

Concours Physique et Chimie  
Epreuve de Physique

Date : Lundi 09 Juin 2003    Heure : 8 H    Durée : 4 H    Nbre pages : 08

Barème : Problème1 : 12 pts ; Problème2 : 08 pts

*Seules les calculatrices non programmables sont autorisées.*

Si au cours de l'épreuve, un candidat repère ce qui lui semble être une erreur d'énoncé, il le signale sur sa copie et poursuit sa composition en expliquant les raisons des initiatives qu'il est amené à prendre.

L'épreuve est constituée de deux problèmes indépendants. Dans chaque problème, certaines parties et de nombreuses questions sont indépendantes.

Un candidat peut toujours se servir d'un résultat fourni par l'énoncé pour continuer sa composition.

**PROBLEME N°1**

Dans tout le problème l'indice de l'air sera pris égal à 1.

INSTITUT PRÉPARATOIRE  
DES ÉTUDES D'INGÉNIEUR  
DE JIOX  
BIBLIOTHÈQUE

**1 - Préliminaires :**

1- On considère un objet réel AB, un écran d'observation (E) et une lentille convergente mince (L) de centre optique O et de distance focale image  $f'$ , plongée dans l'air (Figure 1-1).

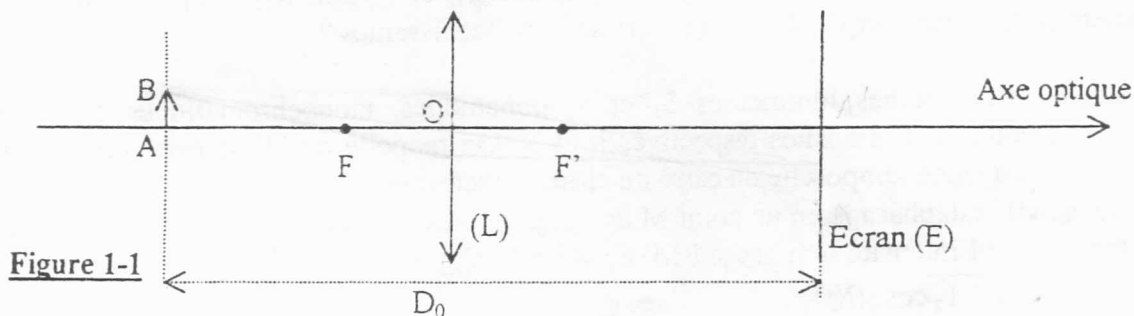


Figure 1-1

1-a- Rappeler brièvement les conditions de Gauss nécessaires pour obtenir une image nette de l'objet AB. Construire l'image A'B' de AB.

1-b- Montrer que la relation de conjugaison et le grandissement transversal  $\gamma$  de (L) avec origines aux Foyers (relations de Newton) s'écrivent respectivement :

$$\overline{FA} \cdot \overline{F'A'} = -f'^2 \quad \text{et} \quad \gamma = -\frac{\overline{F'A'}}{f'} = \frac{f'}{\overline{FA}}$$

1-c- Déterminer le grandissement transversal de (L) avec origine au centre optique O. En déduire la relation de conjugaison :  $\frac{1}{\overline{OA'}} - \frac{1}{\overline{OA}} = \frac{1}{f'}$ .

1-d- On fixe la distance  $D_0$  entre le plan de l'objet AB et l'écran d'observation (E). Quelle relation doit vérifier  $f'$  pour que l'image A'B' soit réelle sur (E) ?

1-e- Montrer que lorsque cette relation est vérifiée, il existe deux positions de (L) distantes de  $d_0$  pour lesquelles A'B' est nette sur (E). Exprimer  $f'$  en fonction de  $d_0$  et  $D_0$ .

Citer une application pratique de ce résultat.

2- On considère deux milieux diélectriques linéaires homogènes isotropes (l.h.i) et transparents, d'indices réels  $n_1$  et  $n_2$ . Ils sont séparés par une surface plane d'équation  $z = 0$  (Figure1-2).

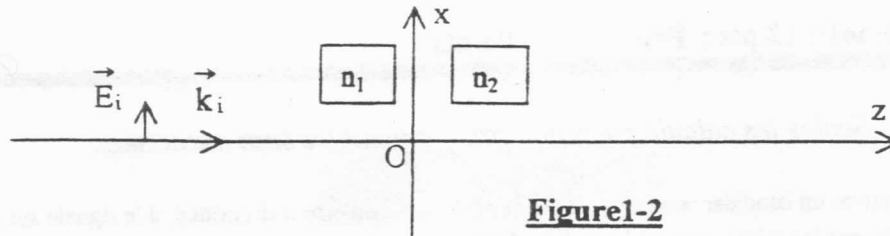


Figure1-2

Une onde électromagnétique plane monochromatique de pulsation  $\omega$  et de vecteur d'onde  $\vec{k}_i$  se propage dans le sens des  $z$  croissants. Le champ électrique de cette onde s'écrit en notation complexe :

$\vec{E}_i = \vec{E}_{0i} e^{j(\omega t - \vec{k}_i \cdot \vec{r})} \vec{u}_x$ . Cette onde donne naissance à l'interface  $z = 0$ , à une onde réfléchie et une onde transmise de champs électriques respectifs  $\vec{E}_r$  et  $\vec{E}_t$ .

2-a- En utilisant les relations de passage des champs électrique et magnétique, exprimer les amplitudes complexes  $\vec{E}_{0r}$  de  $\vec{E}_r$  et  $\vec{E}_{0t}$  de  $\vec{E}_t$  en fonction de  $n_1$ ,  $n_2$  et  $\vec{E}_{0i}$ .

2-b- Déterminer les coefficients de réflexion  $r_{12}$  et de transmission  $t_{12}$  des amplitudes. En déduire, s'il y a lieu, le déphasage entre l'onde incidente et l'onde réfléchie d'une part et entre l'onde incidente et l'onde transmise d'autre part.

2-c- Exprimer en fonction de  $n_1$  et  $n_2$ , les coefficients de réflexion  $R_{12} = r_{12}^2$  et de transmission  $T_{12} = \frac{n_2}{n_1} t_{12}^2$  en énergie. Commenter.

2-d- Exemple : interface air-verre :  $n_1=1$  et  $n_2=1,5$ . Calculer  $r_{12}$  et  $t_{12}$  puis  $R_{12}$  et  $T_{12}$ . Commenter.

2-e- Comment peut-on réaliser des lames de verre semi-reflechissantes ?

3- On considère deux sources lumineuses  $S_1$  et  $S_2$  ponctuelles, monochromatiques, synchrones, mutuellement cohérentes et d'intensités respectives  $I_1$  et  $I_2$ . On rappelle que l'intensité lumineuse est proportionnelle à la moyenne temporelle du carré du champ électrique.

3-a- On note  $\phi(M)$  le déphasage en un point M de l'espace où viennent interférer deux ondes issues de  $S_1$  et  $S_2$ . Montrer que l'intensité lumineuse  $I(M)$  au point M s'écrit :

$$I(M) = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \cos\phi(M)$$

3-b- Exprimer, en fonction de  $I_1$  et  $I_2$ , le facteur de visibilité  $V = \frac{I_M - I_m}{I_M + I_m}$ , où  $I_M$  est l'intensité d'une frange brillante et  $I_m$  celle d'une frange sombre.

3-c- Quel est l'intérêt de choisir deux sources ayant  $I_1 = I_2 = I_0$  ?

## II – Interféromètre de Michelson :

### Description simplifiée :

L'interféromètre (Figure1-3) est constitué de :

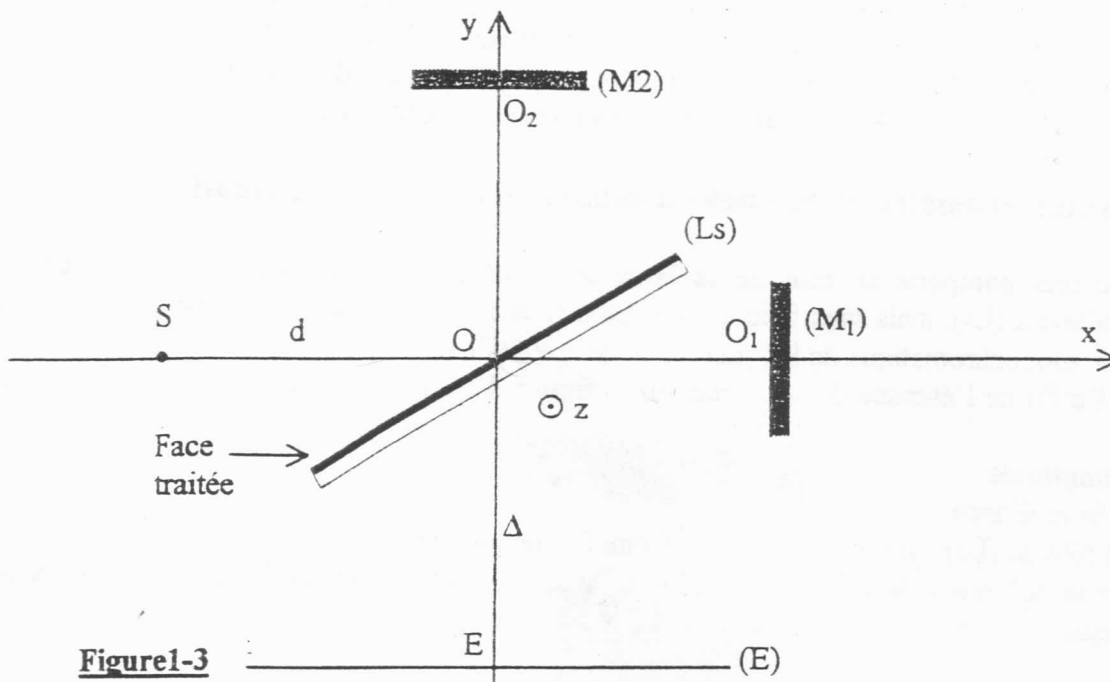


Figure 1-3

- deux miroirs plans : ( $M_1$ ) de centre  $O_1$  susceptible de subir un mouvement de translation parallèlement à l'axe ( $Ox$ ) et ( $M_2$ ) fixe de centre  $O_2$  ;
  - une lame séparatrice ( $Ls$ ) semi-réfléchissante et non absorbante qui réfléchit la moitié de la lumière qu'elle reçoit. Cette lame est centrée en  $O$  et son plan est à  $45^\circ$  de ( $Ox$ ).
- La configuration du Michelson est dite "en contact optique" lorsque ( $M_1$ ) et ( $M_2$ ) sont orthogonaux et  $OO_1 = OO_2 = d'$ .

## Partie II- A : Interféromètre de Michelson éclairé par une source ponctuelle :

Dans cette partie, on suppose que l'épaisseur de ( $Ls$ ) est négligeable et on n'envisage pas de lame compensatrice. On suppose de plus que ( $Ls$ ) n'introduit aucun déphasage.

L'écran ( $E$ ) est placé perpendiculairement à ( $Oy$ ), au point  $E$  tel que  $OE = \Delta$ .

L'interféromètre, plongé dans l'air, est éclairé par une source ponctuelle  $S$ , monochromatique de longueur d'onde  $\lambda = 632,8 \text{ nm}$  et situé sur ( $Ox$ ) à une distance  $d = OS$ .

A partir de la configuration "en contact optique" on déplace le miroir ( $M_1$ ) d'une distance faible  $e$  selon les  $x$  croissants.

- 4- Quel est l'intérêt pratique de choisir un coefficient de réflexion  $R = 0,5$  pour ( $Ls$ ) ?
- 5- Comment peut-on réaliser une source ponctuelle ?
- 6- Faire une figure soignée de deux rayons différents issus de la source  $S$  et qui interfèrent en un point  $M$  de ( $E$ ). On se placera dans le cas où :  $\Delta > d$  et  $d' = d$ .

7-

- 7-a- Montrer que cette configuration du Michelson est équivalente à une lame d'air.
  - 7-b- Préciser sur une figure les positions des sources secondaires  $S_1$  et  $S_2$  par rapport à  $O$ . Exprimer  $OS_1$  et  $OS_2$  en fonction des données du problème.
  - 7-c- Quelle est la forme des franges observées sur ( $E$ ) ? Justifier.
- 8- On cherche à déterminer la différence de marche  $\delta$  entre les rayons qui interfèrent au point  $M$  de ( $E$ ) tel que  $EM = X$ . On raisonne à partir de la lame d'air équivalente. On note  $J$  le milieu de  $[S_1S_2]$  et  $\theta = (\vec{JS_2}, \vec{JM})$  supposé faible.

Montrer que  $\delta \approx 2e(1 - \frac{X^2}{2D^2})$ , où  $D = \Delta + d + 2d' + e$ . Justifier alors que les franges obtenues sur ( $E$ ) sont des anneaux.

- 9- Calculer l'ordre  $p_0$  correspondant au centre E de l'écran pour  $e = 1\text{mm}$ . Commenter.
- 10- Exprimer le rayon  $X_p$  sur (E) de l'anneau d'ordre  $p$  en fonction de  $p$ ,  $p_0$  et  $D$ .  
Calculer  $X_p$  pour les cinq premiers anneaux brillants pour  $\Delta = 20\text{cm}$ ,  $d = d' = 10\text{cm}$  et  $e = 1\text{mm}$ .  
Conclure concernant l'évolution de la distance entre deux anneaux successifs.

## Partie II-B : Interféromètre de Michelson éclairé par une source étendue: \*

L'interféromètre réel comporte en plus de la lame séparatrice ( $L_s$ ) une lame compensatrice ( $L_c$ ) identique et parallèle à ( $L_s$ ), mais sans face traitée. Le dispositif, plongé dans l'air, est éclairé par une source étendue S, monochromatique de longueur d'onde  $\lambda = 546\text{nm}$ .

11- Expliquer l'effet de l'étendue de la source sur la figure d'interférence dans le cas d'un dispositif interférentiel :

- diviseur d'amplitude
- diviseur de front d'onde

12- Quel est le rôle de ( $L_c$ ) ? Expliquer à l'aide d'une figure soignée.

13- Déterminer la différence de marche supplémentaire  $\delta_{\text{sup}}$  introduite par la réflexion sur ( $L_s$ ) sachant qu'elle est fabriquée en verre d'indice de réfraction  $n = 1,5$ .

### II-B-1 : Franges d'égale inclinaison :

L'interféromètre est dans la configuration équivalente à une lame d'air d'épaisseur  $e$ .

14- Comment faut-il l'éclairer pour obtenir des franges d'égale inclinaison ?

15- A l'aide d'une figure soignée, montrer qu'un rayon lumineux issu de la source S et caractérisé par l'angle d'incidence  $i$  avec ( $Ox$ ), donnera à la sortie de l'interféromètre un ensemble de deux rayons parallèles.

16- Etablir la différence de marche  $\delta$  entre ces deux rayons en fonction de  $e$ ,  $i$  et  $\lambda$ . On peut raisonner sur ( $M_2$ ) et ( $M'_1$ ), l'image de ( $M_1$ ) par ( $L_s$ ).

17- En un point de l'axe ( $Oy$ ), on place une lentille mince convergente ( $L$ ) de distance focale image  $f'$ , de sorte que son plan est parallèle à l'écran (E).

Où faut-il placer (E) pour observer les franges d'interférences ? Justifier ? Quelle est leur forme ?

18- On dispose de deux lentilles convergentes de distances focales image  $f'_1 = 0,20\text{m}$  et  $f'_2 = 1\text{m}$ . Laquelle doit-on choisir ? pourquoi ?

19- Déterminer l'ordre d'interférence  $p(M)$  en un point M de la figure d'interférence sur l'écran (E). Calculer  $p_0$  au centre de (E) pour  $e = 1\text{mm}$ . Commenter.

20- Donner l'expression de l'intensité  $I(M)$  en un point M de la figure d'interférence sur l'écran (E). Tracer l'allure de  $I(M)$  en fonction de l'angle d'incidence  $i$ . Commenter.

21-

21-a- On se place au voisinage de l'incidence normale. Etablir l'expression du rayon  $r_k$  correspondant à la  $k^{\text{ième}}$  frange (comptée à partir de  $i = 0$ ) de même nature que celle du centre, en fonction de  $f'$ ,  $\lambda$ ,  $e$  et  $k$ .

21-b- En déduire la distance séparant deux franges consécutives de même nature. Conclure concernant la notion d'interfrange.

22- Décrire les phénomènes observés lorsqu'on fait diminuer l'épaisseur  $e$  par déplacement de ( $M_1$ ).

23- Mesure de l'écart des raies du doublet jaune du sodium :

L'interféromètre réglé pour donner des franges d'égale inclinaison, est éclairé par une lampe à vapeur de sodium émettant deux radiations de même intensité et de longueurs d'onde respectives  $\lambda_1$  et  $\lambda_2$ .

On note  $\Delta\lambda = \lambda_2 - \lambda_1$  et  $\lambda_0 = \frac{1}{2}(\lambda_1 + \lambda_2) = 589,3\text{nm}$ .

23-a- Déterminer l'expression de l'intensité lumineuse  $I(E)$  au centre E de l'écran.

23-b- Tracer la courbe de  $I(E)$  en fonction de  $\delta(E)$  lorsqu'on fait varier l'épaisseur  $e$  de la lame.

23-c- Expliquer les brouillages successifs observés.

23-d- Entre le premier et le deuxième brouillage on mesure  $\Delta e = 0,29\text{mm}$ . Déterminer  $\Delta\lambda$ . En déduire  $\lambda_1$  et  $\lambda_2$ .

### II-B-2 : Franges d'égale épaisseur :

A partir de la configuration "en contact optique" on fait tourner le miroir ( $M_1$ ) autour de ( $O_1z$ ) d'un angle  $\alpha$  faible de manière que son image ( $M'_1$ ) par ( $L_s$ ) forme avec ( $M_2$ ) un dièdre d'angle  $\alpha$  et d'arête ( $O_2z$ ).

Le dispositif est éclairé en incidence quasi-normale à l'aide d'un faisceau de rayons lumineux sensiblement parallèles provenant d'une source monochromatique de longueur d'onde  $\lambda = 546\text{nm}$ .

24- Comment peut-on obtenir un faisceau de rayons lumineux parallèles. Faire une figure.

25- Faire une figure soignée montrant les deux rayons, issus d'un même rayon incident et qui interfèrent en un point P. Faire apparaître le lieu de localisation des franges.

26- Quel est l'intérêt d'éclairer le dispositif en incidence quasi-normale ?

27- Caractériser les interférences obtenues.

28- Exprimer l'interfrange  $i'$  en fonction de  $\lambda$  et  $\alpha$ . Faire l'application numérique pour  $\alpha = 5.10^{-4}$  rad.

29- Où doit-on placer l'écran (E) pour visualiser ces franges ? Expliquer.

30- On dispose de deux lentilles convergentes de distances focales image  $f'_1 = 0,20\text{m}$  et  $f'_2 = 1\text{m}$ . Laquelle doit-on choisir ? pourquoi ?

31- On désire obtenir sur (E) des franges distantes de  $i'' = 2,73$  mm. On conserve  $d' = 10$  cm.

31-a- Calculer le grandissement transversal correspondant.

31-b- A quelles distances du point O doit-on placer l'écran (E) et le centre L de la lentille ?

## PROBLEME N°2

### I- Thermodynamique d'un milieu paramagnétique

Un barreau magnétique, de volume invariable, est plongé dans un milieu où règnent une pression constante et un champ magnétique uniforme  $\vec{B}$ . Sous l'effet de ce champ magnétique, le barreau acquiert une aimantation  $\vec{M}$ .

On suppose que les transformations sont réversibles et on admet que le travail élémentaire "reçu" algébriquement par le barreau, uniquement d'origine magnétique, a pour expression :

$$\delta W = \vec{B} \cdot d\vec{M} = B dM ; dM \text{ étant la variation élémentaire de l'aimantation.}$$

La variation élémentaire  $dB$  du champ magnétique donne lieu à des variations élémentaires  $dM$  de l'aimantation et  $dT$  de la température.

Le transfert thermique élémentaire échangé par le barreau magnétique avec le milieu extérieur s'écrit :

$$\delta Q = C_B dT + k dB ; \quad \delta Q = C_M dT + l dM$$

I-1- Donner la définition des coefficients calorimétriques  $C_B$  et  $C_M$ . Quelles sont les grandeurs extensives et intensives parmi :  $C_B, C_M, M, B, T, l$  et  $k$  ?

I-2- En écrivant la différentielle de la fonction énergie libre, établir l'expression de  $l$  en fonction de  $T$  et  $\left(\frac{\partial B}{\partial T}\right)_M$ .

I-3- On suppose que l'équation d'état du matériau magnétique est de la forme :

$$M(B, T) = M(x), \text{ où } x = \frac{B}{T}.$$



En écrivant de deux manières la différentielle de  $M$ , montrer que :  $T \left( \frac{\partial M}{\partial T} \right)_B + B \left( \frac{\partial M}{\partial B} \right)_T = 0$ .

I-4- Etablir les relations suivantes entre les coefficients calorimétriques :

$$C_B - C_M = -l \frac{B}{T^2} \frac{dM}{dx} \quad \text{et} \quad k = \frac{l}{T} \frac{dM}{dx}.$$

I-5- Donner une expression simplifiée de  $l$ . Montrer que l'énergie interne du barreau ne dépend que de la température et que  $C_M$  s'identifie à la capacité thermique  $C$  du matériau, mesurée en l'absence de l'aimantation.

En réalité la réponse d'un milieu paramagnétique à une excitation par un champ magnétique  $\vec{B}$  se manifeste par une aimantation  $\vec{M}$  qui s'écrit sous sa forme scalaire :  $M = \frac{\chi_m}{\mu_0} B$ , où  $\mu_0$  est la perméabilité magnétique du vide et  $\chi_m$  est la susceptibilité magnétique obéissant à la loi de Curie  $\chi_m = \frac{\xi}{T}$  ;  $\xi$  étant la constante de Curie.

Dans toute la suite du problème, on supposera que l'équation d'état du milieu linéaire étudié est de la forme :  $M = a \frac{B}{T}$ , où  $a$  est une constante positive.

I-6- Montrer que lors d'une aimantation adiabatique et réversible, le milieu s'échauffe.

I-7- A partir d'un état initial (1) caractérisé par les grandeurs  $M_1$ ,  $B_1$  et  $T_1$ , on réalise une transformation adiabatique et réversible en diminuant le champ magnétique appliqué jusqu'à l'annuler. L'état final (2) est donc caractérisé par une température  $T_2$  et un champ magnétique  $B_2 = 0$ .

En supposant que  $C$  est indépendante de la température, exprimer la différence  $(T_2 - T_1)$  en fonction de  $a$ ,  $C$ ,  $B_1$  et  $T_1$ .

A.N :  $T_1 = 300 \text{ K}$ ,  $C = 160 \text{ JK}^{-1}$ ,  $B_1 = 1 \text{ Tesla}$  et  $a = 0,152 \text{ SI}$ .

Que peut-on dire de l'efficacité de refroidissement d'un matériau paramagnétique à des températures ordinaires ?

I-8- Sachant qu'à très basses températures, la capacité thermique  $C$  devient extrêmement faible, montrer que le rapport  $\frac{B}{T}$  est constant pour une transformation adiabatique.

Application : En partant de l'état :  $T_1 = 4,2 \text{ K}$  ;  $B_1 = 5 \text{ Tesla}$ , on diminue de manière adiabatique et réversible le champ magnétique jusqu'à la valeur  $B_2 = 10^{-2} \text{ Tesla}$ . Calculer la température finale  $T_2$ . Quel est l'intérêt de la désaimantation adiabatique ?

## II- Etude d'un cycle d'hystérésis d'un matériau ferromagnétique

On dispose d'un noyau constitué d'un matériau ferromagnétique ayant la forme d'un tore rectangulaire de faible section carrée  $S$  et de longueur moyenne  $L$ . Deux circuits électriques sont bobinés sur ce noyau :

- le primaire, constitué d'un enroulement de  $N_1$  spires, est relié par l'intermédiaire d'une résistance  $r$  à un générateur de tension sinusoïdale de pulsation  $\omega$  et délivrant un courant  $i_1$  ;
- le secondaire dont l'enroulement comporte  $N_2$  spires est relié à un circuit intégrateur.

Pour visualiser le cycle d'hystérésis à l'oscilloscope, on réalise le montage de la figure 2-1 :

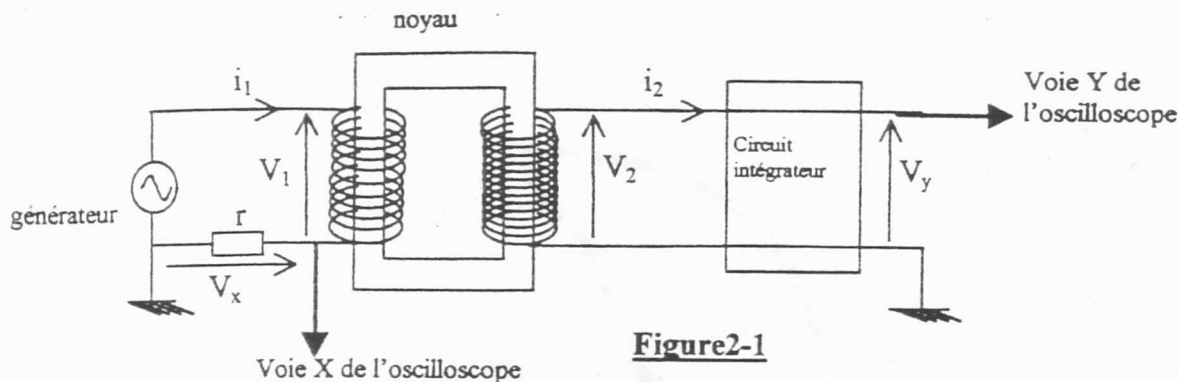


Figure2-1

On désigne par  $\vec{H}$  l'excitation magnétique et par  $\vec{B} = \mu \vec{H}$  le champ magnétique qui règnent dans le noyau, où  $\mu$  représente la perméabilité magnétique du matériau ferromagnétique.

On admet que  $\vec{H}$  et  $\vec{B}$ , dont les lignes de champs sont canalisées dans le noyau sans pertes, ont des modules constants.

**II-1-** En appliquant le théorème d'Ampère dans l'approximation du régime quasi-stationnaire, relatif à l'excitation magnétique, exprimer son module  $H$  en fonction de  $i_1$ ,  $i_2$ ,  $N_1$ ,  $N_2$  et  $L$ .

A quelle condition sur  $i_2$ , la tension  $V_x$  est proportionnelle à  $H$ ? Déduire l'expression reliant  $V_x$  à  $H$ .

**II-2-** Déterminer le flux  $\phi$  du champ magnétique  $\vec{B}$  dans le matériau à travers les  $N_2$  spires de la bobine du secondaire. En appliquant la loi d'induction de Faraday, calculer la tension  $V_2$  aux bornes de la bobine du secondaire.

**II-3-** On considère le filtre  $R_0C_0$  de la Figure2-2, où  $R_0$  est une résistance et  $C_0$  est une capacité.

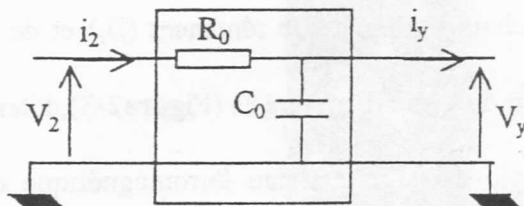


Figure2-2

**II-3-1-** Déterminer la fonction de transfert de ce filtre :  $T(j\omega) = \frac{V_y}{V_2}$

où  $V_y$  et  $V_2$  représentent les amplitudes complexes des tensions  $V_y(t)$  et  $V_2(t)$ ;  $j^2 = -1$ .

**II-3-2-** En déduire une condition reliant  $R_0$ ,  $C_0$  et  $\omega$  pour que ce filtre fonctionne comme intégrateur.

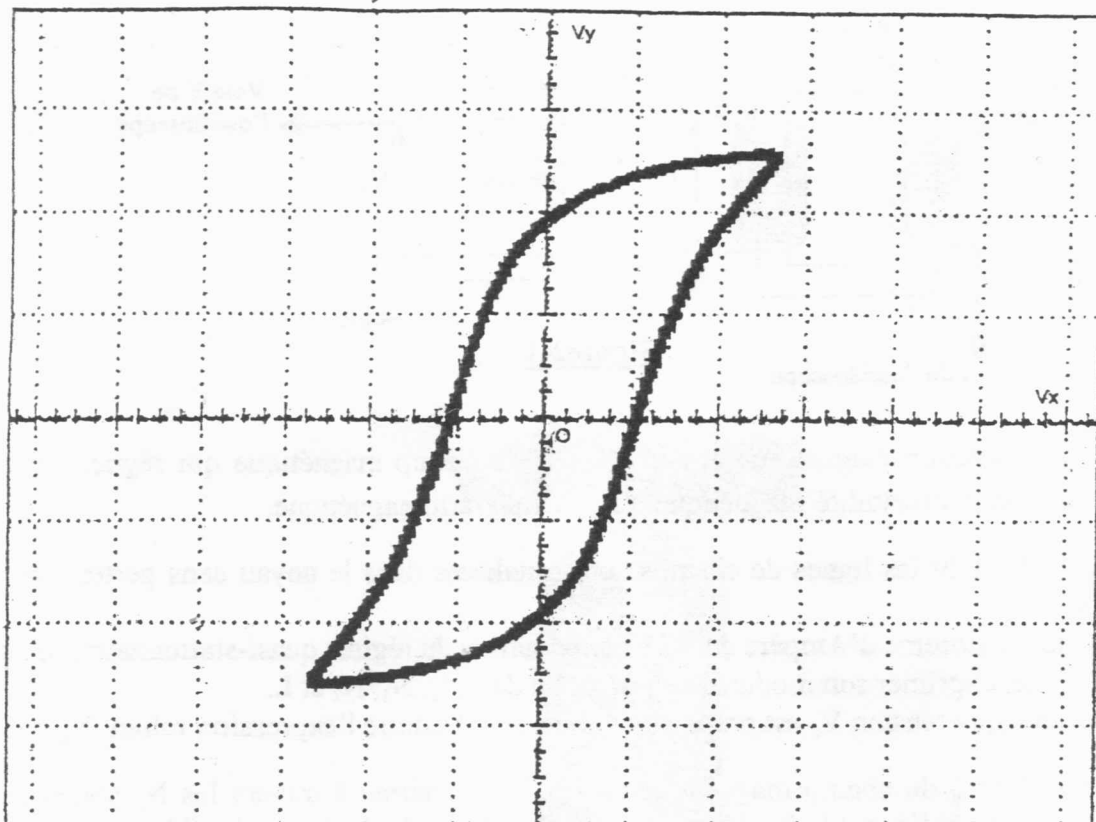
Dans la suite, cette condition est réalisée.

**II-3-3-** En utilisant les résultats de la question **II-2**, préciser la relation entre  $V_y$  et  $B$ .

**II-4-** Expliquer comment le montage de la figure2-1 permet de visualiser sur un oscilloscope le cycle d'hystérésis  $B = B(H)$  du matériau ferromagnétique.

**II-5-** Avec les valeurs numériques suivantes, on obtient expérimentalement le cycle de la figure 2-3 : (échelle en X : 0,5 Volt / division et en Y : 0,5 Volt / division).

$N_1 = 1000$  spires,  $N_2 = 500$  spires,  $S = 16 \text{ cm}^2$ ,  $L = 40 \text{ cm}$ ,  $R_0 = 220 \text{ k}\Omega$ ,  $r = 5 \Omega$ ,  $C_0 = 10^{-6} \text{ F}$  et  $\omega = 100\pi \text{ rad/s}$ .



**Figure2-3**

**II-5-1-** Rappeler les définitions du champ magnétique rémanent ( $B_r$ ) et de l'excitation magnétique coercitive ( $H_c$ ).

**II-5-2-** En exploitant la représentation du cycle d'hystérésis (**Figure2-3**), déterminer :

- les valeurs des champs  $B_r$  et  $H_c$ .
- approximativement les pertes d'énergie dans le matériau ferromagnétique constituant le noyau au cours d'un cycle d'hystérésis. Expliquer l'origine des pertes.

**FIN DE L'EPREUVE**

$$\begin{aligned}
 & \frac{(n_1 - n_2)^2 (n_1 + n_2)^2 + 4n_1 n_2 (n_1 + n_2)^2}{(n_1 n_2)^2 (n_1 + n_2)^2} \\
 &= \frac{n_1^2 - 2n_1 n_2 + n_2^2 + 4n_1 n_2}{n_1^2 + n_2^2 + 2n_1 n_2} = 1
 \end{aligned}$$