{M}{a} dM \simeq - \frac{M}{a} dM = 0$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} \frac{M^2}{a} = \text{cte} = \frac{1}{2} \frac{a B^2}{T^2} \Rightarrow \boxed{\frac{B}{T} = \text{cte}}$$

l'évolution adiabatique et réversible d'un état initial  $(B_1, T_1)$  vers un état final  $(B_2, T_2)$

$$\frac{B_2}{T_2} = \frac{B_1}{T_1} \Rightarrow T_2 = T_1 \frac{B_2}{B_1}$$

(1)

A.N;  $T_1 = 4,2 \text{ K}$ ,  $B_1 = 5 \text{ T}$ ;  $B_2 = 10^{-2} \text{ T}$

$$T_2 = 1 \times \frac{10^{-2}}{5} = 2 \times 10^{-3} \text{ K}$$

La désaimantation adiabatique est une technique très efficace pour atteindre de très basses températures.

(0,5)

La formule appliquée  $(\frac{B}{T}) = \text{cte}$  trouve ses limites: du fait de l'interaction entre les moments dipolaires magnétiques, le paramagnétisme de spin indépendants n'est plus observé aux températures très faibles. Le matériau subit inévitablement une transition paramagnétique - ferromagnétique et il existe de ce fait une température de Curie, dépendant du matériau, au dessous de laquelle on ne peut descendre par cette technique.

## II. Etude d'un cycle d'hystérésis d'un matériau ferromagnétique

II.1: La voie X de l'oscilloscope mesure une tension  $V_x = r i_1$ .  
 Pour appliquer le théorème d'Ampère, on fait circuler  $\vec{H}$  sur un contour fermé moyen du circuit magnétique de longueur  $L$ .

$$\oint_L \vec{H} \cdot d\vec{l} = \sum \text{les courants (enlacés par le contour d'Ampère)}$$

$$\Leftrightarrow H \cdot L = N_1 i_1 + N_2 i_2 \Leftrightarrow \boxed{H = \frac{N_1 i_1 + N_2 i_2}{L}}$$

(1,5)

Pour avoir  $V_x$  proportionnel à  $H$ , il faut que le courant traversant le secondaire  $i_2$  soit faible devant le courant  $i_1$ .  
 On peut choisir  $N_2$  faible devant  $N_1$ . Ces deux conditions permettent de supposer que:  $N_2 i_2 \ll N_1 i_1$ , d'où:

$$H = \frac{N_1 i_1}{L}, \quad i_1 = \frac{V_x}{r} \Rightarrow H = \frac{N_1}{L \cdot r} V_x \Leftrightarrow \boxed{V_x = \frac{r L}{N_1} \cdot H}$$

(1)

II.2 Le flux de champ magnétique  $\vec{B}$  dans le matériau à travers les  $N_2$  spires de la bobine du secondaire est:

$$\phi = N_2 \iint_S \vec{B} \cdot d\vec{S} = N_2 \cdot B \cdot S$$

La variation de  $\phi$  est due à la dépendance de  $B$  en fonction du temps  $\Rightarrow$  apparition d'une d.d.p. dépendante du temps entre les bornes de la bobine du secondaire:

$$V_2 = R_2 i_2 - e; \quad R_2 = 0 \text{ résistance interne de la bobine du secondaire.}$$

$$V_2 = -e = -\left(-\frac{d\phi}{dt}\right): \text{Loi de Faraday.}$$

$$e = -\frac{d\phi}{dt} = -N_2 S \frac{dB}{dt} \Rightarrow \boxed{V_2 = N_2 S \frac{d\phi}{dt}}$$

(1,5)

II.3.1 pour calculer  $V_y$ , on applique le pont diviseur de tension;

$$V_y = \frac{Z_{C_0}}{Z_{R_0} + Z_{C_0}} V_2 = \frac{1/j\omega C_0}{R_0 + 1/j\omega C_0} V_2 = \frac{1}{j\omega C_0 R_0 + 1} V_2$$

$$T(j\omega) = \frac{V_4}{V_2} = \frac{1}{jR_0C_0\omega + 1}$$

(1,5)

II.3.2: Le circuit  $R_0C_0$  joue le rôle d'intégrateur dans le cas où  $R_0C_0$  soit très supérieur à  $T = \frac{2\pi}{\omega}$ .

$$R_0C_0 \gg T \Rightarrow R_0C_0\omega \gg 1$$

$$\Rightarrow \underline{\underline{V_4 \approx \frac{1}{j\omega R_0C_0} V_2}} \quad ; \quad \underline{\underline{\text{condition: } R_0C_0\omega \gg 1}}$$

(1)

II.3.3:  $V_2 = N_2 S \frac{dB}{dt}$  d'après II.2/.

le montage  $R_0C_0$  joue le rôle d'intégrateur

$$V_4 \approx \frac{1}{j\omega R_0C_0} V_2 = \int \frac{1}{R_0C_0} V_2 dt \Rightarrow V_4 = \int \frac{1}{R_0C_0} V_2 dt$$

(1)

$$\frac{dV_4}{dt} \approx \frac{1}{R_0C_0} V_2 \approx \frac{1}{R_0C_0} N_2 S \frac{dB}{dt} \Rightarrow \frac{dV_4}{dt} = \frac{N_2 S}{R_0C_0} \frac{dB}{dt}$$

En intégrant par rapport au temps:

$$\Rightarrow \underline{\underline{V_4 = \frac{N_2 S}{R_0C_0} B}} \Rightarrow V_4 \text{ est proportionnelle à } B.$$

(1,5)

II.4: A partir des relations linéaires obtenues:

$V_x = \frac{r_L}{N_1} H$  et  $V_y = \frac{N_2 S}{R_0C_0} B$ , L'oscilloscope, qui permet de visualiser  $V_y = f(V_x)$  et par suite  $B = f(H)$ .

(1,5)

II.5.1:  $B_r$  est le champ magnétique qui régit dans le matériau ferromagnétique en absence de toute excitation

(0,75)

$$B_r = B(H=0)$$

$H_c$  est la valeur de l'excitation magnétique qui assure l'annulation du champ  $B$  dans le matériau ferromagnétique.

$$B(H_c) = 0$$

(0,75)

## II.5.2:

(13)

•  $B_r$  correspond à la valeur  $V_{Yr}$ .

d'après le cycle hystérésis  $V_{Yr} = 0,5 \times 1,875 = 0,938$  Volt.

$$V_{Yr} = \frac{N_2 S}{R_0 C_0} B_r \Leftrightarrow B_r = \frac{R_0 C_0}{N_2 S} V_{Yr}$$

$$\text{d'où } B_r = \frac{220 \cdot 10^3 \times 10^{-6}}{500 \times 16 \cdot 10^{-4}} \times 0,938 \Rightarrow \underline{B_r = 0,258 \text{ Tesla}}$$

(1)

•  $H_c$  correspond à la valeur  $V_{Xc}$

d'après le cycle  $V_{Xc} = 0,5 \times 1,125 = 0,562$  Volt

$$V_{Xc} = \frac{r L}{N_1} H_c \Leftrightarrow H_c = \frac{N_1}{r L} V_{Xc}$$

$$\text{d'où } H_c = \frac{1000 \times 0,562}{5 \times 40 \cdot 10^{-2}} = 281 \Rightarrow \underline{H_c = 281 \text{ A} \cdot \text{m}^{-1}}$$

(1)

L'énergie dissipée par le matériau au cours d'un cycle d'hystérésis représente une puissance

$$P \approx V H \frac{dB}{dt} \Rightarrow SW = P dt \approx V H dB.$$

$$W = \oint_{\text{cycle}} V H dB \quad ; \quad V: \text{volume du circuit magnétique.}$$
$$V = L \cdot S = 40 \cdot 10^{-2} \times 16 \times 10^{-4} = 0,64 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3$$
$$= V \oint H dB$$

la quantité  $\oint H dB$  représente la surface du cycle d'hystérésis on peut compter le nombre de Carreaux constituant le cycle.

Approximativement, le cycle est constitué de 10,25 Carreaux.

l'énergie volumique relative à un Carreau  $w_v = \left(\frac{N_1}{rL} \times 0,5\right) \cdot \left(\frac{R_0 C_0}{N_2 S} \times 0,5\right)$

$$w_v = 63,75 \text{ J/m}^3$$

$$W = V \times 10,25 \times 63,75 = 0,64 \cdot 10^{-3} \times 10,25 \times 63,75 = 0,418 \text{ J}$$

les pertes de l'énergie dans le matériau sont dues à l'irréversibilité des transformations: aimantation - désaimantation.

(1)

(1)