



Concours Toutes Options
Epreuve d'Informatique

Date : Mardi 14 Juin 2011

Heure : 15 H

Durée : 2 H

Nbre pages : 4

Barème : EXERCICE 1 : 4,5 = 0,5 points par question

EXERCICE 2 : 5,5 = 1,25 + 1,5 + 0,75 + 2

EXERCICE 3 : 4,5 = 0,5 + 1,5 + 1 + 1,5

EXERCICE 4 : 5,5 = 0,5 + 1 + 0,5 + 0,5 + 1,5 + 1,5

DOCUMENTS NON AUTORISÉS
L'USAGE DES CALCULATRICES EST INTERDIT

EXERCICE 1

Soit f , la fonction définie par :

$$f : (a, x) \mapsto (x^2 - ax)e^{\frac{1}{x}}, \text{ avec } a \text{ paramètre réel.}$$



Donner les commandes MAPLE permettant de :

1. définir la fonction f ;
2. déterminer un développement limité de $f(a, x)$ pour $x = +\infty$ à l'ordre 3 ;
3. calculer les limites à gauche et à droite de $f(a, x)$ en 0 ;
4. définir de deux manières différentes df , la fonction dérivée de f , par rapport à x ;
5. trouver les racines de $\frac{\partial}{\partial x} f(a, x)$;
6. représenter sur le même graphe les fonctions $f(k, x)$ pour k entier variant de 1 à 5 et $x \in [-5, 5]$ en limitant les ordonnées dans l'intervalle $[-10, 10]$;
7. calculer dans $a1$, la valeur de a solution de l'équation $\frac{\partial}{\partial a} f(a, x) = 0$;
8. tracer la courbe représentative de $f(2, x)$ pour $x \in [-10, 10]$ en limitant les ordonnées dans l'intervalle $[-10, 10]$;
9. donner le résultat simplifié de $\frac{\partial}{\partial x} f(2, x)$.

EXERCICE 2

Les parties A, B, C et D sont indépendantes.

A. Soit P , le polynôme en X , défini par $P = (X-1)(X^2+1)^5$.

Donner les commandes **MAPLE** permettant de :

- A.1 définir P ;
 - A.2 déterminer le degré de P ;
 - A.3 donner la forme développée et ordonnée selon les puissances décroissantes de P ;
 - A.4 générer la séquence des coefficients de P ordonnés selon les puissances décroissantes en X , sachant que la commande *coeffs* ne génère pas la séquence ordonnée ;
 - A.5 déterminer le quotient Q et le reste R de la division euclidienne de P par $aX^3 + b$.
- B. Soit la famille des polynômes $\sum_{k=0}^n X^k$ avec n variant entre 3 et 50.

Donner les instructions **MAPLE** qui déterminent, dans un tableau *Td* les degrés des polynômes divisibles par $1 + X + X^2$.

C.

C.1 Définir la fonction R , qui à un entier n , associe le polynôme $Q = \prod_{k=1}^n (X^k + 1)$.

C.2 Pour $n = 50$, donner le coefficient du terme du plus haut degré de Q .

D. Soit P un polynôme en X . Pour qu'un réel a soit une racine multiple d'ordre k de P , il faut et il suffit de vérifier les relations :

$$P(a) = P'(a) = P''(a) = \dots = P^{(k-1)}(a) = 0 \text{ et } P^{(k)}(a) \neq 0$$

Ecrire une procédure **MAPLE** nommé *MULTIPLICITE*, ayant comme paramètres un polynôme P en X et un réel a , retourne l'ordre de multiplicité de a selon le principe décrit ci-dessus si a est une racine et retourne 0 sinon.

EXERCICE 3

Le but de l'exercice est de déterminer la note d'un devoir multi-questions à choix unique (VRAI ou FAUX) d'un candidat.

Les questions sont stockées dans un tableau *Ques* de chaîne de caractères. Les réponses correctes à ces questions sont stockées dans un tableau *Correct* de type booléen.

Les réponses du candidat aux questions auxquelles il désire répondre (0 pour FAUX et 1 pour VRAI) seront saisies puis validées dans un tableau *Rep* initialement initialisé à la valeur -1. Cette dernière représente une réponse non encore saisie ou une réponse saisie mais non validée.

On suppose dans la suite que :

- les tableaux *Ques* et *Correct* sont préalablement saisis.
- le nombre de questions k ne dépasse pas une valeur $NMAX=100$.
- les tableaux *Ques*, *Correct* et *Rep* sont respectivement de type *TABQ*, *TABC* et *TABR* définis comme suit :

CONSTANTE	$NMAX=100$
TYPE	<i>TABQ</i> = tableau [1..NMAX] de chaîne
	<i>TABC</i> = tableau [1.. NMAX] de booléen
	<i>TABR</i> = tableau [1.. NMAX] de entier

Travail demandé :

1. Ecrire une procédure, nommée *AFF_QUES*, permettant d'afficher dans l'ordre, les k questions de *Ques* ainsi que les numéros correspondants.
2. Ecrire une procédure, nommée *REPONSES*, qui permet au candidat de :
 - saisir le numéro de la question à laquelle il veut répondre ;
 - répondre à la question par 0 ou 1 ;
 - valider la réponse, par mise à jour de *Rep*, s'il le souhaite ;

Dans le cas où le candidat souhaite répondre à une autre question, il saisit "O" pour « OUI » et "N" pour « NON » comme réponse au message affiché « voulez-vous répondre à une autre question ? ».

N.B :

- Faites les contrôles nécessaires.
- Le candidat peut ne pas répondre à toutes les questions.
- Le candidat ne peut plus modifier une réponse déjà validée.

3. Ecrire une fonction, nommée **TOTAL** qui à partir des tableaux **Rep** et **Correct** retourne le total des points correspondant aux réponses.

Les points par réponse sont attribués comme suit :

- 0 pour pas de réponse.
- 2 pour une réponse correcte.
- -1 pour une réponse incorrecte.

Exemple :

Rep :

1	-1	-1	0	0	0
---	----	----	---	---	---

Correct :

VRAI	VRAI	FAUX	FAUX	VRAI	FAUX
2	0	0	2	-1	2

Le total des points est : $2 + 0 + 0 + 2 + (-1) + 2 = 5$

4. Ecrire un algorithme nommé **INTERROGATION** permettant de :
- saisir un entier **N** compris entre 2 et NMAX correspondant au nombre de questions ;
 - initialiser le tableau **Rep** à (-1) ;
 - afficher les **N** questions du tableau **QUES** ;
 - mettre à jour le tableau **Rep** par les réponses validées ;
 - calculer la note sur 20 du candidat. La note est égale 0 si le total des points est négatif ou nul et est calculée sur 20 si le total des points est positif ;
 - afficher le résultat trouvé.

EXERCICE 4

On désire informatiser en partie un championnat de foot comportant **N** équipes numérotées de 1 à **N**.

A la fin du championnat on enregistre, dans une matrice carrée **R** d'ordre **N**, les résultats des matchs aller et retour joués entre les différentes équipes tel que :

- $R_{i,j} = 1$ Si l'équipe **i** a gagné le match contre l'équipe **j**.
 - $R_{i,j} = 2$ Si l'équipe **j** a gagné le match contre l'équipe **i**.
 - $R_{i,j} = 0$ Si match nul.
 - $R_{i,j} = -1$ Valeur non significative.
- avec $\begin{cases} i < j & \text{représente un match aller} \\ i > j & \text{représente un match retour} \end{cases}$

Exemple : Résultats des matchs aller et retour pour 6 équipes à la fin du championnat.

	1	2	3	4	5	6
1	-1	1	0	0	1	2
2	0	-1	1	0	0	2
3	0	1	-1	1	1	2
4	0	1	2	-1	2	2
5	1	1	2	2	-1	1
6	2	0	0	1	1	-1

Les cases grises représentent les résultats des matchs aller de l'équipe 1.

- L'équipe 2 a gagné le match aller contre l'équipe 3 car $R_{2,3} = 1$ et a perdu le match retour contre l'équipe 3 car $R_{3,2} = 1$.
- L'équipe 6 a gagné le match aller contre l'équipe 2 car $R_{2,6} = 2$ et a fait match retour nul contre l'équipe 2 car $R_{6,2} = 0$.

Les buts marqués et les buts encaissés par chaque équipe à la fin du championnat sont stockés dans une matrice B à N lignes et 2 colonnes tel que :

$B_{i,1}$ = Buts marqués par l'équipe i .

$B_{i,2}$ = Buts encaissés par l'équipe i .

Une équipe obtient 3 points pour chaque match gagné, 0 point pour chaque match perdu et 1 point pour chaque match nul.

les m équipes ayant obtenu le maximum de points, seront référencées dans une matrice CH à m lignes et 2 colonnes. ($1 \leq m \leq N$, m à déterminer)

Une ligne i de CH est définie comme suit :

$CH_{i,1}$ = Numéro de l'équipe ayant le maximum de points.

$CH_{i,2}$ = Ecart entre les buts marqués et les buts encaissés par l'équipe numéro $CH_{i,1}$.

Travail demandé :

Dans la suite :

- on suppose avoir défini les types suivants :
CONSTANTE $N = 20$
TYPE **MATR** = tableau $[1..N, 1..N]$ de entier
 MATB = tableau $[1..N, 1..2]$ de entier
 TABP = tableau $[1..N]$ de entier
 - R est une matrice carrée d'ordre N représentant les résultats des matchs aller et retour des N équipes.
 - B est une matrice à N lignes et 2 colonnes représentant les buts marqués et les buts encaissés par les N équipes.
1. Ecrire une procédure nommée **Saisie_R**, permettant la saisie des résultats des matchs aller et retour dans R .
 2. Ecrire une fonction nommée **Nb_PTS_AR** qui, à partir de R , d'un numéro d'équipe k et d'un paramètre booléen AR , calcule et retourne comme résultat le nombre de points cumulés par cette équipe dans la phase aller si $AR = \text{VRAI}$ et dans la phase retour du championnat si $AR = \text{FAUX}$.
 3. Ecrire une procédure nommée **TABL_PTS** qui à partir de R , calcule dans un tableau T , le total des points de chacune des N équipes.
 4. Ecrire une procédure nommée **Saisie_B**, permettant de saisir dans B les buts marqués et les buts encaissés par les N équipes.
 5. Ecrire une procédure nommée **CHAMPIONS** qui, à partir de R , T et B , renvoie comme paramètres m et CH .
 6. Ecrire une procédure nommée **AFF_CHAMPIONS** qui affiche les résultats relatifs à la (ou aux) équipe(s) ayant le maximum de points conformément au modèle suivant :

Numéro	total	total	total	écarts entre	nombre
Equipe	points	points	points	buts marqués	de buts
		aller	retour	et buts encaissés	marqués