

I)

I.1.a)  $\gamma$  en  $\Omega^{-1} \cdot \text{m}^{-1} (\text{S} \cdot \text{m}^{-1})$ .I.1.b)  $\text{div } \vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0}$  ;  $\text{div } \vec{B} = 0$  ;  $\overline{\text{rot}} \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$  et  $\overline{\text{rot}} \vec{B} = \mu_0 (\vec{j} + \epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t})$  avec  $\vec{j} = \gamma \vec{E}$ .

$$* \text{div}(\overline{\text{rot}} \vec{B}) = 0, \text{div}(\vec{j} + \epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}) = 0 \Rightarrow \text{div } \vec{j} + \frac{\partial \rho}{\partial t} = 0.$$

I.1.c)  $\vec{j} = \gamma \vec{E} \Rightarrow \text{div } \vec{j} = \gamma \text{div } \vec{E} = \frac{\gamma \rho}{\epsilon_0}$ , soit  $\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\rho \gamma}{\epsilon_0} = 0$ .I.1.d)  $\rho = \rho_0 e^{-t/\tau}$  avec  $\tau = \frac{\epsilon_0}{\gamma} \approx 1,3 \cdot 10^{-19} \text{ s}$  ;  $\tau$  est une durée caractéristique très courte : " temps de relaxation " et  $\rho$  va tendre vers zéro très rapidement.I.1.e) L'amplitude de  $\vec{j} = \gamma$  . amplitude de  $\vec{E}$ L'amplitude de  $\epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} = \gamma$  . amplitude de  $\vec{E}$  }  $\Rightarrow$  le rapport :  $\frac{\gamma}{\epsilon_0 \omega}$ . Pour le visible la fréquence est del'ordre de  $5 \cdot 10^{14} \text{ Hz}$ , d'où  $\frac{\gamma}{\epsilon_0 \omega} \approx 360$ .I.2) Dans le métal  $\vec{j} = \gamma \vec{E}$ ,  $\overline{\text{rot}}(\overline{\text{rot}} \vec{E}) = -\frac{\partial(\overline{\text{rot}} \vec{B})}{\partial t} = -\frac{\partial(\mu_0 \vec{j})}{\partial t} = -\mu_0 \gamma \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$ .

On obtient l'équation de propagation dans le métal :

$$\Delta \vec{E} = \mu_0 \gamma \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \text{ D'où : } \frac{d^2 E}{dx^2} = \mu_0 \gamma \frac{\partial E}{\partial t} \text{ . En remplaçant } E \text{ par sa valeur } E_0 e^{i(kx - \omega t)} \text{ dans l'équation de}$$

précédente on obtient :

$$k_1^2 = i \mu_0 \gamma \omega$$

I.3) Solution :  $k_1 = \pm (1+i) \sqrt{\frac{\gamma \omega \mu_0}{2}}$  . La solution avec le signe (-) donne une amplitude infinie pour  $x$  tendant versl'infini, on a donc :  $\vec{E}_1 = E_0 e^{-\sqrt{\frac{\gamma \omega \mu_0}{2}} x} e^{i(\sqrt{\frac{\gamma \omega \mu_0}{2}} x - \omega t)} \vec{u}_z$ .I.4) \*  $k_1 = (1+i) \sqrt{\frac{\gamma \omega \mu_0}{2}}$  . La partie imaginaire  $i \sqrt{\frac{\gamma \omega \mu_0}{2}}$  fait donc apparaître l'atténuation de l'onde.\* La vitesse de phase  $V_\phi = \frac{\omega \sqrt{2}}{\sqrt{\gamma \omega \mu_0}} = \left( \frac{2\omega}{\mu_0 \gamma} \right)^{\frac{1}{2}}$  . Puisque  $V_\phi$  dépend de la fréquence, le milieu est dispersif.I.5) On a une atténuation exponentielle de l'amplitude avec une distance caractéristique  $\delta_0 = \sqrt{\frac{2}{\mu_0 \gamma \omega}}$ .A.N :  $\delta_0 \approx 7 \text{ nm}$ .

I.6) \* Le dépôt métallique utilisé pour diviser le faisceau incident dans le Michelson :

- pour les miroirs  $M_1$  et  $M_2$  le facteur de réflexion  $R \approx 1$ .
- pour la lame séparatrice le facteur de réflexion  $R \approx 1/2$ .

\* L'épaisseur de la couche métallique est plus faible dans la séparatrice ( $< \delta_0 \approx 7 \text{ nm}$ ).

II)

II.1.a) La différence de marche  $\delta$  étant nulle, on observe, dans le plan focal de  $L_2$ , un disque uniformément éclairé.

II.1.b)\*  $\delta=0$  et les deux rayons qui interfèrent sont issus d'un même rayon incident. Donc ces deux rayons sont en phase et cohérents.

\*Chaque rayon sur le trajet IF' a une intensité égale à  $I_o \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{I_o}{4}$ .

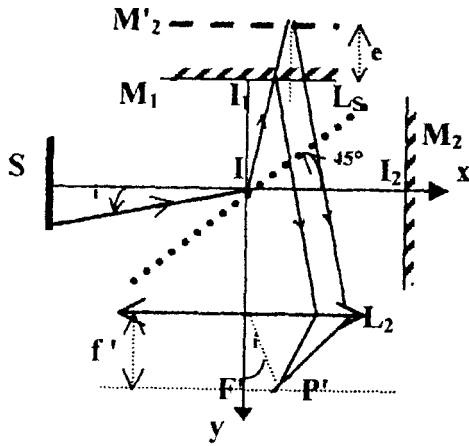
\* L'intensité lumineuse au point F' :  $I = 2 \frac{I_o}{4} (1 + \cos \varphi)$ , avec  $\varphi = 0 \Rightarrow I = I_o$ .

II.1.c) On limite l'inclinaison des rayons incidents pour travailler dans les conditions de Gauss (limiter les aberrations géométriques de  $L_2$ ).

II-2)

II.2.a) On obtient des franges d'égale inclinaison localisées à l'infini. Tout les faisceaux de même inclinaison donnent des points situés sur une même circonférence : les franges sont des anneaux.

II.2.b)



II.2.c) En F' :  $\delta = 2x$

II.2.d) En F' :  $\varphi_0 = \frac{2\pi}{\lambda} 2x$ ; A.N. :  $\varphi_0 = 201.10^3 \text{ rad}$ ;  $p_0 = \frac{2x}{\lambda} = 32000$ .

II.2.e)  $\delta = 2x \cos i \approx 2x (1 - \frac{i^2}{2}) = p\lambda$ ;  $p = \frac{2x}{\lambda} - \frac{x i^2}{\lambda}$ , avec  $\frac{x i^2}{\lambda} = m$ .

Le 5<sup>ème</sup> anneau brillant ( $m=5$ ) est caractérisé par  $p = p_0 - 5$  ( $p = 31995$ ).

II.2.f)  $\Delta p_0 = \frac{\Delta \delta}{\lambda} = \frac{2i(n-1)}{\lambda} = 20$ .

II-3)

II.3.a)\* Le Michelson est équivalent, pour un rayon incident  $i=0$ , à un coin d'air d'angle  $\alpha$  autour de  $I_1$  et réalisé par  $M_1$  et  $M_2$ .

La différence de marche entre les deux rayons qui interfèrent est :

$$\delta = 2e = 2X\alpha.$$

\* On obtient des franges rectilignes "à égale épaisseur"

localisées sur le plan  $\Sigma$  de  $M_1$  (parallèle à l'arête du dièdre qui passe par  $I_1$ ).

II.3.b) On passe d'une frange à la suivante lorsque  $\Delta \delta = \lambda$  :

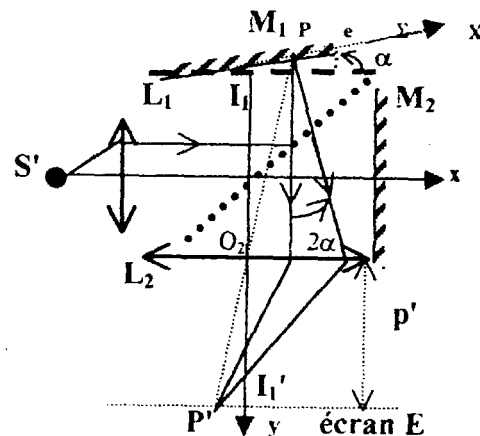
$$i = \Delta x = \frac{\Delta \delta}{2\alpha} = \frac{\lambda}{2\alpha}$$

A.N. :  $i = 0.42 \text{ mm}$ .

II.3.c)\* Le grandissement de la lentille  $L_2$  est :

$$\gamma = \frac{O_2 I_1}{O_2 I_1'} = \frac{I_1 P'}{I_1 P} = \frac{p'}{p} \text{ (avec } p = \frac{p' f'}{f' - p'})$$

$$\text{d'où } \gamma = -\frac{p' - f'}{f'} = -24$$



\* L'interfrange sur l'écran E sera :

$$i' = \gamma i \approx 10 \text{ mm.}$$

II-4)

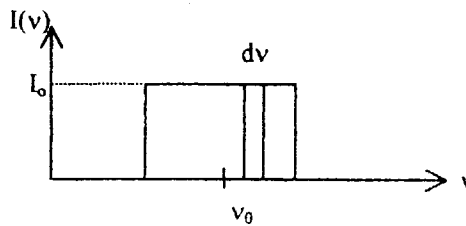
II.4.a) Toutes les bandes de largeur  $d\nu$  en lesquelles on peut décomposer la raie d'émission sont incohérentes entre elles : les intensités d'interférence s'ajoutent.

II.4.b) Les deux ondes de fréquence  $\nu$  et largeur  $d\nu$ , qui interfèrent, ont chacune une intensité égale à

$\frac{I_0}{4} d\nu$ . Ainsi, la contribution  $dI$  de la bande spectrale

$d\nu$  à l'intensité  $I(\delta)$  s'écrit :

$$dI = \frac{I_0}{2} (1 + \cos\varphi) d\nu ; \quad \varphi = \frac{2\pi\nu}{c} \delta$$



$$\text{II-4 -c) } I(\delta) = \int_{\nu_0 - \frac{\Delta\nu}{2}}^{\nu_0 + \frac{\Delta\nu}{2}} dI = \frac{I_0 \Delta\nu}{2} \left[ 1 + V \cos \frac{2\pi\delta}{\lambda_0} \right], \text{ où } V = \frac{\sin(\frac{\pi\delta\Delta\nu}{c})}{\frac{\pi\delta\Delta\nu}{c}} = \frac{I_M - I_m}{I_M + I_m} \text{ est le facteur de visibilité}$$

$$\text{II-4 -d) } V \text{ s'annule pour la première fois pour : } \frac{\pi\delta\Delta\nu}{c} = \pi, \text{ soit } \delta = \frac{c}{\Delta\nu} = l_c$$

$$\text{II-4 -e) } \Delta\nu = \frac{c}{l_c} = 10^9 \text{ Hz} = 1 \text{ GHz}, \quad \tau = \frac{l_c}{c} \text{ est la durée de train d'onde } (\tau = 10^{-9} \text{ s}).$$

III)

$$\text{III-1) } * \text{ la loi de Fourier : } j_{th}(x) = -K \frac{\partial T}{\partial x}$$

$$* \text{ le flux thermique qui traverse la section droite } S \text{ de la tige : } P(x) = j_{th}(x) \pi a^2$$

III-2) En régime permanent le bilan thermique pour une tranche d'ailette comprise entre les abscisses  $x$  et  $x+dx$  s'écrit:  $P(x) = P(x+dx) + h (T(x) - T_{ext}) S_{latéral}$ , avec  $S_{latéral} = 2\pi a dx$ .

$$\text{L'équation différentielle vérifiée par } T(x) : \frac{d^2 T}{dx^2} = \frac{2h}{Ka} (T(x) - T_{ext}) = \frac{1}{x_0^2} (T(x) - T_{ext}).$$

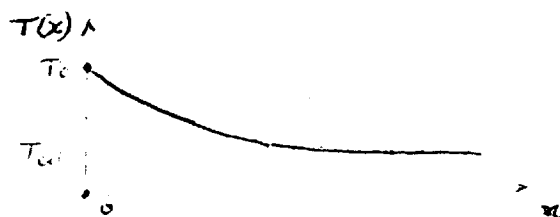
$$\text{III-3) La solution générale s'écrit : } T(x) = A e^{-\frac{x}{x_0}} + B e^{\frac{x}{x_0}} + T_{ext}$$

$$\text{- lorsque } x \text{ tend vers l'infini, } T(x) \text{ tend vers } T_{ext} \Rightarrow B = 0$$

$$\text{- en } x = 0, T = T_0 \Rightarrow A = T_0 - T_{ext}$$

$$* \text{ La répartition de température } T(x) \text{ au sein de la tige : } T(x) = (T_0 - T_{ext}) e^{-\frac{x}{x_0}} + T_{ext}.$$

$$* \text{ Représentation graphique de } T(x) = 80 e^{-\frac{x}{12}} + 20 \text{ (} x_0 = 12 \text{ mm) :}$$



\*  $x_0$  : profondeur de pénétration.

III-4)

\* - en présence de la tige :  $P_1 = j_{th}(x) \pi a^2 = -K \left( \frac{dT}{dx} \right)_{x=0} \pi a^2 = \frac{K \pi a^2}{x_o} (T(x) - T_{ext})$ .

- en l'absence de la tige :  $P_2 = h (T(x) - T_{ext}) \pi a^2$

\* Application numérique :  $P_1 = 0,5 \text{ W}$  ;  $P_2 = 0,02 \text{ W}$

\*  $P_1 > P_2$  ; l'ailette permet d'évacuer une puissance plus grande ( principe de l'ailette de refroidissement).

IV)

IV-1) Appliquant le théorème de Millman au nœud N :

$$\underline{V_N} = \frac{\frac{V_e}{R} + \underline{V_S} iC\omega + \frac{V^+}{R}}{\frac{1}{R} + iC\omega + \frac{1}{R}} = \frac{V_e + ix\underline{V_S} + V^+}{2 + ix}$$

Le régime linéaire est tel que  $\underline{V^+} = \underline{V^-}$  et  $I_1 = I_2 = 0$ , d'où  $\underline{V^+} = \underline{V^-} = \underline{V_S}$ .

Appliquant le théorème de Millman au nœud N' :

$$\underline{V_{N'}} = \underline{V^+} = \frac{\frac{\underline{V_N}}{R}}{\frac{1}{R} + iC\omega} = \frac{1}{1 + ix} \underline{V_N}$$

d'où :  $\underline{H} = \frac{\underline{V_S}}{\underline{V_e}} = \frac{1}{(1 + ix)^2}$

IV-2) L'allure du diagramme de Bode en amplitude :  $G_{dB} = 20 \log |\underline{H}|$  en fonction de  $\log x$  :

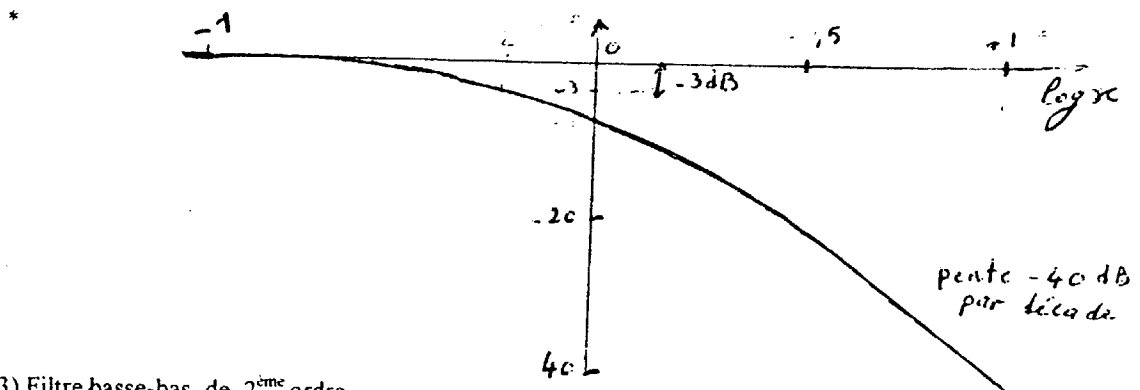
\* Le gain  $G = |\underline{H}| = \frac{1}{1 + x^2}$  ;  $G(0) = G_{Max} = 1$  et  $G(x \rightarrow +\infty) \rightarrow 0$ .

\* -pour  $x \ll 1$   $G_{dB} = 0$

-pour  $x \gg 1$   $G_{dB} \approx -40 \log x$

\* La pulsation réduite de coupure  $x_c$  définie par  $G_{dB}(x_c) = -3 \text{ dB}$  c-à-d :  $G_{dB}(x_c) = \frac{1}{1 + x_c^2} = \frac{1}{\sqrt{2}}$

$\Rightarrow x_c = \sqrt{\sqrt{2} - 1} \approx 0,64$



IV-3) Filtre passe-bas de 2<sup>ème</sup> ordre.