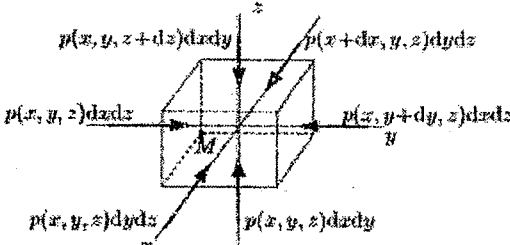


Problème 1

Partie I

	$\vec{a}(M, t) = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + (\vec{v} \cdot \overrightarrow{\text{grad}}) \vec{v}.$	0,5	
1)	<p>1^{er} terme : accélération locale du fluide, traduit le fait que la vitesse des particules passant en un point donné de l'espace n'est pas toujours la même. Ce terme s'annule en régime permanent.</p> <p>2^{ème} terme : accélération convective du fluide, traduit le fait que la vitesse des particules varie à un même instant d'un point à un autre de l'espace. Ce terme s'annule dans le cas d'un écoulement uniforme, mais aussi pour des écoulements laminaires où la vitesse ne varie qu'orthogonalement à sa direction (vitesses de la forme $\vec{v} = v(y, t)\vec{u}_x$ par exemple).</p>	0,5 0,5 0,5 0,5	
2)	<p>Force de pression sur une des faces de $d\tau$:</p> <p>$d\vec{F}_p = -P d\vec{S}.$</p> <p>Sur la face « en bas » en z :</p> <p>$d\vec{F}_p(z) = P(x, y, z) dx dy \vec{u}_z.$</p> <p>Sur la face « en haut » en $z + dz$:</p> <p>$d\vec{F}_p(z + dz) = -P(x, y, z + dz) dx dy \vec{u}_z.$</p> <p>$d\vec{F}_p(z) + d\vec{F}_p(z + dz) = -\frac{\partial P}{\partial z} dx dy dz \vec{u}_z = -\frac{\partial P}{\partial z} \vec{u}_z d\tau$</p>	<div></div> <p>La résultante sur les 6 faces du volume $d\tau$:</p> <p>$d\vec{F}_p = -\left(\frac{\partial P}{\partial x} \vec{u}_x + \frac{\partial P}{\partial y} \vec{u}_y + \frac{\partial P}{\partial z} \vec{u}_z\right) d\tau = -\overrightarrow{\text{grad}} P d\tau.$</p>	1
	Autrement : $\vec{F}_p = \oint_S P d\vec{S}$ en utilisant la formule du gradient : $\vec{F}_p = \oint_S P d\vec{S} = \iiint_V -\overrightarrow{\text{grad}} P d\tau$ En appliquant cette formule sur le volume $d\tau$: $d\vec{F}_p = -\overrightarrow{\text{grad}} P d\tau.$		
3)	<p>La conservation de la masse se traduit par $\frac{\partial \rho}{\partial t} + \text{div}(\rho \vec{v}) = 0 \rightarrow \frac{\partial \rho}{\partial t} + \vec{v} \cdot \overrightarrow{\text{grad}} \rho + \rho \text{div} \vec{v} = 0.$</p> <p>Ecoulement incompressible $\rightarrow \frac{d\rho}{dt} = \frac{\partial \rho}{\partial t} + \vec{v} \cdot \overrightarrow{\text{grad}} \rho = 0 \rightarrow \text{div} \vec{v} = 0.$</p>	1 0,5	
4)	<p>La particule de fluide est en équilibre sous l'effet des forces de pression et de pesanteur : $\rho_0 \vec{g} - \overrightarrow{\text{grad}} P = \vec{0} \rightarrow \rho_0 \vec{g} + \frac{dP}{dz} = 0$: équation fondamentale de la statique des fluides.</p> <p>$P(z) = -\rho_0 g z + P_0.$</p>	1 0,5	
5)	<p>Un écoulement est considéré comme parfait si on peut négliger les phénomènes dissipatifs : les effets de viscosité et de diffusion thermique sont négligeables. La R.F.D appliquée à une particule de fluide : $\rho d\tau \vec{g} - \overrightarrow{\text{grad}} P d\tau = \rho d\tau \vec{a} \rightarrow \rho \left(\frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + (\vec{v} \cdot \overrightarrow{\text{grad}}) \vec{v} \right) = \rho \vec{g} - \overrightarrow{\text{grad}} P.$</p> <p>Equation d'Euler : $\frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + (\vec{v} \cdot \overrightarrow{\text{grad}}) \vec{v} = \vec{g} - \frac{1}{\rho} \overrightarrow{\text{grad}} P.$</p>	1 1	
6)	<p>L'approximation acoustique consiste à considérer les grandeurs $\mu(x, t)$, $p(x, t)$ et $v(x, t)$ comme des infiniment petits du même ordre (ainsi que leurs dérivées spatiales et temporelles) c'-à-d. $p(x, t) \ll P_0$, $\mu(x, t) \ll \rho_0$ et $v(x, t) \ll c_s$. c_s est la célérité de l'onde sonore : L'onde ne modifie que faiblement l'état de repos de fluide. Les calculs seront effectués à l'ordre 1 en ces infiniment petits.</p>	0,5 0,5 0,5	

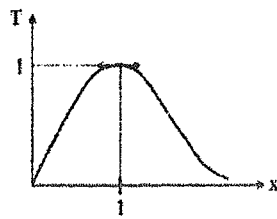
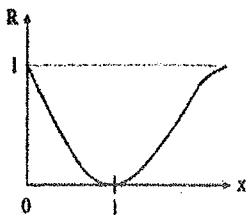
Partie I	7)	$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \operatorname{div}(\rho \vec{v}) = 0 \rightarrow \frac{\partial \mu}{\partial t} + \operatorname{div}((\rho_0 + \mu) \vec{v}) = \frac{\partial \mu}{\partial t} + \rho_0 \operatorname{div}(\vec{v}) + \underbrace{\operatorname{div}(\mu \vec{v})}_{\text{second ordre}} = 0. \text{ A l'ordre 1:}$ $\boxed{\frac{\partial \mu}{\partial t} + \rho_0 \frac{\partial v}{\partial x} = 0}.$ Si on néglige les effets de pesanteur, l'équation d'Euler : $\rho \left(\frac{\partial v}{\partial t} + v \frac{\partial v}{\partial x} \right) = - \frac{\partial P}{\partial x}. P_0 \text{ est uniforme} \rightarrow (\rho_0 + \mu) \left(\frac{\partial v}{\partial t} + v \frac{\partial v}{\partial x} \right) = - \frac{\partial p}{\partial x}. \text{ A l'ordre 1 :}$ $\boxed{\rho_0 \frac{\partial v}{\partial t} = - \frac{\partial p}{\partial x}}.$	1
	8)	Un développement limité à l'ordre (1) autour des valeurs à l'équilibre donne : $dP \approx P - P_0 = p \text{ et } d\rho \approx \rho - \rho_0 = \mu \rightarrow \chi_s = \frac{1}{\rho} \left(\frac{\partial \rho}{\partial P} \right)_s \approx \frac{1}{\rho_0} \frac{\rho - \rho_0}{P - P_0} = \frac{1}{\rho_0} \frac{\mu}{p} \rightarrow$ $\boxed{\mu(x, t) = \rho_0 \chi_s p(x, t)}.$	2
	9)	Dérivons l'équation d'Euler par rapport à x : $\rho_0 \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial v}{\partial t} \right) = \frac{\partial}{\partial t} \left(\rho_0 \frac{\partial v}{\partial x} \right) = - \frac{\partial^2 p}{\partial x^2}$ en utilisant l'équation de conservation de masse $\rho_0 \frac{\partial v}{\partial x} = - \frac{\partial \mu}{\partial t}$ on obtient $\frac{\partial^2 \mu}{\partial t^2} = \frac{\partial^2 p}{\partial x^2}$ et puisque $\mu = \rho_0 \chi_s p$ on trouve finalement l'équation de propagation de d'Alembert : $\frac{\partial^2 p}{\partial x^2} - \rho_0 \chi_s \frac{\partial^2 p}{\partial t^2} = 0 \rightarrow p \text{ onde progressive de célérité } c_s = \frac{1}{\sqrt{\rho_0 \chi_s}}.$	1 0,5
	10)	Dérivons maintenant l'équation d'Euler par rapport au temps : $\rho_0 \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} = - \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\partial p}{\partial x} \right) = \frac{1}{\rho_0 \chi_s} \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\partial \mu}{\partial x} \right)$ En utilisant l'équation de conservation de masse $\frac{\partial \mu}{\partial t} = \rho_0 \frac{\partial v}{\partial x}$, on obtient : $\boxed{\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} - \rho_0 \chi_s \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} = 0}.$	1
	11)	$P V^\gamma = C^{te} \rightarrow P \rho^{-\gamma} = C^{te} \rightarrow \frac{dP}{P} - \gamma \frac{d\rho}{\rho} = 0 \rightarrow \frac{d\rho}{dP} = \frac{\rho}{\gamma P} = \frac{\rho_0 + \mu}{\gamma(P_0 + p)}$ Au premier ordre : $\frac{d\rho}{dP} \approx \frac{\rho_0}{\gamma P_0} \text{ donc } \chi_s = \frac{1}{\rho_0} \left(\frac{\partial \rho}{\partial P} \right)_s = \frac{1}{\gamma P_0}. P_0 V_0 = n R T_0 \rightarrow P_0 V_0 = \frac{m}{M} R T_0 \rightarrow P_0 = \frac{m R T_0}{V_0 M} = \frac{\rho_0 R T_0}{M}.$ Ainsi : $\rho_0 \chi_s = \rho_0 \frac{1}{\gamma P_0} = \frac{M}{\gamma R T_0} \rightarrow c_{air} = \frac{1}{\sqrt{\rho_0 \chi_s}} = \sqrt{\frac{\gamma R T_0}{M}}. \text{ A.N. : } c_{air} = 343 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}.$	1 1 0,5
	12)	Dans l'eau $\chi_s = 4,57 \times 10^{-10} \text{ Pa}^{-1} \rightarrow c_{eau} = \frac{1}{\sqrt{\rho_0 \chi_s}} = 1480 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}.$	0,5
	13)	$\frac{1}{2} \rho_0 v^2$: énergie cinétique volumique de l'écoulement. $\frac{1}{2} \chi_s p^2$: énergie potentielle volumique élastique associée à la compression /dilatation des particules de fluide (énergie volumique des forces de pression).	0,5 0,5

14)	<p>D'après 7) et 8) : $\frac{\partial \mu}{\partial t} = -\rho_0 \frac{\partial v}{\partial x}$ et $\mu = \rho_0 \chi_s p \rightarrow \frac{\partial \mu}{\partial t} = \rho_0 \chi_s \frac{\partial p}{\partial t} \rightarrow \frac{\partial v}{\partial x} = -\frac{1}{\rho_0} \frac{\partial \mu}{\partial t} = -\chi_s \frac{\partial p}{\partial t}$ et $\rho_0 \frac{\partial v}{\partial t} = -\frac{\partial p}{\partial x}$. $\text{div}(\vec{p}\vec{v}) = \text{grad } p \cdot \vec{v} + p \text{div} \vec{v} = -\rho_0 \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} \cdot \vec{v} + p(-\chi_s \frac{\partial p}{\partial t}) = -\frac{\partial}{\partial t} (\frac{1}{2} \rho_0 \vec{v}^2 + \frac{1}{2} \chi_s p^2)$. Donc $\frac{\partial e}{\partial t} + \text{div}(\vec{p}\vec{v}) = 0$. Analogue à l'équation de Poynting traduisant la conservation d'énergie électromagnétique : $\frac{\partial u_{em}}{\partial t} + \text{div} \vec{\Pi} = 0$. Par analogie à l'électromagnétisme, le flux du vecteur $\vec{p}\vec{v}$ à travers une surface $\vec{S} = S\vec{u}_x$ est la puissance sonore traversant cette surface.</p>	2 0,5 0,5
15)	<p>Soit $u = x - c_s t$. Comme $v(x, t) = f(u)$, on a : $\frac{\partial v}{\partial t} = \frac{\partial u}{\partial t} \frac{\partial v}{\partial u} = -c_s f'(u)$. Or d'après 7) $\frac{\partial p}{\partial x} = -\rho_0 \frac{\partial v}{\partial t} = \rho_0 c_s f'(u)$. Comme $\frac{\partial}{\partial x} = \frac{d}{du}$, ce qui donne en intégrant la relation précédente par rapport à u : $p(x, t) = \rho_0 c f(x - c_s t) = \rho_0 c v(x - c_s t)$. Par conséquent, l'impédance acoustique du milieu est : $Z = \frac{p(x, t)}{v(x, t)} = \rho_0 c_s = \sqrt{\frac{\rho_0}{\chi_s}}$. L'unité de Z est $\text{Kg} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{s}^{-1}$. $c_{air} = 343 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1} \rightarrow Z_{air} = \rho_{air} c_{air} = 445,9 \text{ Kg} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{s}^{-1}$.</p>	1 0,5 0,5
16)	<p>On a $\frac{\partial^2 p}{\partial x^2} - \frac{1}{c_s^2} \frac{\partial^2 p}{\partial t^2} = 0$. On injecte $p(x, t) = p_m e^{i(\omega t - kx)}$ dans cette équation : $\rightarrow -k^2 + \frac{\omega^2}{c_s^2} = 0 \rightarrow \vec{k} = \frac{\omega}{c_s} \vec{u}_x$. $v(x, t) = \frac{p}{Z} = \frac{p_m}{Z} e^{i(\omega t - kx)} \rightarrow \vec{v} = v_m e^{i(\omega t - kx)} \vec{u}_x$ avec $v_m = \frac{p_m}{Z} = \frac{p_m}{\rho_0 c_s}$. $I = \langle p \vec{v} \rangle = \frac{1}{2} \text{Re}(p \vec{v}^*) = \frac{p_m^2}{2Z}$.</p>	0,5 0,5 0,5
17)	<p>L'interface étant imperméable (les deux fluides non miscibles) \rightarrow Au niveau de l'interface : $\vec{v}(x=0^-, t) = \vec{v}(x=0^+, t)$ soit $v_i(x=0^-, t) + v_r(x=0^-, t) = v_t(x=0^+, t)$. Notons S la section de l'interface et M sa masse et v_m sa vitesse. Appliquons la R.F.D. : $S[p_i(x=0^-, t) + p_r(x=0^-, t) - p_t(x=0^+, t)] = M \frac{dv_m}{dt}$. Puisque qu'on considère que la masse de l'interface est nulle, il vient : $p_i(x=0^-, t) + p_r(x=0^-, t) = p_t(x=0^+, t)$. Ainsi on a continuité de la vitesse et de la surpression de part et d'autre de l'interface.</p>	1 1
18)	<p>On a $p_i(0^-, t) = Z_1 v_i(0^-, t)$ et $p_t(0^+, t) = Z_2 v_t(0^+, t)$. L'onde réfléchie se propage dans le sens décroissant $\rightarrow p_r(0^-, t) = -Z_1 v_r(0^-, t)$. L'équation de continuité de la surpression devient : $Z_1 v_i(0^-, t) - Z_1 v_r(0^-, t) = Z_2 v_t(0^+, t) \rightarrow \frac{Z_1}{Z_2} (v_i(0^-, t) - v_r(0^-, t)) = v_t(0^+, t)$. Et on a : $v_i(0^-, t) + v_r(0^-, t) = v_t(0^+, t)$ on obtient : $\frac{v_r(0, t)}{v_i(0, t)} = \frac{Z_1 - Z_2}{Z_1 + Z_2}$. $I = \langle p \vec{v} \rangle = \frac{1}{2} \text{Re}(p \vec{v}^*) = \frac{1}{2} Z \vec{v} ^2 \rightarrow R = \frac{(Z_1 - Z_2)^2}{(Z_1 + Z_2)^2}$ et $T = \frac{4Z_1 Z_2}{(Z_1 + Z_2)^2}$.</p>	1 1 1

Partie II

$$x = \frac{Z_2}{Z_1} \rightarrow R = \left(\frac{1-x}{1+x} \right)^2 \text{ et } T = \frac{4x}{(1+x)^2}.$$

0,5



On remarque si $x=1$ c.à.d. $Z_1 = Z_2$ Le coefficient réflexion R est nulle et le coefficient de transmission T est égal à 1 : Transmission totale de l'onde. Si $Z_1 \ll Z_2$ ou $Z_2 \ll Z_1$ $R \rightarrow 1$: réflexion totale.

0,5

0,5

1

Partie III

19) $Z_{\text{eau}} = \sqrt{\frac{\rho_0}{\chi}} = 1,479 \times 10^6 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{s}^{-1} \approx 1,5 \times 10^6 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{s}^{-1}.$

0,5

20) La transmission des ondes acoustiques est favorisée lorsque $Z_1 \approx Z_2$. Or s'il y a une couche d'air on a $Z_1 \ll Z_2$ et la réflexion est presque totale. Pour avoir une transmission presque totale on utilise un gel de même impédance que la peau : $Z_{\text{gel}} \approx Z_{\text{peau}} \approx 1,6 \times 10^6 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{s}^{-1}.$

1

0,5

21) Les ondes étant incohérentes : $I_a = \sum_{i=1}^{\infty} I_i = T^2 I_0 \sum_{i=1}^{\infty} (R^2)^i = T^2 I_0 \frac{1}{1-R^2} \rightarrow \frac{I_a}{I_0} = \frac{T^2}{1-(1-T)^2}.$

2

$$T = \frac{4Z_1 Z_2}{(Z_1 + Z_2)^2}. \text{ A.N } T = 1,17 \times 10^{-3} \rightarrow \frac{I_a}{I_0} = 5,8 \times 10^{-4} \rightarrow I_a \ll I_0.$$

0,5

0,5

22) Les zones blanches correspondent à une forte intensité réfléchie. Or les différences d'impédances entre les milieux biologiques sont très faibles, hormis le cas d'une interface tissu/os. Par exemple : $R_{\text{muscle-foie}} = 0,09\%$ tandis que $R_{\text{muscle-os}} = 41\%$. Les zones blanches correspondent donc à la squelette du fœtus.

0,5

1

a) la fréquence apparente de l'onde reçue par le globule rouge en mouvement (détecteur) dans le référentiel du transducteur (source) : la source est immobile le détecteur en mouvement (se rapproche de la source) est $\nu' = \nu_i (1 + \frac{V}{c_s})$. Appliquons le même raisonnement à l'onde réfléchie par le globule vers le détecteur immobile. Celle-ci est proportionnelle à l'onde reçue, et de même fréquence (source mobile se rapproche du détecteur fixe). $\nu_r = \nu' (1 + \frac{V}{c_s}) = \nu_i (1 + \frac{V}{c_s})^2 \approx \nu_i (1 + 2 \frac{V}{c_s})$

2

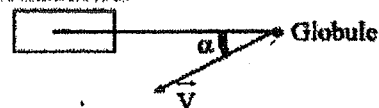
$$\delta\nu = \nu_r - \nu_i = 2 \frac{V}{c_s} \nu_i.$$

0,5

23) b) Dans le décalage Doppler seule la composante du mobile dans la direction de propagation intervient, c'a-d. $\vec{V} \cdot \vec{e}_x = V \cos \alpha$:

$$\delta\nu = \nu_r - \nu_i = 2 \frac{V \cos \alpha}{c} \nu_i.$$

Transducteur



1

c) $\nu_r - \nu_i = 2 \frac{V}{c} \nu_i \rightarrow V = c \frac{\nu_r - \nu_i}{2\nu_i} = 0,38 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}.$

0,5

Problème 2

Problème 2		
Partie I	1	$div \vec{B} = 0$: conservation du flux magnétique $div \vec{E} = 0$: conservation du flux électrique en l'absence de charges $\vec{rot} \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$: loi d'induction de Faraday $\vec{rot} \vec{B} = \epsilon_0 \mu_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$: théorème d'Ampère généralisé
	2	$\vec{rot}(\vec{rot} \vec{E}) = -\Delta \vec{E} = -\frac{\partial}{\partial t} \vec{rot} \vec{B} = -\frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2}$ d'où $\Delta \vec{E} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} = \vec{0}$
	3	La solution proposée décrit une onde électromagnétique de pulsation ω plane progressive selon $Oz > 0$ et de vecteur d'onde $\vec{k} = \frac{\omega}{c} \vec{u}_z$.
		$div \vec{E} = 0 \Rightarrow \vec{\nabla} \cdot \vec{E} = 0 \Rightarrow -i\vec{k} \cdot \vec{E} = 0 \Rightarrow \vec{k} \cdot \vec{E} = 0$: \vec{E} est bien transverse.
	4	Décrire l'état de polarisation de l'OPPM c'est décrire la trajectoire de l'extrémité du champ électrique dans le plan d'onde.
	5.a	Polarisation rectiligne
	5.b	Polarisation elliptique
	5.c	Polarisation circulaire gauche
	5.d	Polarisation circulaire droite
	6	$\vec{E}(z, t) = E_0 \cos[\omega t - kz] \vec{u}_x = \begin{cases} \frac{E_0}{2} \cos[\omega t - kz] \vec{u}_x + \frac{E_0}{2} \sin[\omega t - kz] \vec{u}_y; \text{cir_gauche} \\ \frac{E_0}{2} \cos[\omega t - kz] \vec{u}_x - \frac{E_0}{2} \sin[\omega t - kz] \vec{u}_y; \text{cir_droite} \end{cases}$
Partie II	7	$div \vec{B} = 0$; $div \vec{E} = 0$; $\vec{rot} \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$ et $\vec{rot} \vec{B} = \epsilon_r \epsilon_0 \mu_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} = \frac{\epsilon_r}{c^2} \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$ alors $\Delta \vec{E} - \frac{\epsilon_r}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} = \vec{0}$.
		La vitesse de propagation est donc : $v_\phi = \frac{c}{\sqrt{\epsilon_r}} = \frac{c}{n}$.
	8	$\Delta \vec{E} - \frac{\epsilon_r}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} = \vec{0} \Rightarrow k^2 = \epsilon_r \frac{\omega^2}{c^2} = n^2 \frac{\omega^2}{c^2}$: on retient $k = n \frac{\omega}{c}$.
	9.a	$\vec{B} = \frac{\vec{k} \wedge \vec{E}}{\omega} = \frac{n E_0}{c} \exp[i(\omega t - kz)] \vec{u}_y$.
	9.b	$\langle \vec{\pi} \rangle = \frac{1}{2\mu_0} \text{Ré}(\vec{E} \wedge \vec{B}^*) = \frac{n E_0^2}{2\mu_0 c} \vec{u}_z$.
Partie III	9.c	C'est la puissance moyenne surfacique appelée aussi intensité énergétique de l'onde
	10	La continuité de \vec{E} en $z = 0$ impose $E_{0x} = E_{0y} = E_0$.
		$k = nk_0$
	11	Le champ \vec{E}_{sortie} à la sortie du milieu transparent décrit une OPPM se propageant dans le vide selon $Oz > 0$ et vérifiant les conditions aux limites en $z = e$
		La continuité du champ en $z = e$ impose $E_{0xs} = E_{0ys} = E_0$.
	12	L'onde émergente garde le même état de polarisation (circulaire gauche) que l'onde incidente.

Partie IV	13	$v_x = \frac{\omega}{k_{or}} = \frac{c}{n_{or}} > v_y = \frac{\omega}{k_{ex}} = \frac{c}{n_{ex}}$: l'axe Ox est l'axe rapide et l'axe Oy est l'axe lent En configuration polariseur analyseur croisés, on aura extinction. En introduisant la lame à retard entre le polariseur et l'analyseur, on retrouve l'extinction chaque fois qu'une des lignes neutres de la lame est parallèle au polariseur ou à l'analyseur	0,5 1
	14	Le champ \vec{E}_{sortie} à la sortie de la lame décrit une OPPM se propageant dans le vide selon $Oz > 0$ et vérifiant les conditions aux limites en $z = e$ $k_{or} = n_{or} \frac{\omega}{c}$ et $k_{ex} = n_{ex} \frac{\omega}{c}$	0,5 0,5
	15	La lame introduit un déphasage entre les deux composantes $\Delta\varphi = (k_{ex} - k_{or})e = \frac{2\pi}{\lambda} e \Delta n$	1
	16	Lorsque $\Delta\varphi = p\pi$ où $p \in \mathbb{Z}$, l'onde émergente sera polarisée rectilignement (Si p est pair alors la polarisation rectiligne initiale n'est pas modifiée. Mais si p est impair alors la polarisation sera rectiligne symétrique de celle de l'onde incidente par rapport aux lignes neutres de la lame) Lorsque $\Delta\varphi \neq p\pi$ où $p \in \mathbb{Z}$, l'onde émergente sera polarisée elliptiquement	1 1
	17	Lorsque $\Delta\varphi = (2m+1)\pi \Rightarrow \delta = e\Delta n = \left(m + \frac{1}{2}\right)\lambda$: la lame est dite $\frac{\lambda}{2}$ Lorsque $\Delta\varphi = \left(m + \frac{1}{2}\right)\pi \Rightarrow \delta = e\Delta n = \left(m + \frac{1}{2}\right)\frac{\lambda}{2}$: la lame est dite $\frac{\lambda}{4}$ $e_{min}\Delta n = \frac{\lambda}{2} \Rightarrow e_{min} = \frac{\lambda}{2\Delta n} = 32,4 \mu m$	1 0,5
	18	On envoie l'onde incidente sur une lame $\frac{\lambda}{4}$ dont les lignes neutres sont à $\frac{\pi}{4}$ de la direction de la polarisation rectiligne	1
Partie V	19	Dans le vide $z \leq 0$ $\vec{E} = E_0 \cos[\omega t - k_0 z] \vec{u}_x =$ $\begin{cases} \frac{E_0}{2} \cos[\omega t - k_0 z] \vec{u}_x + \frac{E_0}{2} \sin[\omega t - k_0 z] \vec{u}_y : \text{cir_gauche} \\ \frac{E_0}{2} \cos[\omega t - k_0 z] \vec{u}_x - \frac{E_0}{2} \sin[\omega t - k_0 z] \vec{u}_y : \text{cir_droite} \end{cases}$ Dans le milieu $0 \leq z \leq e$ $\vec{E}_m = \begin{cases} \frac{E_0}{2} \cos[\omega t - k_g z] \vec{u}_x + \frac{E_0}{2} \sin[\omega t - k_g z] \vec{u}_y \\ \frac{E_0}{2} \cos[\omega t - k_d z] \vec{u}_x - \frac{E_0}{2} \sin[\omega t - k_d z] \vec{u}_y \end{cases}$ A la sortie $z \geq e$ $\vec{E}_{sortie} = \begin{cases} \frac{E_0}{2} \cos[\omega t - k_0(z-e) - k_g e] \vec{u}_x + \frac{E_0}{2} \sin[\omega t - k_0(z-e) - k_g e] \vec{u}_y \\ \frac{E_0}{2} \cos[\omega t - k_0(z-e) - k_d e] \vec{u}_x - \frac{E_0}{2} \sin[\omega t - k_0(z-e) - k_d e] \vec{u}_y \end{cases}$	1 1
	20	$\vec{E}_{sortie} = E_0 \cos\left(\frac{k_d - k_g}{2} e\right) \cos\left[\omega t - k_0(z-e) - \frac{k_d + k_g}{2} e\right] \vec{u}_x$ $+ E_0 \sin\left(\frac{k_d - k_g}{2} e\right) \cos\left[\omega t - k_0(z-e) - \frac{k_d + k_g}{2} e\right] \vec{u}_y$ C'est une polarisation rectiligne faisant l'angle β avec l'axe Ox : $\beta = \frac{k_d - k_g}{2} e = \frac{k_0 e}{2} (n_d - n_g) = \frac{\omega e}{2c} (n_d - n_g)$	1 1

Partie VI

21	$\underline{E}_0^p(z = L^+) = (r^2 e^{i2\delta\phi})^p \underline{E}_0(z = L^+) = r^{2p} t^2 e^{i(2p+1)\delta\phi} \underline{E}_0(z = 0^-)$ $= T e^{i\delta\phi} (R e^{i2\delta\phi})^p \underline{E}_0(z = 0^-)$	1
22	$\underline{E}_{sortie}(z = L^+) = \sum_{p=0}^{\infty} T e^{i\delta\phi} \underline{E}_0(z = 0^-) (R e^{i2\delta\phi})^p = T e^{i\delta\phi} \underline{E}_0(z = 0^-) \frac{1}{1 - R e^{i2\delta\phi}}$	1
23	La somme partielle $\sum_{p=0}^N \underline{E}_0^p(z = L^+) = T e^{i\delta\phi} \underline{E}_0(z = 0^-) \frac{1 - (R e^{i2\delta\phi})^{N+1}}{1 - R e^{i2\delta\phi}}$	0,5
	$\left \frac{\underline{E}_{sortie} - \sum_{p=0}^N \underline{E}_0^p}{\underline{E}_{sortie}} \right < 1\% \Rightarrow \left (R e^{i2\delta\phi})^{N+1} \right < 1\% \Rightarrow R^{N+1} < 10^{-2} \Rightarrow (N+1) \log R > 2$	1
	$N > \frac{2}{ \log R } - 1 : \text{pour } R = 0,999 \text{ on trouve } N \approx 4600.$	0,5

Partie VII

24	$\gamma_0 = \underline{\gamma}(\omega = 0)$ est la conductivité statique du métal $\omega\tau = \frac{2\pi c}{\lambda_0} \tau \approx 36 \gg 1 \Rightarrow \underline{\gamma} \approx -i \frac{\gamma_0}{\omega\tau}$	0,5 1
25	$\text{div} \underline{\vec{B}} = 0 ; \text{div} \underline{\vec{E}} = 0 ; \overrightarrow{\text{rot}} \underline{\vec{E}} = -\frac{\partial \underline{\vec{B}}}{\partial t} \text{ et } \overrightarrow{\text{rot}} \underline{\vec{B}} = \mu_0 \left(\underline{\gamma} \underline{\vec{E}} + \epsilon_0 \frac{\partial \underline{\vec{E}}}{\partial t} \right)$	1
	$\overrightarrow{\text{rot}}(\overrightarrow{\text{rot}} \underline{\vec{E}}) = -\Delta \underline{\vec{E}} = -\frac{\partial}{\partial t} \overrightarrow{\text{rot}} \underline{\vec{B}} = -\mu_0 \underline{\gamma} \frac{\partial \underline{\vec{E}}}{\partial t} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \underline{\vec{E}}}{\partial t^2}, \text{ alors } \Delta \underline{\vec{E}} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \underline{\vec{E}}}{\partial t^2} - \mu_0 \underline{\gamma} \frac{\partial \underline{\vec{E}}}{\partial t} = \vec{0}$	1
26	$k^2 = \frac{\omega^2}{c^2} - i\mu_0 \underline{\gamma} \omega = \frac{\omega^2}{c^2} - \frac{\gamma_0}{\epsilon_0 c^2 \tau} = \frac{\omega^2 - \omega_p^2}{c^2} \text{ avec } \omega_p^2 = \frac{\gamma_0}{\tau \epsilon_0}$	1
	$\omega_p \approx 1,68 \cdot 10^{16} \text{ rad.s}^{-1} \text{ et } \omega = \frac{2\pi c}{\lambda_0} \approx 1,3 \cdot 10^{15} \text{ rad.s}^{-1} \Rightarrow \omega^2 \ll \omega_p^2$	0,5
	$k^2 \approx -\frac{\omega_p^2}{c^2} \text{ et } k = -i \frac{\omega_p}{c}$	1
27	$\underline{\vec{E}}(z, t) = \underline{E}(0) e^{-\frac{\omega_p}{c} z} e^{i\omega t} \underline{\vec{u}}_x$	1
	$\underline{\vec{B}} = \frac{\vec{k} \wedge \underline{\vec{E}}}{\omega} = -i \frac{\omega_p}{\omega c} \underline{E}(0) e^{-\frac{\omega_p}{c} z} e^{i\omega t} \underline{\vec{u}}_y$	1
	L'onde est bien évanescence	0,5
28	L'amplitude de l'onde sera non négligeable sur une distance caractéristique de l'ordre de $\delta =$	0,5
	$\frac{c}{\omega_p} = 17 \text{ nm}$	0,5
29	$\underline{\vec{B}}_I = \frac{\vec{k}_0 \wedge \underline{\vec{E}}_I}{\omega} = \frac{E_0}{c} e^{i(\omega t - k_0 z)} \underline{\vec{u}}_y$	0,5
	$\underline{\vec{B}}_R = \frac{-\vec{k}_0 \wedge \underline{\vec{E}}_R}{\omega} = -\frac{r E_0}{c} e^{i(\omega t + k_0 z)} \underline{\vec{u}}_y$	1
30	Continuité de $\underline{\vec{E}} \Rightarrow E_0(1+r) = \underline{E}(0)$; Continuité de $\underline{\vec{B}} \Rightarrow E_0(1-r) = -i \frac{\omega_p}{\omega} \underline{E}(0)$	1
	$1-r = -i \frac{\omega_p}{\omega} (1+r) \Rightarrow r = \frac{1+i \frac{\omega_p}{\omega}}{1-i \frac{\omega_p}{\omega}}$	1
31	$ r = 1$: la réflexion est totale.	0,5
32	$\underline{E}(0) = (1+r)E_0 = \frac{2}{1-i \frac{\omega_p}{\omega}} E_0 \approx i \frac{2\omega}{\omega_p} E_0$	0,5
	$ \underline{E}(0) = E(0) = \frac{2\omega}{\omega_p} E_0$	0,5
33	$\underline{\vec{j}} = n_e(-e)\underline{\vec{v}} = \underline{\gamma} \underline{\vec{E}} \approx -i \frac{\gamma_0}{\omega\tau} \underline{\vec{E}}$	0,5
	$v_0 = \underline{\vec{v}}(z=0) = \frac{\gamma_0}{\omega \tau n_e} \underline{E}(0) = \frac{\gamma_0}{\omega \tau n_e} \frac{2\omega}{\omega_p} E_0 \text{ avec } \gamma_0 = \tau \epsilon_0 \omega_p^2 \text{ on aura } v_0 = \frac{2\epsilon_0 \omega_p}{n_e e} E_0$	1

Partie VII	34	<p>L'énergie potentielle de l'électron est $E_p = -\frac{Ze^2}{4\pi\epsilon_0 a}$</p> <p>La RFD conclut à l'énergie cinétique de l'électron : $m \frac{v^2}{a} = \frac{Ze^2}{4\pi\epsilon_0 a^2} \Rightarrow E_c = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{Ze^2}{8\pi\epsilon_0 a}$</p> <p>L'énergie totale de l'électron est donc : $E_m = E_c + E_p = -\frac{Ze^2}{8\pi\epsilon_0 a}$</p> <p>Il suffit d'onc de fournir $(-E_m) = \frac{Ze^2}{8\pi\epsilon_0 a}$ pour libérer l'électron.</p> <p>$(-E_m) = 6,46 \cdot 10^{-17} \text{ J} = 404 \text{ eV}$</p>	0,5
			0,5
			0,5
			0,5
			0,5
	35	$(-E_m) = 404 \text{ eV} \gg 9 \text{ eV}$: l'atome d'or possède deux électrons de valence, en supposant que les électrons de cœur ont globalement une symétrie sphérique, l'énergie d'interaction peut être limitée à deux protons : $Z = 2$. Avec cette hypothèse, on trouve $(-E_m) = 10,22 \text{ eV}$	1
	36	<p>L'énergie d'ionisation est apportée par l'électron : $E_m = 9 \text{ eV} = \frac{1}{2}mv_i^2$.</p> <p>$v_i = \sqrt{\frac{2 E_m }{m}} = 1,78 \cdot 10^6 \text{ m.s}^{-1}$.</p>	1
			0,5
	37	$v_i = \frac{2\epsilon_0\omega_p}{n_e e} E_0 \Rightarrow E_0 = \frac{n_e e}{2\epsilon_0\omega_p} v_i = 5,7 \cdot 10^{10} \text{ V.m}^{-1}$	0,5
	38	$P_m = \langle \pi \rangle S = c \frac{\epsilon_0 E_0^2}{2} S = 1,12 \cdot 10^{17} \text{ W}$	1
	39	<p>Le seuil d'endommagement proposé est de $0,5 \text{ J.cm}^{-2} = 5 \cdot 10^{17} \text{ W.m}^{-2}$</p> <p>La puissance moyenne surfacique de l'onde est $\langle \pi \rangle = c \frac{\epsilon_0 E_0^2}{2} = 4,33 \cdot 10^{18} \text{ W.m}^{-2}$</p> <p>D'après le modèle proposé, la puissance moyenne apportée par l'onde entrainera la détérioration des miroirs.</p>	1
			0,5