



Concours Nationaux d'Entrée aux Cycles de Formation d'Ingénieurs
Session 2009

Concours Technologie
Epreuve de Physique



Date : Jeudi 04 Juin 2009 Heure : 8 H00 Durée : 4 H Nbre pages : 06

Barème : Partie 1 : 05 pts ; Partie 2 : 06 pts ; Partie 3 : 04 pts ; Partie 4 : 05 pts

L'usage d'une calculatrice non programmable est autorisé

L'épreuve est constituée de quatre parties indépendantes.

Il sera tenu compte de la présentation des réponses. Une écriture difficilement lisible sera considérée fautive.

Données numériques :

Permittivité électrique du vide : $\epsilon_0 = 8,854 \cdot 10^{-12} \text{ F.m}^{-1}$
Perméabilité magnétique du vide : $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ H.m}^{-1}$
Célérité de la lumière dans le vide : $c = 3 \cdot 10^8 \text{ m.s}^{-1}$

Formulaire :

En coordonnées cartésiennes, on définit pour un champ vectoriel $\vec{G} = G(x)\vec{e}_y$, l'opérateur laplacien par $\Delta \vec{G} = (\Delta G(x))\vec{e}_y$.

L'effet laser « Light Amplification by Stimulated Emission of Radiation » est un principe d'amplification cohérente de la lumière par émission stimulée. Une source laser associe un amplificateur optique basé sur l'effet laser à une cavité optique (résonateur), généralement constituée de deux miroirs, dont au moins l'un des deux est partiellement réfléchissant.

Le laser Hélium-Néon, par exemple, possède de nombreuses applications scientifiques et industrielles, on l'utilise aussi au laboratoire pour les démonstrations en optique. Il émet une radiation rouge de longueur d'onde 632,8 nm.

On propose, d'abord, un modèle simple permettant de décrire le principe d'amplification dans un résonateur à deux miroirs. On fait, ensuite, l'analyse d'un faisceau laser. Enfin, on montre l'intérêt de la cohérence temporelle sur la visibilité des interférences.

Dans toute l'épreuve, l'espace est rapporté à un système d'axes (Ox, Oy, Oz) auquel est associée la base orthonormée directe $(\vec{e}_x, \vec{e}_y, \vec{e}_z)$.

1. Réflexion d'une onde électromagnétique sur un conducteur parfait

Le demi-espace $x > 0$ est occupé par un métal conducteur parfait, de conductivité infinie. Dans le demi-espace $x < 0$ règne le vide (Figure 1).

Une onde électromagnétique plane, monochromatique, polarisée rectilignement selon Oy, se propage dans le vide dans le sens des x croissants et arrive sous incidence normale à la surface du métal. En tout point M du demi-espace $x < 0$, repéré par le vecteur $\vec{r} = \vec{OM}$, le champ électrique de l'onde incidente s'écrit :

$$\vec{E}_i = E_0 \cos(\omega t - kx) \vec{e}_y \quad \text{où } E_0 \text{ est une constante.}$$

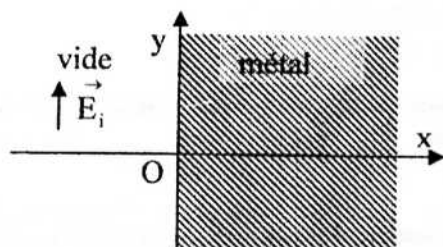


Figure 1

1.1.a. Rappeler l'équation de propagation vérifiée par le champ \vec{E}_i . En déduire la relation liant le vecteur d'onde \vec{k} à la pulsation ω de l'onde.

1.1.b. Etablir la relation liant le champ électrique \vec{E} , le champ magnétique \vec{B} et le vecteur d'onde \vec{k} d'une onde électromagnétique plane progressive sinusoïdale dans le vide.

Déterminer alors l'expression du champ magnétique $\vec{B}_i(x, t)$ de l'onde incidente.

1.1.c. Déterminer l'expression de la densité volumique d'énergie électromagnétique $u_i(x, t)$ et du vecteur de Poynting $\vec{\Pi}_i(x, t)$ de l'onde incidente. En déduire leurs valeurs moyennes temporelles $\langle u_i(x, t) \rangle$ et $\langle \vec{\Pi}_i(x, t) \rangle$.

1.2.a Que vaut le champ électrique à l'intérieur du métal parfait ? Justifier la réponse.

1.2.b. Montrer que, en l'absence de champ magnétique statique, le champ magnétique est nécessairement nul dans le conducteur.

1.3.a. Ecrire la relation de passage vérifiée par le champ électrique à l'interface entre le vide et le conducteur parfait ?

1.3.b. On admet que l'onde réfléchie est plane, de pulsation ω et de champ électrique \vec{E}_r polarisé selon \vec{e}_y . Quelle est l'origine physique de cette onde ?

1.3.c. Déterminer les expressions des champs électrique $\vec{E}_r(x, t)$ et magnétique $\vec{B}_r(x, t)$ de l'onde réfléchie en fonction de E_0 , ω , c et k .

2. Modes propres d'une cavité

Une cavité sans pertes, d'axe Ox et de longueur L, est constituée par l'association de deux miroirs métalliques parfaits, de même surface S, confondus respectivement avec les plans $x = 0$ et $x = L$ (Figure 2). On suppose qu'à l'intérieur de la cavité, où règne le vide, le champ électrique d'une onde monochromatique polarisée selon \vec{e}_y s'écrit en notation complexe :

$$\vec{E}(x, t) = E_1 e^{j(\omega t - kx)} \vec{e}_y + E_2 e^{j(\omega t + kx)} \vec{e}_y \quad \text{où } E_1 \text{ et } E_2 \text{ sont des constantes}$$

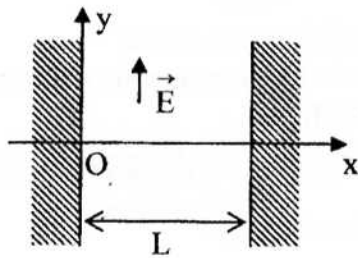


Figure 2

- 2.1. Quelles sont les conditions aux limites imposées par la présence du métal parfait en $x = 0$ et en $x = L$?
- 2.2. Déterminer E_2 en fonction de E_1 . En déduire les valeurs possibles f_n de la fréquence de telles ondes pouvant exister dans la cavité. On exprimera f_n en fonction de l'entier naturel n et de la fréquence f_1 du mode fondamental de la cavité.
- 2.3. Établir l'expression $\vec{E}_n(x, t)$ du champ électrique du mode propre d'ordre n dans la cavité en fonction de E_1 , n , L et c .
Commenter la structure de cette onde.
- 2.4. Déterminer les abscisses x_p (p entier) où $\vec{E}_n(x, t)$ est constamment nul. Donner la distance entre deux valeurs consécutives de x_p .
- 2.5. Déterminer le champ magnétique $\vec{B}_n(x, t)$ associé à cette onde. Expliciter les abscisses x'_p en des points où le champ magnétique est constamment nul.
- 2.6. Calculer, en fonction de ϵ_0 , E_1 , L et S , la moyenne temporelle de l'énergie électromagnétique totale de la cavité $\langle U_{em} \rangle$ associée au champ (\vec{E}_n, \vec{B}_n) .

Dans la suite, les miroirs $x = 0$ et $x = L$ sont supposés des miroirs plans non absorbants, et hautement réfléchissants, mais aussi partiellement transparents. On définit pour un miroir le facteur de réflexion en puissance (ou en énergie) R et le coefficient de transmission en puissance (ou en énergie) T . Ces coefficients R et T sont supposés réels positifs et vérifient $R + T = 1$.

Cette cavité est éclairée, sur l'ensemble de la surface utile S , par un faisceau d'intensité constante que l'on assimilera à une onde plane progressive monochromatique de vecteur d'onde $\vec{k} = k \vec{e}_x$, de longueur d'onde λ et d'amplitude E_0 (Figure 3).

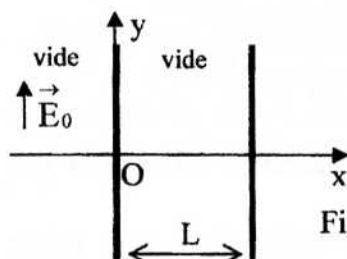


Figure 3

Dans ce cas, on montre que la moyenne temporelle $\langle U_{em} \rangle$ de l'énergie électromagnétique totale de la cavité de longueur L et de surface S , lorsqu'elle est éclairée en incidence normale en régime permanent, est donnée par :

$$\langle U_{em} \rangle = SL \frac{\epsilon_0}{2} E_0^2 \frac{1 - R^2}{1 + R^2 - 2R \cos(2kL)}$$

2.7. Déterminer les fréquences, dites fréquences de résonance, pour lesquelles l'énergie de la cavité $\langle U_{em} \rangle$ passe par un maximum.

Comparer aux fréquences f_n introduites à la question 2.2.

2.8. La cavité est éclairée avec une onde électromagnétique de fréquence f voisine de f_n . On pose $\Delta f = f - f_n$ et on suppose que $|\Delta f| \ll f_1$.

2.8.a Donner l'expression approchée de $\langle U_{em} \rangle$ en développant le dénominateur au deuxième ordre en $\frac{\Delta f}{f_1}$. Montrer qu'elle s'écrit sous la forme :

$$\langle U_{em} \rangle = \frac{U_{max}}{1 + 4F^2 \left(\frac{\Delta f}{f_1}\right)^2}$$

Expliciter U_{max} et F .

2.8.b Donner l'allure de $\langle U_{em} \rangle$ en fonction de Δf . En déduire la largeur à mi-hauteur correspondant.

2.8.c La grandeur F est souvent appelée « finesse » de la cavité. Justifier cette dénomination.

2.9. L'une des manières de placer la cavité électromagnétique en configuration résonante est de modifier L à fréquence fixe.

2.9.a. L'onde électromagnétique dans la cavité ayant une longueur d'onde fixe λ , quelles valeurs L_n faut-il donner à L pour placer la cavité en configuration résonante ?

2.9.b. On cherche à estimer la tolérance ΔL sur la distance L , qui permet de conserver la cavité en configuration quasi-résonante ($\langle U_{em} \rangle \geq \frac{U_{max}}{2}$). L étant voisine d'une valeur L_n , on

pose $\Delta L = L - L_n$ et on suppose que $|\Delta L| \ll \lambda$. Déduire de la condition de résonance une relation simple entre ΔL , λ et F . En déduire l'ordre de grandeur de la précision du réglage de L pour $R = 0.999$, si on éclaire la cavité dans le visible. Commenter le résultat.

3. Etude d'un faisceau laser

Un laser He-Ne émet un faisceau parallèle de lumière monochromatique non polarisée de longueur d'onde $\lambda = 632,8$ nm dans le vide, de section circulaire, de diamètre $d = 1,4$ mm et transportant une puissance $P_0 = 1$ mW.

3.1. Quelle est la couleur de cette lumière ?

3.2. Ce faisceau tombe, sous incidence normale, sur un polariseur rectiligne parfait (P) (Figure 4).

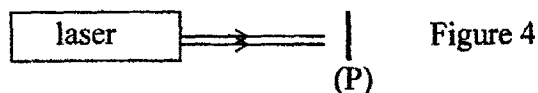


Figure 4

Sans faire de calcul, justifier que la puissance transportée par le faisceau à la sortie du polariseur vaut 0,5 mW.

3.3. Déterminer l'amplitude E_0 du champ électrique et la valeur moyenne temporelle de la norme du vecteur de Poynting de l'onde à la sortie de (P).

3.4. On dispose d'un analyseur rectiligne parfait et d'une lame quart d'onde.

Indiquer comment procéder pour :

i- Obtenir de la lumière polarisée elliptiquement à partir de la lumière obtenue avec le montage de la figure 4.

ii- Montrer que la lumière est polarisée elliptiquement.

3.5. On se propose d'agrandir la section du faisceau en le conservant parallèle. On dispose pour cela de deux lentilles minces convergentes L_1 et L_2 de distances focales $f'_1 = 5 \text{ mm}$ et $f'_2 = 100 \text{ mm}$ respectivement et d'une lentille mince divergente L_3 de distance focale $f'_3 = -5 \text{ mm}$. L_1 et L_3 ont chacune un diamètre de 10 mm et L_2 a un diamètre de 40 mm.

Montrer à l'aide d'un schéma, que l'association de deux lentilles, à préciser, permet d'obtenir le résultat cherché.

En déduire le diamètre D du faisceau obtenu.

3.6 En réalité, le faisceau sortant du laser n'est pas rigoureusement parallèle ; il est légèrement divergent, les rayons extrêmes faisant entre eux un angle 2θ petit (Figure 5).

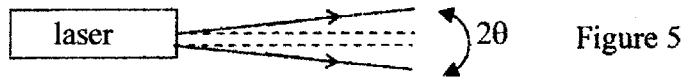


Figure 5

3.6.a La cause principale de cette divergence est due à un phénomène lié à la nature ondulatoire de la lumière. Quel est ce phénomène ?

3.6.b Si l'on admet que l'angle 2θ est du même ordre de grandeur que celui qu'on obtiendrait avec une ouverture carrée de côté d limitant le faisceau à la sortie du laser, évaluer 2θ .

4. Phénomène d'interférences et influence de la largeur spectrale

4.A. Etude du phénomène d'interférences en lumière parfaitement monochromatique.

On considère un système optique constitué par une source étendue S_e qui émet une lumière parfaitement monochromatique de longueur d'onde dans le vide λ_0 . On place après la source deux lames de verre ℓ_1 et ℓ_2 strictement parallèles, séparant une lame d'air d'épaisseur e et d'indice $n = 1$. On ne considère que les deux rayons (1) et (2) qui interfèrent (figure 6) et on supposera qu'ils ont la même intensité lumineuse. On négligera l'épaisseur des lames de verre ℓ_1 et ℓ_2 . On note i l'angle d'incidence d'un rayon incident avec le système (ℓ_1, ℓ_2) . On ne tient pas compte d'éventuels changements de phase lors de certains types de réflexion.

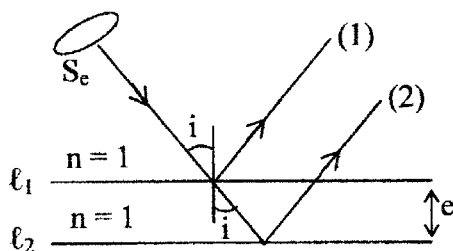


Figure 6

4.A.1.a. Exprimer la différence de marche entre les rayons (1) et (2) à l'infini, en fonction de e et de i .

4.A.1.b. En déduire que les franges d'interférences sont des anneaux situés à l'infini.

4.A.2. Exprimer l'ordre d'interférences en général p , et l'ordre d'interférences p_0 au centre ($i = 0$) en particulier. On admet que l'ordre d'interférences au centre p_0 est un entier. Quel est l'ordre d'interférences p_1 du premier anneau brillant ?

4.A.3. Déterminer les rayons angulaires i_1 , i_2 et i_3 des trois premiers anneaux brillants si l'on choisit $\lambda_0 = 632,8 \text{ nm}$ et $\frac{e}{\lambda_0} = 36630$? On se place dans le cas où l'angle i est très petit.

4.A.4. Comment s'écrit l'expression de l'intensité lumineuse I en un point M de l'écran, placé à l'infini, en fonction de I_0 , intensité lumineuse au centre de la figure d'interférences, de p_0 et de i ?

4.A.5 Représenter l'allure de la courbe $I = I(i)$.

$$I = 2$$

4.B. Influence de la largeur spectrale

La source S_e n'émet pas une radiation parfaitement monochromatique, mais ayant une largeur $\Delta\lambda_0$, c'est-à-dire qu'elle contient toutes les radiations dont le nombre d'onde $\sigma = \frac{1}{\lambda_0}$ est

compris entre $\sigma_0 - \frac{\Delta\sigma_0}{2}$ et $\sigma_0 + \frac{\Delta\sigma_0}{2}$.

Chaque radiation élémentaire de largeur $d\sigma$ donnant au centre de l'écran l'intensité élémentaire $dI_0(\sigma) = \frac{I_0 d\sigma}{\Delta\sigma_0}$.

4.B.1. Montrer que l'intensité lumineuse en un point M de l'écran s'écrit sous la forme :

$$I = \frac{I_0}{2}(1 + V \cos \varphi)$$

Donner les expressions de V et φ .

4.B.2. On se place au centre ($i = 0$), pour quelle valeur e_0 de e la fonction V s'annule pour la première fois ?

Que peut-on déduire pour la visibilité des franges quand $\frac{e}{e_0} = 0.671$?

Fin de l'épreuve