


Correction Concours Physique PC 20018

Problème N°1 (70 points)

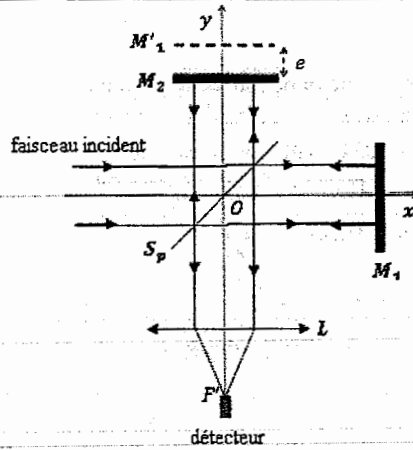
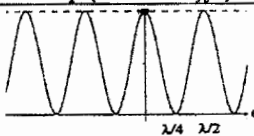
A-Modèle moléculaire		10 points
1/	α s'exprime en $J \cdot m^{-n}$. $[\alpha] = [U][x^{-n}] = ML^2T^{-2}L^{-n} = ML^{2-n}T^{-2}$	0.5pt
2/	Si $x \rightarrow 0$ alors $U(x) \rightarrow \infty$; si $x \rightarrow \infty$ alors $U(x) \rightarrow 0$. (0.5) $\frac{dU}{dx} = -\frac{n\alpha}{x^{n+1}} + \frac{q^2}{4\pi\epsilon_0 x^2} = 0 \Rightarrow x = x_0 = \left(\frac{4\pi n \alpha \epsilon_0}{q^2}\right)^{\frac{1}{n-1}}$, (1) soit : $\alpha = x_0^{n-1} \frac{q^2}{4\pi n \epsilon_0}$	1.5pts
3/		0.5pt
4/	$F(x) = -\frac{dU}{dx} = \frac{n\alpha}{x^{n+1}} - \frac{q^2}{4\pi\epsilon_0 x^2} \Rightarrow F(x) = \frac{q^2}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{x_0^{n-1}}{x^{n+1}} - \frac{1}{x^2} \right)$. - La force est attractive si $F < 0 \Rightarrow \frac{x_0^{n-1}}{x^{n+1}} < \frac{1}{x^2} \Rightarrow x_0^{n-1} < x^{n-1} \Rightarrow x > x_0$ (car $n > 1$). - La force est répulsive si $F > 0$, soit alors pour $x < x_0$.	1pt
5/	$E_d = U(x \rightarrow \infty) - U(x \rightarrow x_0) = -U(x = x_0)$, ce qui vient : $E_d = -\frac{\alpha}{x_0^n} + \frac{q^2}{4\pi\epsilon_0 x_0} = \frac{q^2}{4\pi\epsilon_0 x_0} \left(1 - \frac{1}{n}\right)$	0.5pt
6/a/	Puisque $E_d = -U(x = x_0)$ et $\left(\frac{dU}{dx}\right)_{x_0} = 0$ (un minimum), alors à l'ordre 2 on aura : $U(x) = -E_d + \frac{1}{2}(x - x_0)^2 \left(\frac{d^2U}{dx^2}\right)_{x_0}$ (0.5) En posant $k = \left(\frac{d^2U}{dx^2}\right)_{x_0}$, il vient : $U(x) = -E_d + \frac{1}{2}k(x - x_0)^2$ $k = \left(\frac{d^2U}{dx^2}\right)_{x_0} = \frac{q^2}{4\pi\epsilon_0 x_0^3} (n-1)$ (0.5) Pour $n = 10$ on a : $k = 441,71 \text{ Nm}^{-1}$ (0.5)	1.5pts
b/	RFD : $m\ddot{x} = -k(x - x_0) \Rightarrow m(\ddot{x} - \ddot{x}_0) = -k(x - x_0) \Rightarrow$ $m\ddot{X} + kX = 0 \Rightarrow \frac{d^2X}{dt^2} + \frac{k}{m}X = 0 \Rightarrow \omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}$	1pt
c/	$\omega_0 = \frac{2\pi c}{\lambda_0} = 51,43 \cdot 10^{13} \text{ s}^{-1} \Rightarrow \lambda_0 = 3,66 \mu\text{m} \in \text{IR}$ (Infrarouge)	1pt
7/a/	$m\ddot{x} = -m\frac{x}{\tau} - k(x - x_0) - qE \Rightarrow m\ddot{X} = -m\frac{X}{\tau} - kX - qE$	1pt
b/	En notation complexe on a : $-m\omega_0^2 \underline{X} = -im\frac{\omega_0}{\tau} \underline{X} - k\underline{X} - qE \Rightarrow \underline{X} = i \frac{qE}{m\frac{\omega_0}{\tau}} = i \frac{q\tau E_0}{m\omega_0} e^{i\omega_0 t}$ (0.5) $X_m = \frac{q\tau E_0}{m\omega_0} = 0,0011 \text{ nm} \approx \frac{x_0}{100} \ll x_0$; d'où la validité du modèle de l'oscillateur harmonique. (1)	1.5pts
B- Etude du fond diffus cosmologique		3.5 points
8/	Un corps noir est un corps qui absorbe toute l'énergie électromagnétique qu'il reçoit.	1pt
9/a/	$\lambda_m = \frac{2898}{3} = 966 \mu\text{m} = 0,97 \text{ mm}$ (ondes Radio)	1pt
b/	$\lambda_m = \frac{2898}{6000} = 0,483 \mu\text{m}$ (dans le visible) $\lambda_m = \frac{2898}{310} = 9,348 \mu\text{m}$: un corps humain émet dans l'IR	1.5pts
C- Réflexion d'une onde plane sur un conducteur		18 points
10/	$\vec{B} = \frac{\vec{k}}{\omega} \wedge \vec{E}$ soit : $\begin{cases} \vec{B}_i = \frac{E_0}{c} e^{i(\omega t - kx)} \vec{u}_z \\ \vec{B}_r = -\frac{E_0 r}{c} e^{i(\omega t + kx)} \vec{u}_z \\ \vec{B}_t = \frac{E_0 t}{c} e^{i(\omega t - k_t x)} \vec{u}_z \end{cases}$	1.5pts


11/	$\text{div} \vec{E}_t = \frac{\rho}{\epsilon_0}; \text{div} \vec{B}_t = 0; \text{rot} \vec{E}_t = -\frac{\partial \vec{B}_t}{\partial t}; \text{rot} \vec{B}_t = \mu_0 \gamma \vec{E}_t + \epsilon_0 \mu_0 \frac{\partial \vec{E}_t}{\partial t}$ $\text{div} \vec{E}_t = 0 \Rightarrow \frac{\partial E_t}{\partial y} = 0 \Rightarrow \rho = 0 \quad (0.5)$	1.5pts
12/	$j_D \ll \gamma E_t \rightarrow \omega \epsilon_0 \ll \gamma \rightarrow f \ll \frac{\gamma}{2\pi \epsilon_0} = 10^{19} \text{s}^{-1}$	1pt
13/	$\text{rot} \text{rot} \vec{E}_t = \text{grad} \text{div} \vec{E}_t - \Delta \vec{E}_t \Rightarrow -\frac{\partial \text{rot} \vec{B}_t}{\partial t} = \text{grad} \text{div} \vec{E}_t - \Delta \vec{E}_t \Rightarrow \Delta \vec{E}_t - \mu_0 \gamma \frac{\partial \vec{E}_t}{\partial t} = \vec{0}$	1pt
14/	$(-ik_t)^2 - i\omega \mu_0 \gamma = 0 \rightarrow k_t^2 = -i\gamma \mu_0 \omega$	1pt
15/	$k_t^2 = \frac{(1-i)^2}{2} \omega \mu_0 \gamma \rightarrow k_t = \mp(1-i) \sqrt{\frac{\omega \mu_0 \gamma}{2}} = \mp \frac{1-i}{\delta} = \frac{n}{c}$ L'onde se propage suivant les $x > 0$, on prend alors la solution : $k_t = \frac{1-i}{\delta}$ et donc l'indice $n = c \frac{1-i}{\omega \delta}$	1pt
16/	$\vec{E}_t = \vec{E}_{ot} e^{i(\omega t - k_t x)} \vec{u}_y = \vec{E}_t = \vec{E}_{ot} e^{i(\omega t - \frac{1-i}{\delta} x)} \vec{u}_y = \vec{E}_{ot} e^{-\frac{x}{\delta}} e^{i(\omega t - \frac{x}{\delta})} \vec{u}_y$ C'est une onde progressive atténuée. δ représente la profondeur de pénétration.	1.5pts
17/	$\delta(100 \text{MHz}) = 15,9 \mu\text{m}, \delta(\text{optique}) = 15,9 \text{nm}$	1pt
18/	$\begin{cases} \vec{E}_i(x=0) + \vec{E}_r(x=0) = \vec{E}_t(x=0) \\ \vec{B}_i(x=0) + \vec{B}_r(x=0) = \vec{B}_t(x=0) \end{cases} \begin{cases} 1+r = t \\ 1-r = nt \end{cases} \quad (2)$ $r = \frac{\omega \delta - c(1-i)}{\omega \delta + c(1-i)}, t = \frac{2\omega \delta}{\omega \delta + c(1-i)} \quad (0.5)$	2.5pts
19/	a/ $\delta \rightarrow 0 \quad 0.5$ b/ $r = \frac{-c(1-i)}{+c(1-i)} = -1 \quad 0.5$	1pt
c/	$\vec{E} = \vec{E}_i + \vec{E}_r = 2iE_{oi} \sin kx e^{i\omega t} \vec{u}_y$ $\text{rot} \vec{E} = -i\omega \vec{B} \rightarrow 2ikE_{oi} \cos kx e^{i\omega t} \vec{u}_z = -i\omega \vec{B} \quad (2)$ $\vec{B} = \frac{-2}{\omega} kE_{oi} \cos kx e^{i\omega t} \vec{u}_z = -2 \frac{E_{oi}}{c} \cos kx e^{i\omega t} \vec{u}_z$ C'est une onde stationnaire. (0.5)	2.5pts
d/	$\vec{\pi} = \frac{\vec{E} \wedge \vec{B}}{\mu_0} = 4 \frac{E_{oi}^2}{\mu_0} \cos kx \sin kx \sin \omega t \cos \omega t \vec{u}_z \Rightarrow \langle \vec{\pi} \rangle = \vec{0}$ Alors pas de propagation de l'énergie électromagnétique.	1.5pts
e/	$\langle u \rangle = \langle \epsilon_0 \frac{E^2}{2} + \frac{B^2}{2\mu_0} \rangle = 2\epsilon_0 E_{oi}^2 \sin^2 kx \frac{1}{2} + \frac{2}{\mu_0 c^2} E_{oi}^2 \cos^2 kx \frac{1}{2}$ Soit $\langle u \rangle = \epsilon_0 E_{oi}^2$	1pt
D- Expansion de l'Univers 4 points		
20/a/	$dU = d(\langle u \rangle V) = \delta w + \delta Q = -pdV = -\frac{\langle u \rangle}{3} dV$ $\langle u \rangle dV + Vd\langle u \rangle = -\frac{\langle u \rangle}{3} dV \rightarrow \frac{4\langle u \rangle}{3} dV + Vd\langle u \rangle = 0 \rightarrow 4 \frac{dV}{V} + 3 \frac{d\langle u \rangle}{\langle u \rangle} = 0$ $0 \rightarrow 4 \ln V + 3 \ln \langle u \rangle = \text{cte} \text{ donc } V^4 \langle u \rangle^3 = C$	1.5pts
b/	$V^4 \langle u \rangle^3 = C \rightarrow (\frac{4\pi R^3}{3})^4 (A \times T^4)^3 = C \rightarrow R^{12} T^{12} = \text{cte}$ enfin $R \times T = C'$ Si R augmente alors T diminue	1.5pts
c/	$R \times T = \text{constante}$ et $\lambda_m \times T = \text{cte} \Rightarrow \lambda_m = \text{cte } R$	1pt
E- Effet Doppler en astrophysique 6 points		
21/a/	a/ $t'_1 = \frac{d}{c}$ 1pt b/ $x_2 = d + VT$ 1pt	1pt
c/	$t'_2 = \frac{x_2}{c} + t_2 = t'_1 + \frac{VT}{c} + T$ $T' = t'_2 - t'_1 = T(1 + \frac{V}{c})$	1.5pts
d/	$\frac{1}{v'} = \frac{1}{v} (1 + \frac{V}{c}) \rightarrow \frac{v}{v'} = \frac{1}{1 + \frac{V}{c}} \approx (1 - \frac{V}{c})$	1pt
e/	$\Delta v = v' - v = -v \frac{V}{c} \quad (0.5)$ $T' = T(1 + \frac{V}{c}) \rightarrow \frac{\lambda'}{c} = \frac{\lambda}{c} (1 + \frac{V}{c}) \rightarrow \frac{\lambda'}{\lambda} = 1 + \frac{V}{c} \text{ donc } \frac{\lambda' - \lambda}{\lambda} = \frac{V}{c} \quad (1)$	1.5pts
F- Mesure de la vitesse d'éloignement d'une étoile 10 points		
22/	$E_A - E_2 = h\nu \Rightarrow \nu = 6,18 \cdot 10^{14} \text{Hz}$ et $\lambda = \frac{c}{\nu} = 0,485 \cdot 10^{-6} \text{m} \in \text{Vis}$	1.5pts
23/a/	$\delta = (S_{p+1}M) - (S_pM) = a \sin \theta$	1pt

b/	$A = A_0 \sum_{p=1}^N e^{i p \varphi} = A_0 \frac{1 - e^{i N \varphi}}{1 - e^{i \varphi}} = A_0 e^{i \frac{N-1}{2} \varphi} \frac{\sin \frac{N}{2} \varphi}{\sin \frac{\varphi}{2}}$	1pt
c/	$I = A ^2 = A_0^2 \left(\frac{\sin \frac{N}{2} \varphi}{\sin \frac{\varphi}{2}} \right)^2$	1pt
d/	Les interférences sont totalement constructives lorsque tous les vecteurs de Fresnel sont colinéaires. $\longrightarrow \longrightarrow \longrightarrow \longrightarrow \longrightarrow \longrightarrow \longrightarrow$ Alors la phase φ doit être multiple de 2π : $\varphi = 2m\pi$ (1) $\varphi = 2m\pi = \frac{2\pi \delta}{\lambda} = \frac{2\pi a \sin \theta}{\lambda} \Rightarrow a \sin \theta = m\lambda$ (0.5)	1.5pts
24/a/	$N > \frac{\lambda}{\Delta \lambda} = 4861$	0.5pt
b/	$\Delta \lambda > 0 \Rightarrow V > 0$, donc l'étoile s'éloigne de la Terre (1) $V = c \frac{\Delta \lambda}{\lambda} = 61,7 \text{ km s}^{-1}$ (1)	2pts
c/	$H = 0.25 \cdot 10^{-17}$ est l'inverse du temps	1pt
d/	$\frac{1}{H} = \frac{d}{V} = 4 \cdot 10^{17} \text{ s} = 13 \text{ milliards ans}$	0.5pt

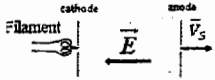
G- Mesure de la largeur d'une raie spectrale

18 points

25/	 <p>L'image M'_1 de M_1 par la séparatrice est parallèle au miroir M_2 : on dit que l'interféromètre est utilisé en lame d'air d'épaisseur e. (0.5)</p>	1.5pts
26/	$I_1 = I_2 = \frac{I_0}{4}$ (1) Pour un R quelconque on aura : $I_1 = I_2 = R(1 - R)I_0$. L'intensité des rayons est maximale si $\frac{dI_{1,2}}{dR} = 0 \Rightarrow 1 - 2R = 0$ donc $R = 0,5$ (0.5)	1.5pts
27/	Le rôle de la compensatrice est de compenser la différence de marche supplémentaire causée par l'épaisseur non négligeable de la séparatrice.	1pt
28/	$\delta = 2e \Rightarrow p = \frac{\delta}{\lambda} = \frac{2e}{\lambda}$	1.5pts
29/	$I = 2 \frac{I_0}{4} \left(1 + \cos \frac{2\pi \delta}{\lambda} \right) = \frac{I_0}{2} \left(1 + \cos \frac{4\pi e}{\lambda} \right)$	1pt
30/		1pt
31/a/	$dI = dI_0 \frac{1}{2} \left(1 + \cos \frac{2\pi \delta}{\lambda} \right) = \frac{I_0}{2 \Delta \nu} \left(1 + \cos \frac{2\pi \nu \delta}{c} \right) d\nu$	1pt
b/	$I = \frac{I_0}{2 \Delta \nu} \int_{\nu_1}^{\nu_2} \left(1 + \cos \frac{2\pi \nu \delta}{c} \right) d\nu$	2pts

	$I = \frac{I_0}{2\Delta\nu} \left[\nu + \frac{c}{2\pi\delta} \sin \frac{2\pi\nu\delta}{c} \right]_{\nu_1}^{\nu_2} = \frac{I_0}{2} \left(1 + \frac{\sin \left(\pi \frac{\delta\Delta\nu}{c} \right)}{\pi \frac{\delta\Delta\nu}{c}} \cos \left(2\pi \frac{\nu_0}{c} \delta \right) \right)$ <p>En posant $L_c = \frac{c}{\Delta\nu}$, on écrit alors $I = \frac{I_0}{2} \left(1 + \frac{\sin \left(\pi \frac{\delta}{L_c} \right)}{\pi \frac{\delta}{L_c}} \cos \left(2\pi \frac{\nu_0}{c} \delta \right) \right)$</p>	
c/	$\nu = \frac{c}{\lambda} \Rightarrow \Delta\nu = c \frac{\Delta\lambda}{\lambda^2} \approx c \frac{\Delta\lambda}{\lambda_0^2}$ donc $L_c = \frac{c}{\Delta\nu} = \frac{\lambda_0^2}{\Delta\lambda}$	1pt
d/		1pt
e/	<p>La variation $\Delta p_{1/2}$ de l'ordre d'interférence entre les fréquences ν_0 et $\nu_0 + \frac{\Delta\nu}{2}$ couvrant la moitié du spectre vaut : $\Delta p_{1/2} = \frac{\delta\Delta\nu}{2c}$</p> <p>Les franges restent visibles dès que $\Delta p_{1/2} < \frac{1}{2} \Rightarrow \delta < \frac{c}{\Delta\nu} = L_c$.</p> <p>$L_c$ est la longueur de cohérence temporelle.</p> <p>L_c est la différence de marche maximale au-delà de laquelle il n'y a pas d'interférence (L_c est la longueur du train d'onde).</p>	1.5pts
32/	<p>$2e = L_c \Rightarrow e = 2,037 \text{ mm}$</p> <p>$L_c = \frac{\lambda_0^2}{\Delta\lambda} \Rightarrow \Delta\lambda = 0,058 \text{ nm}$</p> <p>Pour le laser He-Ne : $L_c = 30 \text{ m}$. ; Pour une onde monochromatique : $L_c = \infty$.</p>	2pts
33/a/	<p>La vitesse V des atomes sur la direction Détecteur-Source (l'axe Ox sur la figure 3 de l'énoncé) prend toutes les valeurs possibles entre $+v_m$ et $-v_m$.</p> <p>Alors, pour $V = +v_m$, on aura un décalage Doppler : $\frac{\lambda_2 - \lambda_0}{\lambda_0} = \frac{v_m}{c}$</p> <p>Pour $V = -v_m$, lui correspond un décalage Doppler : $\frac{\lambda_1 - \lambda_0}{\lambda_0} = -\frac{v_m}{c}$</p> <p>Alors l'élargissement total de la raie est : $\Delta\lambda = \lambda_2 - \lambda_1 = 2\lambda_0 \frac{v_m}{c}$</p>	1.5pts
b/	$v_m = \sqrt{\frac{8k_B T}{\pi m_H}}$ <p>$T \approx 15\,000 \text{ K}$</p>	0.5pt

Problème N°2 (30 points)

A- Caractère ondulatoire des électrons		4 points
1/		1pt
2/	$\Delta E_c = W(F_{elec}) = \int_c^a -e \vec{E} \cdot d\vec{l}$ $\Rightarrow \frac{1}{2} m V_0^2 - 0 = -e(U_c - U_a) = eU \Rightarrow V_s = \sqrt{\frac{2eU}{m}}$	2pts
3/	$A.N : V_s = \sqrt{\frac{2eU}{m}} = 0,6 \cdot 10^7 \text{ ms}^{-1} \quad \lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{mV_s} = 0,12 \text{ nm}$	1pt
B- Effet tunnel		26 points
4/	Classiquement la conservation de l'énergie interdit aux électrons de franchir la barrière en $x=0$, ils vont rebondir et repartent avec la vitesse opposée.	1.5pts
5/a/	$ \psi(x,t) ^2$ est la densité de probabilité de présence de l'électron.	1.5pts
b/	$\begin{cases} -\frac{\hbar^2}{2m} \frac{\partial^2 \varphi_I(x)}{\partial x^2} = E \varphi_I(x) \\ -\frac{\hbar^2}{2m} \frac{\partial^2 \varphi_{II}(x)}{\partial x^2} + V_0 \varphi_{II} = E \varphi_{II}(x) \\ -\frac{\hbar^2}{2m} \frac{\partial^2 \varphi_{III}(x)}{\partial x^2} = E \varphi_{III}(x) \end{cases}$	3pts
6/a/	$k = \frac{\sqrt{2mE}}{\hbar}$ et $\beta = \frac{\sqrt{2m(V_0-E)}}{\hbar}$	3pts
b/	Dans la région III, il n'y a pas de réflexion $\Rightarrow B_3 = 0$. (1) $A_1 e^{ikx}$: onde incidente $B_1 e^{-ikx}$: onde réfléchie (0.5x4) $A_2 e^{\beta x} + B_2 e^{-\beta x}$: ondes évanescentes $A_3 e^{ikx}$: onde transmise	3pts
7/	$\begin{cases} \varphi_I(0) = \varphi_{II}(0) \\ \varphi_{II}(L) = \varphi_{III}(L) \end{cases} \begin{cases} A_1 + B_1 = A_2 + B_2 \\ A_2 e^{\beta L} + B_2 e^{-\beta L} = A_3 e^{ikL} \end{cases} \quad \text{et}$ $\begin{cases} \varphi'_I(0) = \varphi'_{II}(0) \\ \varphi'_{II}(L) = \varphi'_{III}(L) \end{cases} \begin{cases} ik(A_1 + B_1) = \beta(A_2 - B_2) \\ \beta(A_2 e^{\beta L} - B_2 e^{-\beta L}) = ikA_3 e^{ikL} \end{cases}$	2pts
8/a/	le courant de probabilité s'interprète comme un flux d'électrons. J s'exprime en s^{-1}	1.5pts
b/	$T = \left \frac{A_3}{A_1} \right ^2$	1.5pts
9/a/	$sh\beta L = \frac{e^{\beta L} - e^{-\beta L}}{2} \approx \frac{e^{\beta L}}{2} \Rightarrow sh^2(\beta L) = \frac{e^{2\beta L}}{4}, \text{ alors : } T \approx \frac{1}{1 + \frac{V_0^2}{16E(V_0-E)} e^{2\beta L}} \approx$ $\frac{1}{\frac{V_0^2}{16E(V_0-E)} e^{2\beta L}} = \frac{16E(V_0-E)}{V_0^2} e^{-2\beta L} = T_0 e^{-\frac{2L}{\delta}} \text{ Soit } T_0 = \frac{16E(V_0-E)}{V_0^2} \text{ et } \delta = \frac{1}{\beta}$ δ : profondeur de pénétration dans la barrière	3pts
b/	$(V_0 - E) \rightarrow \infty \Rightarrow \beta \rightarrow \infty$ donc $T \rightarrow 0$ $L \rightarrow \infty \Rightarrow e^{-2\beta L} \rightarrow 0$ donc $T \rightarrow 0$ $m \rightarrow \infty \Rightarrow \beta \rightarrow \infty$ donc $T \rightarrow 0$ Pour les trois cas on tend vers le cas classique.	1pt
c/	$\delta \approx 0,1 \text{ nm}$	1pt
d/	Pour $L_1 = 0,3 \text{ nm} \Rightarrow T \approx 10^{-2}$ Pour $L_2 = 3 \text{ nm} \Rightarrow T \approx 10^{-20}$ T décroît très rapidement avec L .	1.5pts
e/	$\beta L \approx 30$ l'approximation est vérifiée	1pt
10/	$\frac{\Delta I}{I} = \frac{2\Delta L}{\delta} = 0,02 \Rightarrow \Delta L = \frac{\delta}{100} = 6 \cdot 10^{-12} \text{ m}$	1.5pts