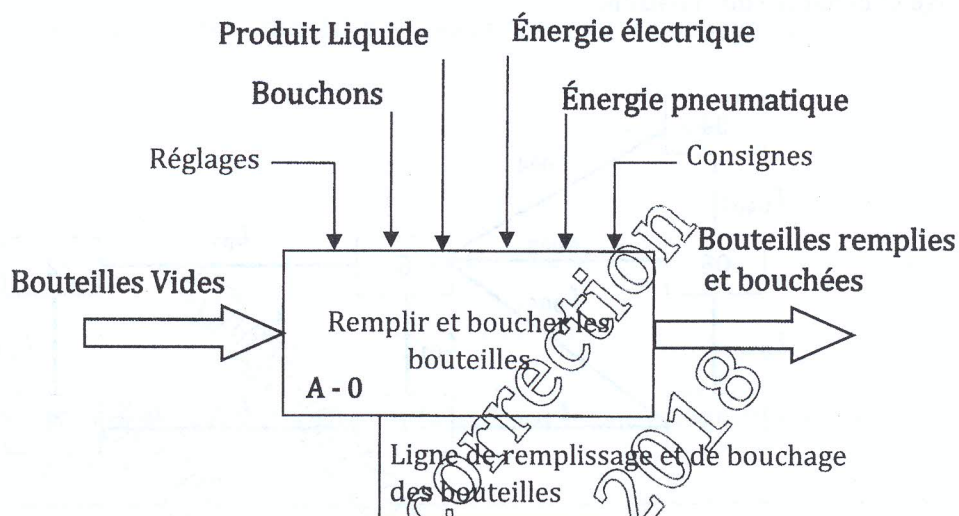


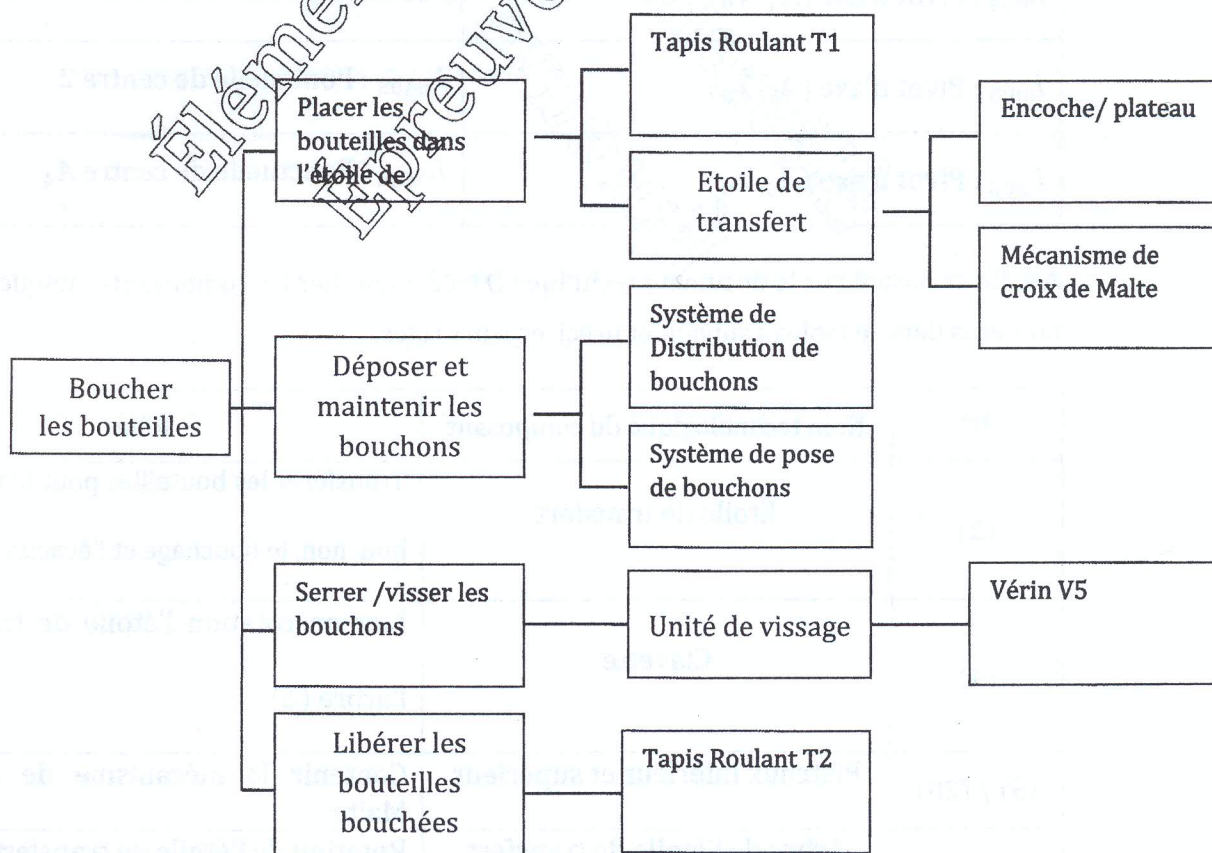
Partie A : Conception mécanique

1- Analyse fonctionnelle

A.1. Compléter l'actigramme A-0 de la ligne de production.

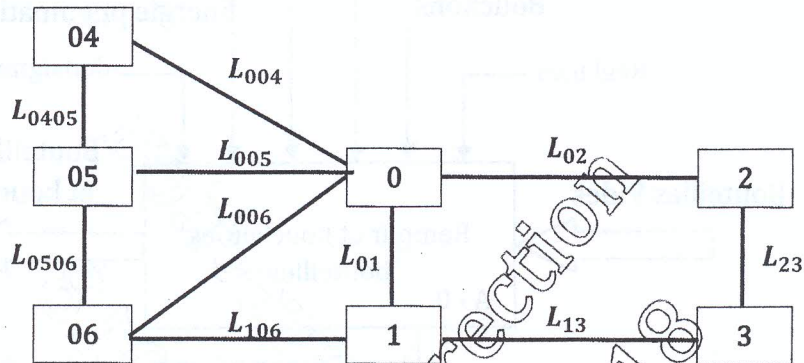


A.2. Compléter le diagramme FAST de la fonction de service « bouchage des bouteilles remplies »



2- Analyse technique du mécanisme d'entraînement de l'étoile de transfert

A.3. On considère le schéma cinématique du motoréducteur de la Figure 4 en position d'engagement du galet dans la rainure. Compléter le graphe de liaisons, en précisant le centre, l'axe et la nature de la liaison.



L_{01} : Pivot d'axe (O, \vec{z}_0)	L_{13} : Pivot d'axe (A, \vec{z}_0)
L_{02} : Pivot d'axe (B, \vec{z}_0)	L_{106} : Ponctuelle de centre A_6
L_{004} : Pivot d'axe (A_1, \vec{x}_0)	L_{23} : Ponctuelle de centre I
L_{005} : Pivot d'axe (A_3, \vec{x}_0)	L_{0405} : Ponctuelle de centre 2
L_{006} : Pivot d'axe (A_5, \vec{x}_0)	L_{0506} : Ponctuelle de centre A_4

A.4. En se basant sur le document technique DT-02, identifier les composants indiqués par leurs numéros dans le tableau suivant et préciser leurs rôles.

N°	Nom technologique du composant	Rôle
(2)	Etoile de transfert	Transférer les bouteilles pour le posage du bouchon, le bouchage et l'évacuation
(4)	Clavette	Lier en rotation l'étoile de transfert à l'arbre (6)
(5) / (20)	Plateaux inférieur et supérieur	Contenir le mécanisme de croix de Malte
(6)	Arbre de l'étoile de transfert	Rotation de l'étoile de transfert

A.5. Justifier l'utilisation d'un moteur à courant continu pour l'entraînement de l'étoile de transfert.

Pour la synchronisation des vitesses entre l'avance du tapis et la rotation de l'étoile

Synchronisation des durées des différentes opérations (bouchage...)

.....

.....

.....

.....

A.6. Combien faut-il de tours du maneton (1) pour que l'ensemble (2) puisse effectuer un tour complet ? Justifier.

4 tours

4 postes /45°

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Partie B : Mécanique des Solides Indéformables (M.S.I)

1- Étude cinématique

B.1. Utiliser la base $(\vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_1)$, pour exprimer le torseur cinématique représentant le mouvement du maneton (1) par rapport au bâti (0) :

a. au point O :

Mouvement du maneton (1) par rapport au bâti (0) : rotation d'axe $\vec{z}_0 = \vec{z}_1$

$$\vec{\Omega}_{1/0} = \dot{\theta} \vec{z}_0 \quad \text{et} \quad \vec{V}_{O/0} = \vec{0}$$

$$\{\vartheta_{1/0}\}_O = \{\vec{\Omega}_{1/0} = \dot{\theta} \vec{z}_1 \mid \vec{V}_{O/0} = \vec{0}\}$$

b. au centre A du galet :

$$\vec{\Omega}_{1/0} = \dot{\theta} \vec{z}_0 \quad \text{et} \quad \vec{V}_{A/0} = \vec{V}_{O/0} + \vec{\Omega}_{1/0} \wedge \vec{OA} = \dot{\theta} \vec{z}_1 \wedge R_1 \vec{x}_1 = R_1 \dot{\theta} \vec{y}_1$$

$$\{\vartheta_{1/0}\}_A = \{\vec{\Omega}_{1/0} = \dot{\theta} \vec{z}_1 \mid \vec{V}_{A/0} = R_1 \dot{\theta} \vec{y}_1\}$$

B.2. Exprimer, au point B, et dans la base $(\vec{x}_2, \vec{y}_2, \vec{z}_2)$, le torseur cinématique représentant le mouvement de l'ensemble (2) par rapport au bâti (0).

Mouvement du maneton (2) par rapport au bâti (0) : rotation d'axe $\vec{z}_0 = \vec{z}_1$

$$\vec{\Omega}_{2/0} = -\dot{\beta} \vec{z}_0 \quad \text{et} \quad \vec{V}_{B/0} = \vec{0}$$

$$\{\vartheta_{2/0}\}_B = \{\vec{\Omega}_{2/0} = -\dot{\beta} \vec{z}_1 \mid \vec{V}_{B/0} = \vec{0}\}$$

B.3. Déterminer la vitesse du centre A du galet (3) par rapport au bâti (0), en passant par le point B ; et l'exprimer dans la base $(\vec{x}_2, \vec{y}_2, \vec{z}_2)$.

$$\vec{V}_{A/0} = \left(\frac{d\vec{BA}}{dt} \right)_0 = \frac{d}{dt} (-\lambda \vec{x}_2) = \dot{\lambda} \vec{x}_2 + \vec{\Omega}_{2/0} \wedge \vec{x}_2 \rightarrow \vec{V}_{A/0} = -\dot{\lambda} \vec{x}_2 + \dot{\lambda} \dot{\beta} \vec{y}_2$$

$$\vec{V}_{A/0} = -\dot{\lambda} \vec{x}_2 + \dot{\lambda} \dot{\beta} \vec{y}_2$$

B.4. Écrire les relations cinématiques traduisant la fermeture de la chaîne (0 – 1 – 3 – 2 – 0).

$$\text{D'une part : } \vec{V}_{A/0} = R_1 \dot{\theta} \vec{y}_1 = R_1 \dot{\theta} (-\sin\theta \vec{x}_0 + \cos\theta \vec{y}_0)$$

$$\text{D'autre part : } \vec{V}_{A/0} = -\dot{\lambda} \vec{x}_2 + \lambda \dot{\beta} \vec{y}_2$$

$$\rightarrow \vec{V}_{A/0} = -\dot{\lambda} (\cos\beta \vec{x}_0 - \sin\beta \vec{y}_0) + \lambda \dot{\beta} (\sin\beta \vec{x}_0 + \cos\beta \vec{y}_0)$$

$$\vec{V}_{A/0} = (-\dot{\lambda} \cos\beta + \lambda \dot{\beta} \sin\beta) \vec{x}_0 + (\dot{\lambda} \sin\beta + \lambda \dot{\beta} \cos\beta) \vec{y}_0$$

Par identification :

$$-R_1 \dot{\theta} \sin\theta = -\dot{\lambda} \cos\beta + \lambda \dot{\beta} \sin\beta \quad (1)$$

$$R_1 \dot{\theta} \cos\theta = \dot{\lambda} \sin\beta + \lambda \dot{\beta} \cos\beta \quad (2)$$

B.5. En déduire les relations géométriques traduisant la fermeture de la chaîne (0 – 1 – 3 – 2 – 0) tout en précisant les valeurs que doivent vérifier les constantes d'intégration. Montrer alors que la relation : $tg\beta = \frac{R_1 \sin\theta}{D - R_1 \cos\theta}$ représente la loi entrée-sortie du mécanisme.

$$-R_1 \dot{\theta} \sin\theta = -\dot{\lambda} \cos\beta + \lambda \dot{\beta} \sin\beta \quad (1) \rightarrow \frac{d}{dt} [R_1 \cos\theta] = -\frac{d}{dt} [\lambda \cos\beta] \quad (3)$$

$$R_1 \dot{\theta} \cos\theta = \dot{\lambda} \sin\beta + \lambda \dot{\beta} \cos\beta \quad (2) \rightarrow \frac{d}{dt} [R_1 \sin\theta] = \frac{d}{dt} [\lambda \sin\beta] \quad (4)$$

L'intégration des relations (3) et (4) conduit à :

$$(3) \rightarrow R_1 \cos\theta + \lambda \cos\beta = C_1$$

$$(4) \rightarrow R_1 \sin\theta - \lambda \sin\beta = C_2$$

En utilisant la chaîne (0-1-2-0) : on montre $C_1 = D$ et $C_2 = 0$

$$\text{Ainsi : } \lambda \cos\beta = D - R_1 \cos\theta \quad (5) \quad \text{et} \quad \lambda \sin\beta = R_1 \sin\theta \quad (6)$$

$$\text{En divisant membre à membre (5) et (6), on obtient } tg\beta = \frac{R_1 \sin\theta}{D - R_1 \cos\theta}$$

B.6. Déterminer, en fonction de D et de R_1 , les relations exprimant les limites extrêmes λ_{\min} et λ_{\max} de λ qui correspondent aux positions respectives $(\theta = 0, \beta = 0)$ et $(\theta = 30^\circ, \beta = 45^\circ)$.

La position $(\theta = 0, \beta = 0)$ est traduite par la relation : $R_1 + \lambda_{\min} = D$

La position $(\theta = 30^\circ, \beta = 45^\circ)$ est traduite par les relations :

$$\frac{\sqrt{3}}{2} R_1 + \frac{\sqrt{2}}{2} \lambda_{\max} = D \text{ et } \frac{1}{2} R_1 - \frac{\sqrt{2}}{2} \lambda_{\max} = 0$$

Tout calcul fait, on montre :

$$\lambda_{\min} = \frac{1}{2}(\sqrt{3} - 1) R_1, \quad \lambda_{\max} = \frac{1}{\sqrt{2}} R_1 \text{ et } D = \frac{1}{2}(\sqrt{3} + 1) R_1$$

B.7. Exprimer, en fonction de D et de R_1 , la course C_0 effectuée par le centre A du galet (3) sachant que celle-ci est définie par la relation : $C_0 = \lambda_{\max} - \lambda_{\min}$. Donner les valeurs numériques des rapports $\left(\frac{D}{R_1}\right)$ et $\left(\frac{C_0}{R_1}\right)$. En quoi ces rapports pourront être utiles ?

$$C_0 = \lambda_{\max} - \lambda_{\min} = \frac{1}{\sqrt{2}} R_1 - \frac{1}{2}(\sqrt{3} - 1) R_1 = \frac{R_1}{2}(1 - \sqrt{2}) + D$$

$$\left(\frac{D}{R_1}\right) = \frac{1}{2}(\sqrt{3} + 1) \approx 1.366$$

$$\left(\frac{C_0}{R_1}\right) = \frac{1}{\sqrt{2}}(1 - \sqrt{2}) + \left(\frac{D}{R_1}\right) = \frac{1}{2}(1 - \sqrt{2}) + \frac{1}{2}(\sqrt{3} + 1) = 1.073$$

Il suffit de fixer une dimension, on peut en déduire les autres

B.8. Utiliser la loi entrée-sortie de la question B.5, pour déterminer la vitesse et l'accélération angulaires de l'ensemble (2) par rapport au bâti (0) correspondant à la position $(\theta = 0, \beta = 0)$; les exprimer en fonction de R_1, ω et D .

$$\tan \beta = \frac{R_1 \sin \theta}{D - R_1 \cos \theta}$$

$$\Rightarrow \dot{\beta}(1 + \tan^2 \beta) = \frac{R_1 \omega \cos \theta}{D - R_1 \cos \theta} - \frac{R_1^2 \omega \sin^2 \theta}{(D - R_1 \cos \theta)^2}$$

Compte tenu des valeurs des deux angles on montre que:

$$\dot{\beta} = \frac{R_1 \omega}{D - R_1}$$

Le développement des calculs donne : $\ddot{\beta} = 0$

2-. Étude dynamique

Dans cette partie, les calculs à développer se rapportent à un fonctionnement normal du mécanisme, lorsque celui-ci se trouve instantanément dans la position de passage ($\theta = 0, \beta = 0$).

B.9. Déterminer le torseur dynamique au point B de l'ensemble (2) dans son mouvement par rapport au bâti (0) ; l'exprimer en fonction de m_2, r_2, E_2, R_1, D et ω .

Le torseur dynamique est définie au point B par : $\{D_{2/0}\}_B = \{\vec{R}_{2/0} | \vec{\delta}_{B/0}\}$

Avec $\vec{R}_{2/0} = m_2 \vec{\Gamma}_{G_2/0} = m_2 r_2 (\dot{\beta}^2 \vec{x}_2 - \ddot{\beta} \vec{y}_2)$ et $\vec{\delta}_{B/0} = \frac{d}{dt}(\vec{\sigma}_{B/0})$

$$\vec{\sigma}_{B/0} = [I_2]_B \cdot \vec{\Omega}_{2/0} = -E_2 \dot{\beta} \vec{x}_2 + C_2 \dot{\beta} \vec{z}_0$$

$$\vec{\delta}_{B/0} = -E_2 \ddot{\beta} \vec{x}_2 + E_2 \dot{\beta}^2 \vec{y}_2 + C_2 \ddot{\beta} \vec{z}_0$$

Dans la position ($\theta = 0, \beta = 0$)

La résultante : $\vec{R}_{2/0} = m_2 \vec{\Gamma}_{G_2/0} = m_2 r_2 \dot{\beta}^2 \vec{x}_0 = m_2 r_2 \left(\frac{R_1 \omega}{D - R_1} \right)^2 \vec{x}_0$

Le moment dynamique en B s'écrit : $\vec{\delta}_{B/0} = E_2 \left(\frac{R_1 \omega}{D - R_1} \right)^2 \vec{y}_0$

$$\{D_{2/0}\}_B = \left\{ \vec{R}_{2/0} = m_2 r_2 \left(\frac{R_1 \omega}{D - R_1} \right)^2 \vec{x}_0 \mid \vec{\delta}_{B/0} = E_2 \left(\frac{R_1 \omega}{D - R_1} \right)^2 \vec{y}_0 \right\}$$

B.10. Modéliser, sous forme de torseurs calculés au point B , toutes les actions extérieures s'exerçant sur l'ensemble (2) (les bases de projections devront être précisées).

◆ Action de la pesanteur au point B : $\{\tau_{pe/2}\}_B = \{\vec{P}_2 | \vec{M}_{B(pe/2)}\}$

$$\vec{P}_2 = -m_2 g \vec{z}_0$$

$$\vec{M}_{B(pe/2)} = \vec{BG}_2 \wedge \vec{P}_2 = -(r_2 \vec{x}_2 + h \vec{z}_0) \wedge m_2 g \vec{z}_0 = m_2 g r_2 \vec{y}_2$$

Dans la position ($\theta = 0, \beta = 0$), le torseur admettra pour expression :

$$\{\tau_{pe/2}\}_B = \{-m_2 g \vec{z}_0 | m_2 g r_2 \vec{y}_0\}$$

◆ Action du bâti (0) au point B

$$\{\tau_{0/2}\}_B = \{\vec{F}_{0/2} = X_B \vec{x}_0 + Y_B \vec{y}_0 + Z_B \vec{z}_0 | \vec{M}_{B(0/2)} = L_B \vec{x}_0 + M_B \vec{y}_0\}$$

◆ couple résistant :

$$\{\tau_{r/2}\}_B = \{\vec{F}_{r/2} = \vec{0} | \vec{C}_f = C_f \vec{z}_0\}$$

◆ Action ponctuelle du galet (3)

$$\{\tau_{3/2}\}_B = \{\vec{F}_{3/2} = F_I \vec{y}_2 | \vec{M}_{B(3/2)} = \vec{BI} \wedge F_I \vec{y}_2\}$$

$$\text{Avec } \vec{BI} = \vec{BA} + \vec{AI} = -\lambda \vec{x}_2 + r_3 \vec{y}_2$$

$$\text{Cela conduit à } \vec{M}_{B(3/2)} = (-\lambda \vec{x}_2 + r_3 \vec{y}_2) \wedge F_I \vec{y}_2 = -\lambda F_I \vec{z}_0$$

Dans la position ($\theta = 0, \beta = 0$), le torseur admettra pour expression :

$$\{\tau_{3/2}\}_B = \{F_I \vec{y}_0 | -F_I \lambda_{min} \vec{z}_0\}$$

B.11. Écrire les équations dynamiques qui découlent du théorème de la résultante dynamique appliqué à l'ensemble (2) dans son mouvement par rapport au repère galiléen R_0 .

Théorème de la résultante dynamique $\Rightarrow \vec{x}_0 / \vec{x}_B = m_2 r_2 \left(\frac{R_1 \omega}{D - R_1} \right)^2 ; \vec{y}_0 / Y_B + F_I = 0 ;$

$$\vec{z}_0 / Z_B - m_2 g = 0$$

B.12. Écrire les équations dynamiques qui découlent du théorème du moment dynamique appliqué à l'ensemble (2) dans son mouvement par rapport au repère galiléen R_0 .

Théorème du moment dynamique \Rightarrow

$$L_B = 0$$

$$M_B + m_2 g r_2 + E_2 \left(\frac{R_1 \omega}{D - R_1} \right)^2 = 0$$

$$-F_I (D - R_1) + C_f = -F_I \lambda_{min} + C_f = 0$$

B.13. Déterminer l'expression de l'action ponctuelle F_I ; et l'exprimer en fonction de C_f , D et R_1 .

$$F_I = \frac{C_f}{\lambda_{\min}} = \frac{C_f}{D - R_1}$$

3- Étude Énergétique

B.14. Déterminer la puissance développée par l'action ponctuelle du galet au point de contact I , dans le mouvement du maneton (1) par rapport au bâti (0). Que devient cette puissance dans la position instantanée ($\theta = 0, \beta = 0$) ?

$$P_u(\vec{F}_I) = \vec{F}_I \cdot \vec{V}_{A/0} = F_I \vec{y}_2 \cdot R_1 \dot{\theta} \vec{y}_1$$

Dans la position ($\theta = 0, \beta = 0$) : $\vec{y}_2 = \vec{y}_1 = \vec{y}_0$

La puissance instantanée à l'instant de passage est alors :

$$P_u(\vec{F}_I) = F_I R_1 \omega = \frac{C_f R_1 \omega}{D - R_1}$$

B.15. Calculer la puissance motrice développée par le moteur à l'entrée du réducteur.

$$P_m(C_m) = C_m \omega_m$$

B.16. Dédurre le couple développé par le moteur ; et l'exprimer en fonction de η_r , ρ_r , C_f , R_1 et D .

$$\eta_r = \frac{C_f R_1 \omega}{(D - R_1) C_m \omega_m} = \frac{\rho_r C_f R_1}{(D - R_1) C_m}$$

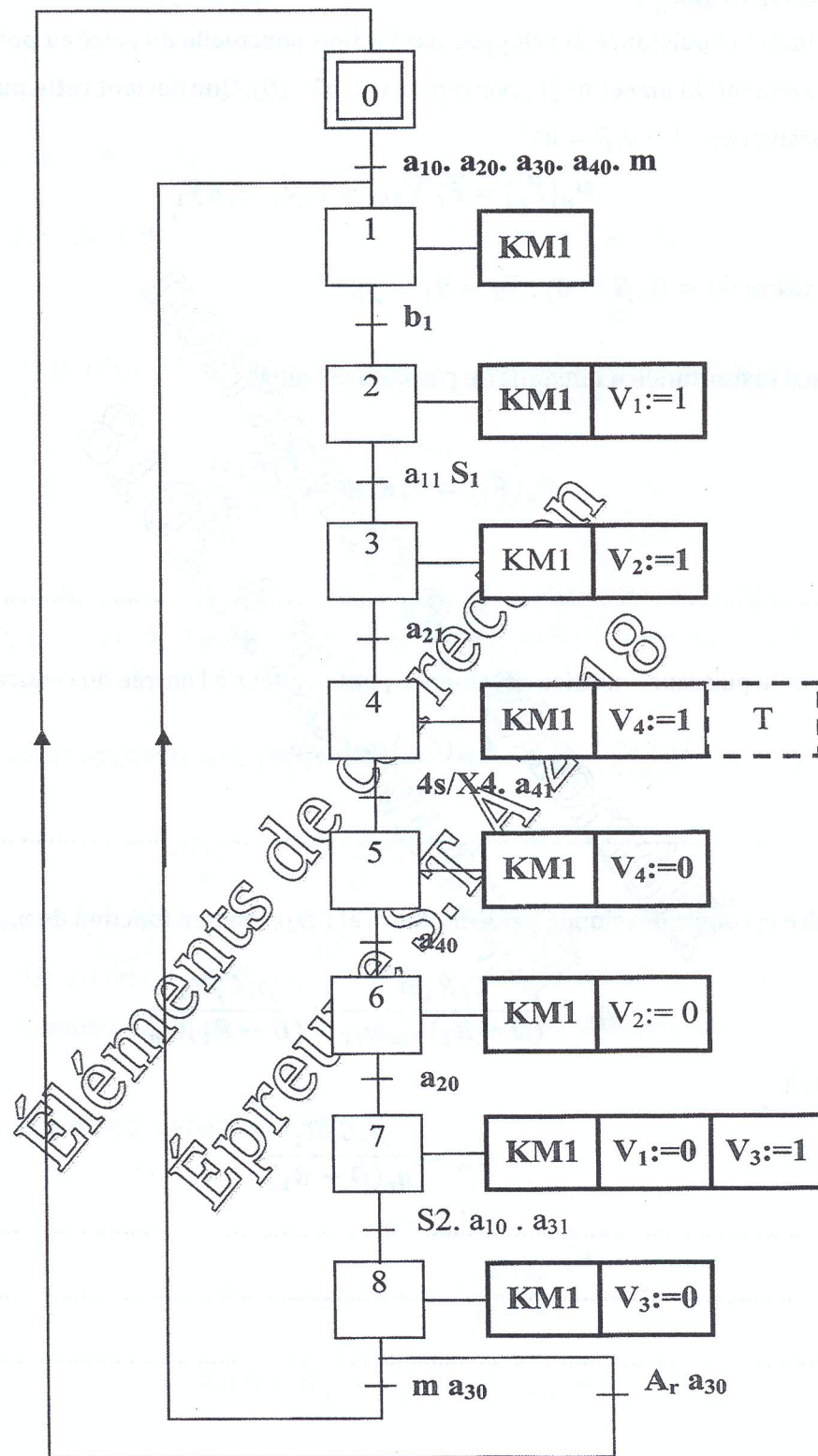
On en déduit :

$$C_m = \frac{\rho_r C_f R_1}{\eta_r (D - R_1)}$$

Partie C : Automatique

1-. Étude séquentielle de l'unité de remplissage des bouteilles

C.1. Compléter le grafcet, de point de vue commande, décrivant le fonctionnement de l'unité de remplissage des bouteilles.



Grafcet de l'unité de remplissage des bouteilles

2. Étude du circuit générant les signaux S1 et S2

C.2. Compléter la table de vérité ainsi que les tableaux de karnaugh relatifs aux signaux S1 et S2. En déduire les équations des deux signaux.

Remarque : On utilisera le symbole (ϕ) pour les cases indéterminées.

b_4	b_3	b_2	b_1	S1	S2
0	0	0	0	0	1
0	0	0	1	0	0
0	0	1	0	0	ϕ
0	0	1	1	0	0
0	1	0	0	0	ϕ
0	1	0	1	0	ϕ
0	1	1	0	0	ϕ
0	1	1	1	0	0
1	0	0	0	0	ϕ
1	0	0	1	0	ϕ
1	0	1	0	0	ϕ
1	0	1	1	0	ϕ
1	1	0	0	0	ϕ
1	1	0	1	0	ϕ
1	1	1	0	0	ϕ
1	1	1	1	1	0

Le signal S1 :

$b_2 b_1$	00	01	11	10
$b_4 b_3$				
00	0	0	0	0
01	0	0	0	0
11	0	0	1	0
10	0	0	0	0

$$S1 = \dots\dots\dots b1 b2 b3 b4 \dots\dots\dots$$

Le signal S2 :

$b_2 b_1$	00	01	11	10
$b_4 b_3$				
00	1	0	0	ϕ
01	ϕ	ϕ	0	ϕ
11	ϕ	ϕ	0	ϕ
10	ϕ	ϕ	ϕ	ϕ

$$S2 = \dots\dots\dots b1 \dots\dots\dots$$

3. Régulation du niveau du liquide dans la cuve de stockage

C.3. En se référant aux Figures 9 et 10, ainsi qu'aux équations de (1) à (6) du document « mise en situation, données et hypothèses », déterminer les expressions analytiques des différents blocs fonctionnels de la Figure 11.

$$G_1(p) = \dots\dots\dots k_c \dots\dots\dots$$

$$G_2(p) = \dots\dots\dots A_1 \dots\dots\dots$$

$$G_3(p) = \dots\dots\dots \frac{K_m}{1 + \tau_m \cdot p} \dots\dots\dots$$

$$G_4(p) = \dots\dots\dots \frac{1}{p} \dots\dots\dots$$

$$G_5(p) = \dots\dots\dots r \dots\dots\dots$$

$$G_6(p) = \dots\dots\dots k_1 \dots\dots\dots$$

$$G_7(p) = \dots\dots\dots \frac{1}{s.p} \dots\dots\dots$$

$$G_8(p) = \frac{1}{s.p}$$

$$G_9(p) = \dots\dots\dots k_s \dots\dots\dots$$

C.4. En déduire les expressions numériques de $G_1(p)$, $G_3(p)$, $G_4(p)$, $G_5(p)$, $G_6(p)$, $G_7(p)$, $G_8(p)$ et $G_9(p)$:

$$G_1(p) = \dots\dots\dots 20 \dots\dots\dots$$

$$G_3(p) = \dots\dots\dots \frac{0.5}{1+0.1.p} \dots\dots\dots$$

$$G_4(p) = \dots\dots\dots \frac{1}{p} \dots\dots\dots$$

$$G_5(p) = \dots\dots\dots 0.05 \dots\dots\dots$$

$$G_6(p) = \dots\dots\dots 0.1 \dots\dots\dots$$

$$G_7(p) = \dots\dots\dots \frac{1}{0.5p} \dots\dots\dots$$

$$G_8(p) = \dots\dots\dots \frac{1}{0.5p} \dots\dots\dots$$

$$G_9(p) = \dots\dots\dots 20 \dots\dots\dots$$

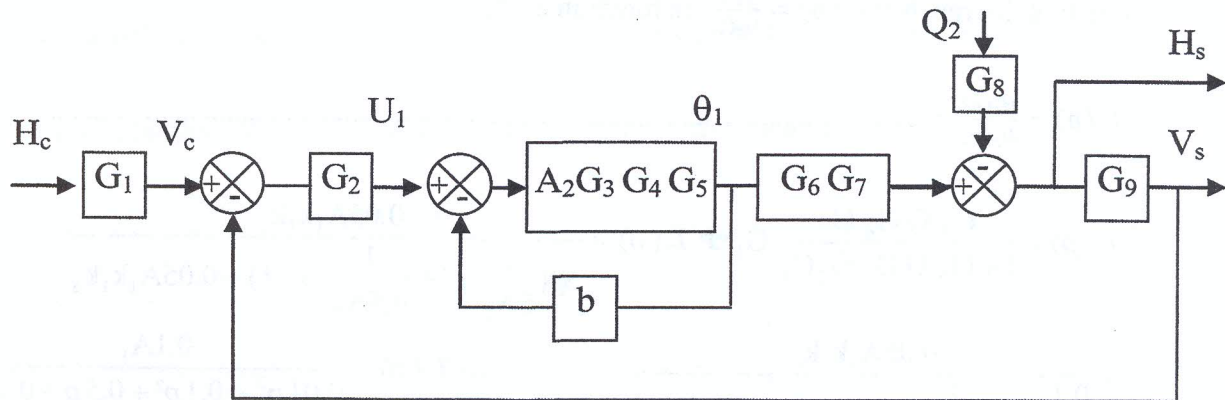
C.5. Pour $q_2(t) = 0$, montrer que la fonction de transfert $T_1(p)$ admet pour expression :

$$\begin{aligned} T_1(p) &= \frac{V_s(p)}{V_c(p)} = \frac{A_1}{p^3 + 10p^2 + A_1} \\ \dots\dots T_1(p) &= \frac{G_2 G_3 G_4 G_5 G_6 G_7 G_8}{1 + G_2 G_3 G_4 G_5 G_6 G_7 G_8 G_9} = \frac{\frac{A_1 K_m r k_1 k_s}{Sp^2(1+\tau_m p)}}{1 + \frac{A_1 K_m r k_1 k_s}{Sp^2(1+\tau_m p)}} = \frac{A_1 K_m r k_1 k_s}{Sp^2(1+\tau_m p) + A_1 K_m r k_1 k_s} \\ &= \frac{A_1}{\frac{S}{K_m r k_1 k_s} p^2 + \frac{S \tau_m}{K_m r k_1 k_s} p^3 + A_1} = \frac{0.5}{0.05} p^2 + \frac{0.05}{0.05} p^3 + A_1 \\ &\Rightarrow T_1(p) = \frac{A_1}{p^3 + 10p^2 + A_1} \end{aligned}$$

C.6. Étudier et justifier la stabilité du système de fonction de transfert $T_1(p)$.

Le système est instable, absence du coefficient en P^1

C.7. En se référant à la **Figure 12**, compléter le schéma fonctionnel du nouveau asservissement représenté ci-dessous.



C.8. Montrer que la fonction de transfert $G(p) = \frac{\theta_1(p)}{U_1(p)}$ est donnée par :

$$G(p) = \frac{\theta_1(p)}{U_1(p)} = \frac{0.05}{1 + \frac{p}{0.5A_2} + \frac{p^2}{5A_2}}$$

$$G(p) = \frac{\theta_1(p)}{U_1(p)} = \frac{A_2 G_3 G_4 G_5}{1 + b A_2 G_3 G_4 G_5} \dots\dots\dots$$

$$\Rightarrow G(p) = \frac{rK_m A_2}{p(1 + \tau_m p) + rbK_m A_2} = \frac{rK_m A_2}{\tau_m p^2 + p + rbK_m A_2} \Rightarrow G(p) = \frac{0.05}{\frac{1}{5A_2} p^2 + \frac{1}{0.5A_2} p + 1}$$

C.9. En déduire les expressions du gain statique K , de la pulsation propre, non amortie ω_0 et du coefficient d'amortissement ξ en fonction de A_2 .

$$\dots\dots\dots K = \dots\dots 0.05 \dots\dots$$

$$\frac{1}{\omega_0^2} = \frac{1}{5A_2} \dots\dots\dots$$

$$\omega_0 = \sqrt{5A_2}$$

$$\frac{2\xi}{\omega_0} = \frac{1}{0.5A_2} \Rightarrow \xi = \frac{1}{A_2} \omega_0 = \frac{\sqrt{5A_2}}{A_2} \dots\dots\dots$$

$$\xi = \dots\dots \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{A_2}} \dots\dots$$

C.10. Calculer A_2 pour avoir le temps de réponse le plus rapide de $\theta_1(t)$

$$\text{Le temps de réponse le plus rapide} \Rightarrow \xi = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow \xi = \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{A_2}} = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow \frac{5}{A_2} = \frac{1}{2}$$

$$\dots\dots\dots A_2 = 10 \dots\dots\dots$$

C.11. Pour $q_2(t) = 0$, et en considérant une valeur de $A_2 = 10$, étudier la stabilité du système de fonction de transfert $T_2(p) = \frac{H_s(p)}{H_c(p)}$ en fonction de A_1 .

$$T_2(p) = \frac{H_s(p)}{H_c(p)} = \dots\dots\dots$$

$$T_2(p) = \frac{G_2 G_6 G_7}{1 + G_2 G_6 G_7 G_9} G_1 \Rightarrow T_2(p) = \frac{0.05A_1 k_1 k_c}{Sp\left(\frac{1}{5A_2} p^2 + \frac{1}{0.5A_2} p + 1\right) + 0.05A_1 k_1 k_s}$$

$$= \frac{0.05A_1 k_1 k_c}{\frac{0.1}{A_2} p^3 + \frac{1}{A_2} p^2 + 0.5p + 0.05A_1 k_1 k_s} \Rightarrow T_2(p) = \frac{0.1A_1}{0.01p^3 + 0.1p^2 + 0.5p + 0.1A_1}$$

$$\dots\dots\dots T_2(p) = \dots\dots\dots$$

Équation caractéristique :

$$\dots\dots\dots 0.01p^3 + 0.1p^2 + 0.5p + 0.1A_1 = 0$$

$$\dots\dots\dots$$

Tableau de Routh:

p^3	0.01	0.5
p^2	0.1	0.1A ₁
p^1	0.5 - 0.01A ₁	0
p^0	0.1A ₁	X

Conclure sur la stabilité :

A₁ étant un réel positif, le système est stable si et seulement si

$$0.5 - 0.01A_1 > 0 \text{ soit } 0.5 > 0.01A_1 \Rightarrow 0 < A_1 < 50 \dots\dots\dots$$

$$\dots\dots\dots$$