

V.F



# DOSSIER

## DOCUMENT REPONSES

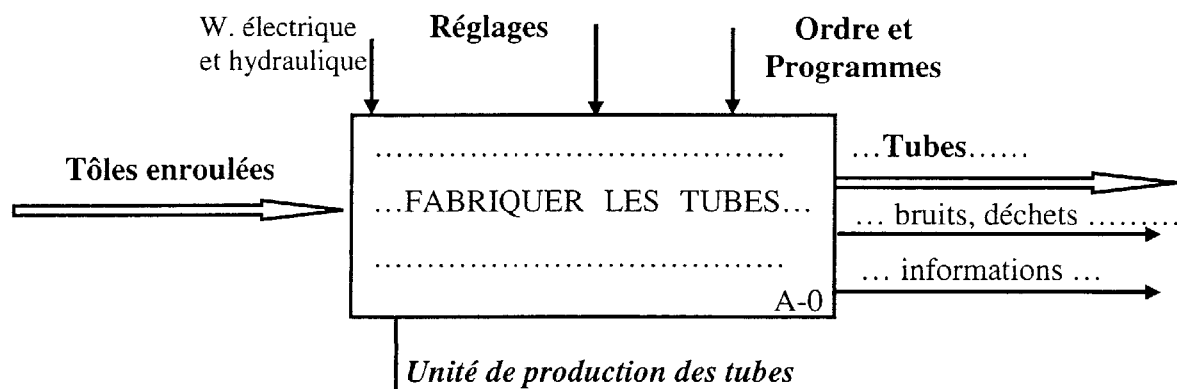


- ✓ Ce dossier comporte 17 pages numérotées de 1 à 17 :
  - Partie A - Technologie de Conception : Pages 1 à 6;
  - Partie B - Technologie de Production : Pages 7 à 10;
  - Partie C - Mécanique & RDM : Pages 11 à 13 ;
  - Partie D - Automatique : Pages 14 à 17 ;
  
- ✓ Un seul dossier document réponses est fourni au candidat et doit être rendu, en totalité, même sans réponses à la fin de l'épreuve.
  
- ✓ Le renouvellement de ce dossier est interdit.

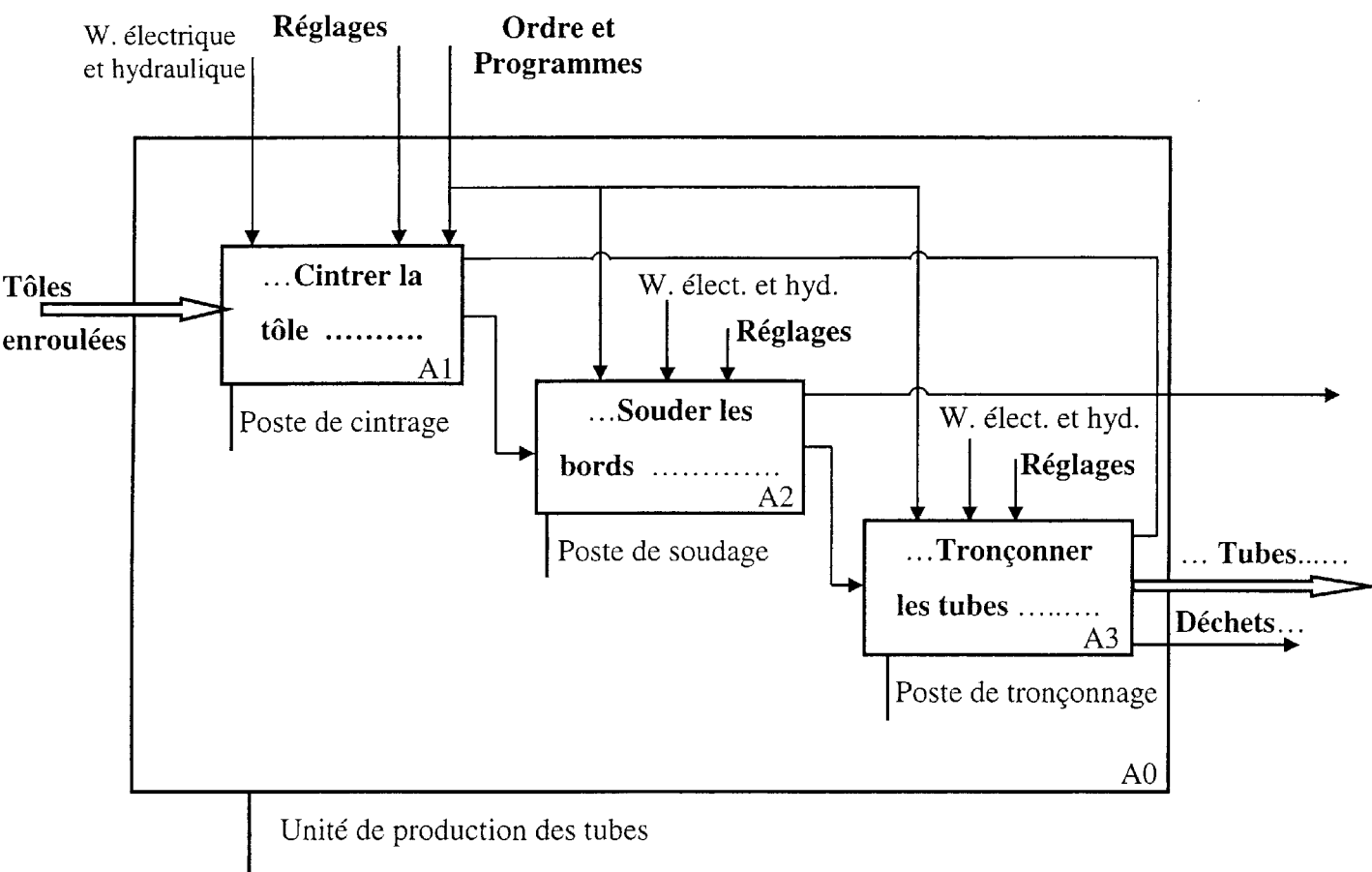
## PARTIE A – TECHNOLOGIE DE CONCEPTION

### A.1. ANALYSE FONCTIONNELLE :

A.1.1. Compléter l'actigramme A-0 de l'unité de production des tubes.



A.1.2. Compléter l'actigramme A0 de l'unité de production des tubes.



**A.2. ETUDE TECHNOLOGIQUE :****A.2.1. Rôles des pièces :** Indiquer le rôle de chacune des pièces suivantes.

Pièces	Rôles
(34)	.....Empêcher la rotation de la roue 3a dans le sens inverse .....
(20)	..... Supporter l'usure par frottement de glissement .....
(42)	..... Arrêter en rotation (41)/(49).....
(44) et (45)	..... Guider en rotation (49)/(46) et supporter l'usure.....
(11)	..... Assurer l'étanchéité dynamique.....
(65) - (66) et (73)	..... Assurer l'accouplement arbre moteur - arbre 54.....

**A.2.2. Justifier le choix du matériau des roues d'entraînement (3a) et (3b).**

..... Augmenter l'adhérence entre les roues (3) et le tube .....

**A.2.3. Quel est le mode de lubrification des engrenages du mécanisme de tracteur-tronçonneuse ?**

Justifier votre réponse.

Mode : ..... Lubrification par barbotage d'huile. ....

Justification : ..... Existence du bouchon de vidange d'huile (64) .....

**A.2.4. Indiquer les repères des pièces qui limitent le déplacement du coulisseau (15) :**

En montée (vers le haut) : ..... Corps du vérin .....

En descente (vers le bas) : ..... 14 (ou 38) .....

**A.2.5. Ajustements :** Proposer un ajustement qualitatif pour chacun des assemblages suivants :

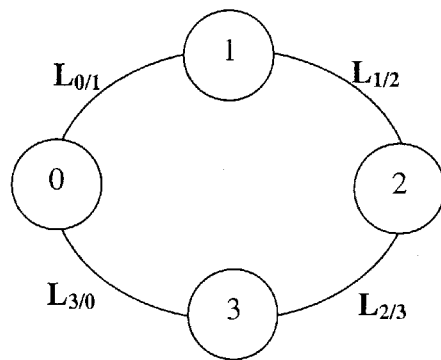
(1)/(51)	(61)/(1)	(61)/(54)	(44)/(46)	(44)/(49)	(55)/(51)	(55)/(54)
Ø H7h6	Ø H7	Ø k6	Ø H7f6	Ø H7m6	Ø H8	Ø h11

**A.2.6. Liaisons mécaniques :** compléter le tableau suivant :

Assemblages	Nature de la liaison	Liaison assurée par :
(1)/(4)	pivot	les roulements (28) et (35)
(15)/(1)	glissière	les glissières (74) et (76)
(46)/(1)	encastrement	emboîtement cylindrique + Vis(50)
(41)/(49)	encastrement	clavette + épaulement + anneau élastique

**A.3. Théorie de mécanisme :** Voir le schéma cinématique simplifié du système d'entraînement du tube (Figure A.1- Dossier Présentation, données et hypothèses).

**A.3.1.** Compléter le graphe des liaisons et déterminer le nombre cyclomatique ( $\gamma$ ).



$L_{1/2}$  : liaison ponctuel de normale  $\vec{n}$

$L_{2/3}$  : liaison pivot d'axe  $(B, \vec{x})$  .....

$L_{3/0}$  : liaison glissière d'axe  $(C, \vec{y})$  .....

$L_{0/1}$  : liaison pivot d'axe  $(A, \vec{x})$  .....

$\gamma = 1$  .....

**A.3.2.** Ecrire le torseur cinématique associé à chaque liaison.

$$\{\vartheta_{1/2}\}_I = \begin{pmatrix} \alpha_{12} & u_{12} \\ \beta_{12} & v_{12} \\ \gamma_{12} & k v_{12} \end{pmatrix}_I ; \quad \{\vartheta_{2/3}\}_B = \begin{pmatrix} \alpha_{23} & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}_B$$

$$\{\vartheta_{3/0}\}_C = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & v_{30} \\ 0 & 0 \end{pmatrix}_C ; \quad \{\vartheta_{0/1}\}_A = \begin{pmatrix} \alpha_{01} & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}_A$$

**A.3.3.** En appliquant la composition des torseurs cinématiques à la chaîne 0-1-2-3-0 au point I, écrire les équations scalaires reliant les paramètres cinématiques.

Composition des torseurs cinématiques au point I :

$$\dots\dots\dots \{\vartheta_{0/1}\}_I + \{\vartheta_{1/2}\}_I + \{\vartheta_{2/3}\}_I + \{\vartheta_{3/0}\}_I = \{0\} \dots\dots\dots$$

Transfert des torseurs au point I :

$$\triangleright \{\vartheta_{2/3}\}_I = \begin{pmatrix} \alpha_{23} & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & -R \cdot \alpha_{23} \end{pmatrix}_I ;$$

$$\triangleright \{\vartheta_{3/0}\}_I = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & v_{30} \\ 0 & 0 \end{pmatrix}_I ;$$

$$\triangleright \{\vartheta_{0/1}\}_I = \begin{pmatrix} \alpha_{01} & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & R \cdot \alpha_{01} \end{pmatrix}_I .$$

Système d'équations cinématiques :

$$\begin{cases} \alpha_{01} + \alpha_{12} + \alpha_{23} = 0 & (1) \\ \beta_{12} = 0 & (2) \\ \gamma_{12} = 0 & (3) \end{cases}$$

$$\begin{cases} u_{12} = 0 & (4) \\ v_{12} + v_{30} = 0 & (5) \\ R.\alpha_{01} + k v_{12} - R.\alpha_{23} = 0 & (6) \end{cases}$$

**A.3.4.** Déduire alors la mobilité  $m$  du mécanisme (On rappelle que  $m = I_c - r_c$  ; avec  $I_c$  : le nombre de paramètres et  $r_c$  : le rang du système).

$$m = \dots 8 - 6 = 2 \dots$$

**A.3.5.** En appliquant la loi de mobilité globale, déterminer le degré d'hyperstatisme du mécanisme.

$$\dots I_c - 6 \gamma = m - h \dots h = 8 - 6 - 2 = 0 \dots$$

$$\dots 6 N_p - I_s = m - h \dots h = -18 + 16 + 2 = 0 \dots$$

$$h = \dots 0 \dots$$

**A.4. TRANSMISSION DE PUISSANCE** (Voir Dossier Présentation, données et hypothèses).

**A.4.1.** Calculer la puissance transmise au tube par chacune des roues (3a) et (3b).

$$\dots P_{3a} = P_{3b} = F.V = 700 \times 2 = 1400 \text{ W} \dots$$

$$P_{3a} = P_{3b} = 1400 \text{ W}$$

**A.4.2.** En déduire la puissance au niveau de la roue (38).

$$\dots P_{38} = (P_{3a} / \eta_3) + P_{3b} = (1400 / 0,95) + 1400 = 2874 \text{ W}$$

$$P_{38} = \dots 2874 \dots \text{ W}$$

**A.4.3.** Calculer alors la puissance que doit développer le servomoteur (69).

$$\dots P_{69} = \frac{P_{38}}{\eta_{12}} = \frac{2874}{0,95 \cdot 0,95} = 3184 \text{ W} \dots$$

$$P_{69} = \dots 3184 \dots \text{ W}$$

**A.4.4.** Calculer le rapport de réduction  $k = \frac{N_{3a}}{N_{69}} = \frac{N_{3b}}{N_{69}}$ .

$$\dots k = \frac{Z_{58} \times Z_{49}}{Z_{41} \times Z_{38}} = \frac{17 \times 19}{62 \times 52} = 0,1 \dots$$

$$k = \dots 0,1 \dots$$

**A.4.5.** En supposant qu'il n'y a pas de glissement entre les roues (3a, 3b) et le tube à entraîner ( $V = 2 \text{ m/s}$ ), déterminer la vitesse de rotation des roues (3a) et (3b).

$$\dots N_{3a} = N_{3b} = \frac{60 V}{\pi D_3} = \frac{60 \times 2}{0,3 \pi} = 127,3 \text{ tr/mn} \dots$$

$$N_{3a} = N_{3b} = 127,3 \text{ tr/mn}$$

**A.4.6.** Déduire alors la vitesse de rotation au niveau de l'arbre du servomoteur (69)

$$\dots N_{69} = \frac{N_{3a}}{k} = \frac{127,3}{0,1} = 1273 \text{ tr/mn} \dots$$

$$N_{69} = 1273 \text{ tr/mn}$$

**A.4.7.** Calculer le couple que doit fournir le servomoteur (69).

$$\dots C_{69} = \frac{P_{69}}{W_{69}} = \frac{30 P_{69}}{\pi N_{69}} = \frac{30 \times 3184}{\pi \times 1273} = 23,9 \text{ Nm} \dots$$

$$C_{69} = 23,9 \text{ Nm}$$

**A.4.8.** En se basant sur les données caractéristiques du servomoteur, vérifier sa capacité.

$$\dots P_{69} = 3184 \text{ W} < 3800 \text{ W} \dots$$

$$\dots N_{69} = 1273 \text{ tr/mn} < 1500 \text{ tr/mn} \dots C_{69} = 23,9 \text{ Nm} < 24,5 \text{ Nm} \dots$$

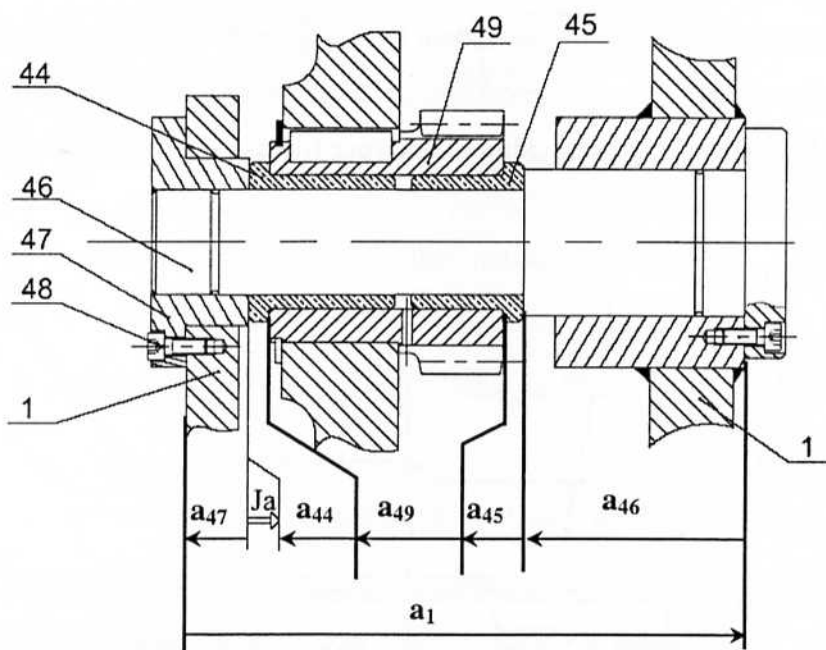
**Conclusion :** ..... Le servomoteur répond bien au cahier des charges .....

## A.5. COTATION FONCTIONNELLE :

**A.5.1.** Donner le rôle de la cote condition  $J_a$  entre (47) et (44).

..... Assurer un jeu fonctionnel axial .....

**A.5.2.** Tracer la chaîne de cotes minimale relative à la cote condition  $J_a$ .



**A.5.3.** Etablir la relation qui permet de déterminer l'intervalle de tolérance (IT) de la cote condition  $J_a$ .

$$IT = \dots\dots IT_1 + IT_{46} + IT_{45} + IT_{49} + IT_{44} + IT_{47} \dots\dots$$

## A.6. ETUDE D'UN LIMITEUR DE COUPLE :

On se propose de remplacer l'accouplement à denture entre le servomoteur (69) et l'arbre (54) par un limiteur de couple défini par le schéma cinématique de la figure A.2 (Voir Dossier Présentation, données et hypothèses et document 1).

### A.6.1. Dimensionnement :

**A.6.1.1.** Calculer l'effort presseur minimal ( $N_{min}$ ) fourni par les ressorts (7) pour transmettre le couple limite  $C_{lim}$ .

$$\dots\dots C_{lim} = 1,1C_m = 26,95 \text{ mN} \dots\dots$$

$$\dots\dots C_{adh} = \frac{2}{3} n f N \frac{R^3 - r^3}{R^2 - r^2} \geq C_{lim} \dots \Leftrightarrow \dots N \geq \frac{3 C_{lim} (R^2 - r^2)}{2 n f (R^3 - r^3)} \dots\dots$$

$$N_{min} = \dots 869,6 \dots \text{ N}$$

**A.6.1.2.** Sachant que chaque ressort est de raideur  $k = 60 \text{ N/mm}$  et que sa flèche de compression est de  $\Delta L = 5 \text{ mm}$ . Déterminer, alors, le nombre ( $n$ ) de ressorts nécessaires.

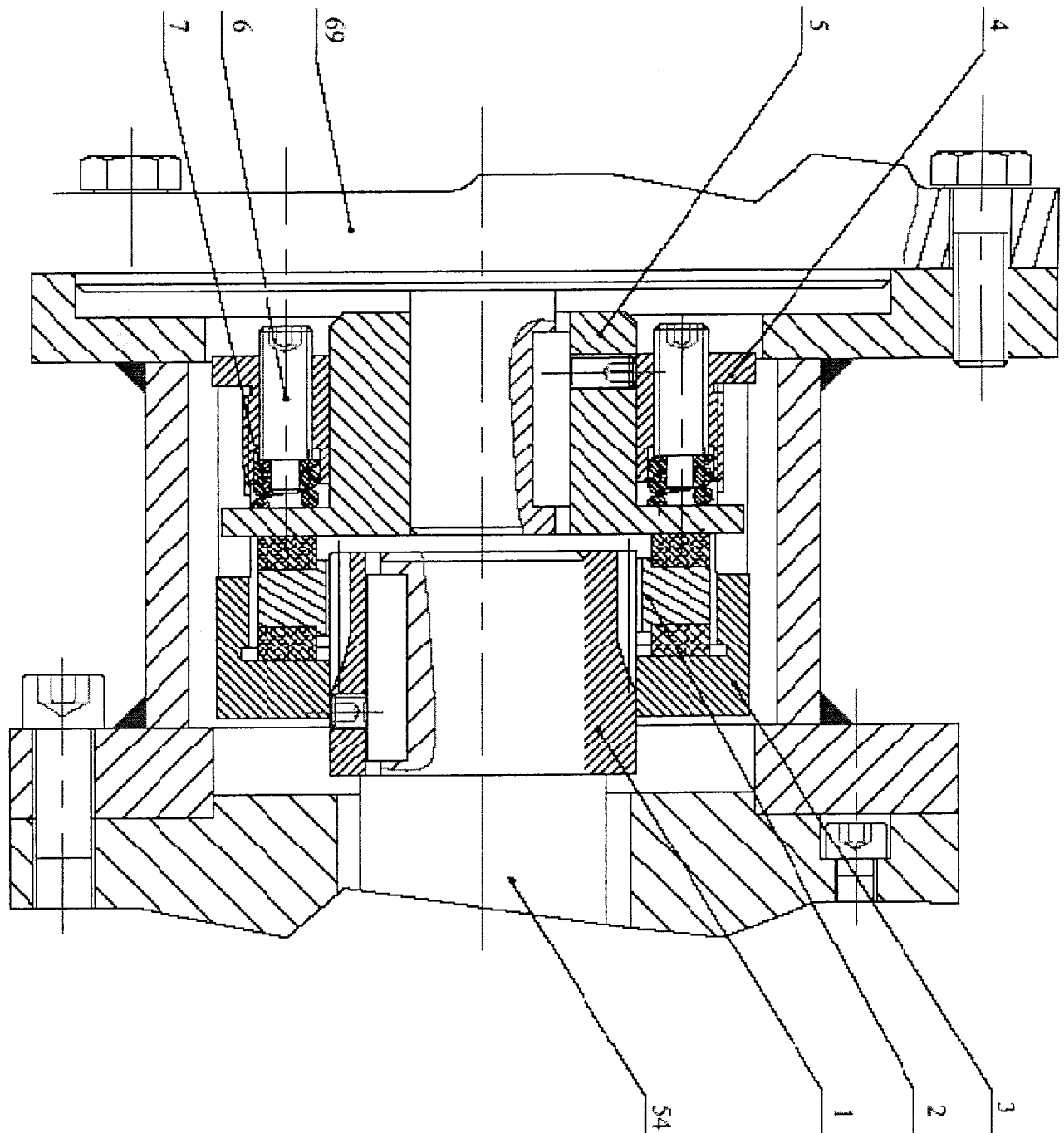
$$\dots\dots N = n \cdot k \cdot \Delta L \dots\dots \Leftrightarrow \dots n = \frac{N}{k \cdot \Delta L} = 2,89 \dots\dots$$

$$n = \dots 3 \dots \text{ Ressorts}$$

### A.6.2. Etude graphique

Compléter, à l'échelle du dessin, la conception du limiteur de couple en étudiant les points suivants :

1. La liaison glissière, par cannelures, du disque (2) avec le moyeu récepteur (1) ;
2. La liaison pivot glissant du couvercle (4) avec le moyeu moteur (5) ;
3. Le montage des vis (6) permettant le réglage et le centrage des ressorts (7) ;
4. La liaison glissière, par encoches, de la cloche (3) avec le moyeu moteur (5) ;
5. La liaison encastrement démontable (par filetage) du couvercle (4) avec la cloche (3).



## PARTIE B : TECHNOLOGIE DE PRODUCTION

### B.1. CHOIX DU MATERIAU

**B.1.1.** Donner la différence entre l'acier et la fonte point de vue teneur en carbone.

**Acier :** .....  $0,01\% \leq \%C \leq 2,1\%$  .....

**Fonte :** .....  $2,1\% < \%C \leq 6,7\%$  .....

**B.1.2.** Dans quel groupe de fontes peut-on classer le matériau EN-GJMB-450-6 du coulisseau (15) ?  
(Cocher la bonne réponse).

Fonte lamellaire ☐ Fonte à graphite sphéroïdale ☐ Fonte malléable ☒

**B.1.3.** Donner les caractéristiques mécaniques du matériau **EN-GJMB-450-6**.

**450 :** ... Résistance minimale à la rupture par extension en MPa (  $\text{N/mm}^2$  ) =  $R_{\min}$  .....

**6 :** ..... Pourcentage de l'allongement après rupture =  $A\%$  .....

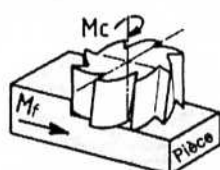
**B.1.4.** Différents essais sont utilisés souvent pour mesurer la dureté du matériau (HB , HV, HRC et HRB). Compléter le tableau ci-dessous.

Type de l'essai	Nom de l'essai	Forme du pénétrateur	Matériau du pénétrateur	Géométrie de l'empreinte
HB	Essai Brinell	Bille	Acier très dur	Calotte sphérique.
HV	Essai Vickers	Pyramide droite à base carrée	Diamant	pyramidale
HRC	Essai Rockwell conique	Conique	Diamant	conique
HRB	Essai Rockwell bille	Bille	Acier très dur ou carbure	sphérique

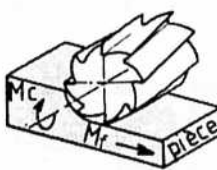
### B.2. ETUDE TECHNOLOGIQUE

**B.2.1.** Indiquer le type et le mode de chacune des opérations de fraisage suivantes :

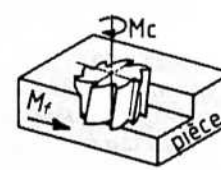
Rainurage en bout – fraisage de profil en opposition – Surfaçage de profil en avalant  
Fraisage combiné – Rainurage en roulant – Surfaçage en bout.



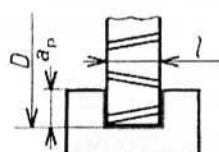
Surfaçage en bout



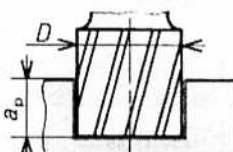
Fraisage de profil en opposition



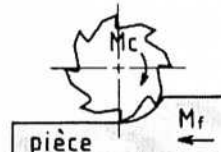
Fraisage combiné



Rainurage en roulant



Rainurage en bout



Surfaçage de profil en avalant



**B.2.2.** Compléter le tableau suivant en indiquant pour chaque outil le nom et l'opération correspondante (voir Etude technologique – Dossier Présentation, données et hypothèses).





Numéro de l'outil	Nom de l'outil	Opération d'usinage
1	Fraise rouleau à une taille	Surfaçage en roulant
2	<i>Fraise cylindrique à deux tailles</i>	<i>Surfaçage ; Fraisage combiné</i>
3	<i>Fraise 2 tailles à denture croqueuse</i>	<i>Travaux d'ébauche – grande profondeur de passe</i>
4	<i>Fraises coniques</i>	<i>Rainurage en queue d'aronde ; Fraisurage</i>
5	<i>Fraise 3 tailles à denture droite</i>	<i>Rainurage droit</i>
6	<i>Fraise scie</i>	<i>Sciage</i>
7	<i>Fraise 2 tailles à rainurer</i>	<i>Rainurage droit</i>
8	<i>Fraise 3 tailles en Té</i>	<i>Rainurage en Té</i>

**B.2.3.** Compléter le tableau suivant en précisant pour chaque détail d'usinage du coulisseau (15) le nom, l'opération(s) correspondante(s), le ou les outils nécessaires (Voir Document B.1).

Repère	Nom	Opération(s)	Outil(s)
<b>Q</b>	Trous taraudés	Perçage - Taraudage	Foret à centrer – foret hélicoïdal – Taraud machine
<b>E1</b>	<i>Entaille</i>	<i>Exécution entaille</i>	<i>Fraise à 2 tailles</i>
<b>L</b>	<i>Alésage</i>	<i>Alésage</i>	<i>Outil à aléser</i>
<b>R</b>	<i>Rainure en Té</i>	<i>Rainurage droit</i> <i>Rainurage en Té</i>	<i>Fraise à 2 tailles</i> <i>Fraise Té</i>

### B.3. METROLOGIE

**B.3.1.** Compléter le tableau suivant en précisant le nom et le type (Tolérance de forme, Tolérance de position, Tolérance d'orientation) de chacune des spécifications géométriques proposées.

Spécification	Nom	Type
 0,1	Parallélisme	Tolérance d'orientation
 0,2	Symétrie	Tolérance de position
 0,02	Cylindricité	Tolérance de forme
 Ø 0.5	Localisation	Tolérance de position

**B.3.2.** Préciser les moyens de contrôle des spécifications suivantes (Voir Document B.1)

Spécification	Moyen de contrôle
Ø 138 H7	Micromètre d'intérieur – Alésomètre.
$8^{+0,2}$	Jauge de profondeur
M18 × 2,5	Tampon fileté
$\sqrt{Ra\ 0,8}$	Rugosimètre – Pofilomètre

**B.3.3.** Citer trois caractéristiques métrologiques des instruments de mesure.

**Exemple : Justesse**

- ... Etendue de mesure .....
- ... Sensibilité.....
- ... Fidélité.....
- ... Résolution .....

#### B.4. ETUDE DE FABRICATION

Dans cette partie on s'intéressera uniquement à l'usinage par contournage des deux entailles **E1** et **E2** du coulisseau (15) dont le croquis d'usinage est donné par la figure B.1 de la page 10.

**B.4. 1.** Compléter, sur la vue de dessus, le repérage de mise en position isostatique de la pièce.

**B.4. 2.** Indiquer sur le croquis d'usinage les cotes de fabrication manquantes.

**B.4. 3.** Proposer un porte pièce correspondant à ce type de repérage de mise en position.

..... Etaux de fraiseuse munie de butée .....

**B.4. 4.** Tracer, sur le croquis d'usinage, la chaîne de cotes relative à **Cf1**. Calculer cette cote.

.....  $48,3 = 120,4 - Cf1_{min} \Rightarrow Cf1_{min} = 72,1$  .....

.....  $47,7 = 120 - Cf1_{max} \Rightarrow Cf1_{max} = 72,3$  .....

**Cf1** =  $72^{+0,1}_{+0,3}$

#### B.5. ETUDE DE LA COUPE.

Dans cette partie on s'intéressera uniquement à l'usinage, en finition, par contournage des deux entailles E1 et E2 du coulisseau (15) (Voir Dossier Présentation, données et hypothèses).

**B.5.1.** Calculer la vitesse de rotation (**N**) de la broche lors de l'usinage des entailles E1 et E2 .

.....  $N = \frac{1000V_c}{\pi D} = \frac{1000.60}{\pi.40} = 477$  .....

**N** = ...477 trs/mn.

**B.5.2.** Calculer la vitesse d'avance (**Vf**) lors de l'usinage.

.....  $V_f = f_z \cdot Z \cdot N = 0,04 \times 8 \times 477 = 76,5$  .....

**Vf** = ...152 mm/mn.

**B.5.3.** Calculer le temps de coupe ( $t_c$ ) pour usiner les deux entailles E1 et E2.

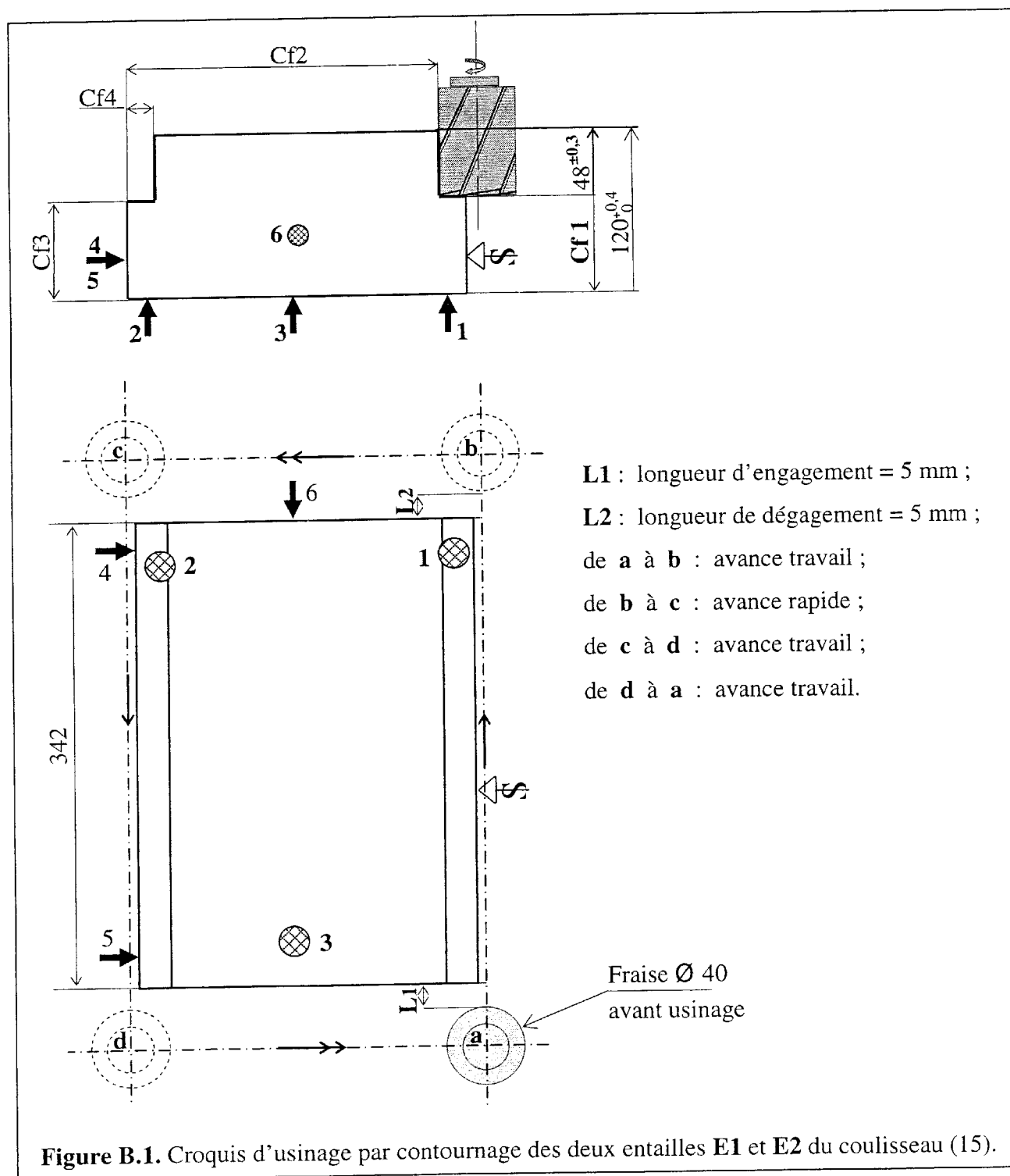
$$t_c = \frac{2l}{v_f} = \frac{2 \cdot 2.342}{152} = 4,5 \text{ mn}$$

$t_c = \dots 4,5 \text{ mn} \dots$

**B.5.4.** Déterminer le nombre de pièces ( $n_p$ ) usinées avant le changement de la fraise.

$$n_p = \frac{90}{t_c} = 20$$

$n_p = \dots 20 \text{ pièces} \dots$



## PARTIE C : MECANIQUE ET RDM

**C.1. MECANIQUE :** L'étude est limitée au début de l'opération de tronçonnage (Figure C.1, Dossier Présentation, données et hypothèses).

**C.1.1.** Déterminer la position du centre d'inertie G, de l'ensemble (2) :  $\overrightarrow{BG}$ .

$$\dots\dots(m_1 + m_2)\overrightarrow{BG} = m_1\overrightarrow{BG_T} + m_2\overrightarrow{BG_D} = \frac{m_1 L}{2}\vec{y}_0\dots\dots$$

$$\overrightarrow{BG} = \dots\dots \frac{m_1 L}{2(m_1 + m_2)} \vec{y}_0 \dots\dots$$

**C.1.2.** On se propose d'ajouter à l'ensemble (2) une masse ponctuelle  $m_3$  concentrée au point C.

Déterminer  $m_3$  pour que le centre d'inertie G soit confondu avec le point A :  $\overrightarrow{BG} = \overrightarrow{BA} = \frac{L}{2}\vec{y}_0$ .

$$\dots\dots m_1\overrightarrow{AG_T} + m_2\overrightarrow{AG_D} + m_3\overrightarrow{BC} = \vec{0} \dots \Rightarrow -\frac{m_2 L}{2}\vec{y}_0 + \frac{m_3 L}{2}\vec{y}_0 = \vec{0} \dots\dots$$

$$m_3 = \dots\dots m_2 \dots\dots$$

**C.1.3.** Déterminer le moment d'inertie de (2) par rapport à l'axe  $(B, \vec{y}_0)$  :  $I_{B\vec{y}_0}(2)$ .

$$\dots\dots I_{B\vec{y}_0}(2) = I_{B\vec{y}_0}(T) + I_{B\vec{y}_0}(D) \dots\dots$$

$$\dots \bullet \text{ Tige d'axe } \vec{y}_0 : \dots I_{B\vec{y}_0}(T) = \int_{P \in (T)} (x^2 + z^2) = 0 \dots\dots$$

$$\dots \bullet \text{ Disque d'axe } \vec{y}_0 : \dots I_{B\vec{y}_0}(D) = \int_{P \in (D)} (x^2 + z^2) = \int_{P \in (D)} r^2 = \frac{m_2 R^2}{2} \dots\dots$$

$$I_{B\vec{y}_0}(2) = \dots\dots \frac{m_2 R^2}{2} \dots\dots$$

**C.1.4.** Déduire le moment d'inertie de (2) par rapport à l'axe  $(A, \vec{y}_0)$  :  $I_{A\vec{y}_0}(2)$ .

$$\dots\dots I_{A\vec{y}_0}(2) = I_{G\vec{y}_0}(2) + M d_1^2 \dots \dots I_{B\vec{y}_0}(2) = I_{G\vec{y}_0}(2) + M d_2^2 \dots \text{ où } M = m_1 + m_2 \dots\dots$$

$$\dots d_1 = \text{dist}(G\vec{y}_0, A\vec{y}_0) = 0 \dots \text{et} \dots d_2 = \text{dist}(G\vec{y}_0, B\vec{y}_0) = 0 \dots\dots$$

$$I_{A\vec{y}_0}(2) = \dots\dots \frac{m_2 R^2}{2} \dots\dots$$

**C.1.5.** Déterminer les torseurs cinématiques qui représentent :

a. le mouvement de (1) par rapport à (0) au point A ;

$$\{\vartheta(1/0)\} = \left\{ \begin{array}{c} \dots\dots \dot{\alpha}\vec{y}_0 \dots\dots \\ \dots\dots r\dot{\alpha}\vec{x}_1 \dots\dots \end{array} \right\}_A$$

b. le mouvement de (2) par rapport à (1) au point A ;

$$\{\vartheta(2/1)\} = \left\{ \begin{array}{c} \dots\dots \dot{\beta}\vec{y}_0 \dots\dots \\ \dots\dots \vec{0} \dots\dots \end{array} \right\}_A$$

c. le mouvement de (2) par rapport à (0) au point A ;

$$\{\vartheta(2/0)\} = \left\{ \begin{array}{c} \dots (\dot{\alpha} + \dot{\beta})\vec{y}_0 \dots\dots \\ \dots\dots r\dot{\alpha}\vec{x}_1 \dots\dots \end{array} \right\}_A$$

**C.1.6.** Exprimer, dans la base  $B_0$ , le vecteur vitesse de (2) par rapport à (3) au point I. En déduire le vecteur vitesse de coupe  $\vec{V}_C$  (Composante tangentielle) et le vecteur vitesse d'avance  $\vec{V}_a$  (de pénétration) :

$$\dots\dots\dots \vec{V}(I \in 2/3) = \vec{V}(I \in 2/0) = \vec{V}(A \in 2/0) + \vec{IA} \wedge \vec{\Omega}(2/0) \dots\dots\dots :$$

$$\vec{V}(I \in 2/3) = \dots\dots (r\dot{\alpha}\cos\alpha - R(\dot{\alpha} + \dot{\beta}))\vec{x}_0 - r\dot{\alpha}\sin\alpha\vec{z}_0 \dots\dots$$

$$\vec{V}_C = \dots\dots\dots (r\dot{\alpha}\cos\alpha - R(\dot{\alpha} + \dot{\beta}))\vec{x}_0 \dots\dots\dots$$

$$\vec{V}_a = \dots\dots\dots -r\dot{\alpha}\sin\alpha\vec{z}_0 \dots\dots\dots$$

Pour la suite on prendra :  $I$  : moment d'inertie de (2) par rapport à l'axe  $(A, \vec{y}_0)$  ;  
 $A$  : centre d'inertie de (2) ( $G \equiv A$ ) et  $M$  : masse de (2) ( $M = m_1 + m_2$ ).

**C.1.7.** Exprimer le torseur cinétique de (2) par rapport à (0) au point A.

$$\dots\dots \vec{Q}(2/0) = M \cdot \vec{V}(A \in 2/0) \dots\dots\dots A \text{ centre d'inertie de (2)} \dots\dots\dots$$

$$\dots\dots \vec{\sigma}_A(2/0) = [I_A(2)] \cdot \vec{\Omega}(2/0) \dots\dots\dots$$

$$\{\mathcal{C}(2/0)\} = \left\{ \begin{array}{l} \dots\dots Mr\dot{\alpha}\vec{x}_1 \dots\dots \\ \dots\dots I(\dot{\alpha} + \dot{\beta})\vec{y}_0 \dots\dots \end{array} \right\}_A$$

**C.1.8.** Exprimer le torseur dynamique de (2) par rapport à (0) au point A.

$$\dots\dots \vec{K}(2/0) = \frac{d\vec{Q}(2/0)}{dt} \Big|_{R_0} = M \cdot \vec{\Gamma}(A \in 2/0) \dots\dots\dots A \text{ centre d'inertie de (2)} \dots\dots\dots$$

$$\dots\dots \vec{\delta}_A(2/0) = \frac{d\vec{\sigma}_A(2/0)}{dt} \Big|_{R_0} \dots\dots\dots$$

$$\{\mathcal{D}(2/0)\} = \left\{ \begin{array}{l} \dots\dots Mr(\ddot{\alpha}\vec{x}_1 - \dot{\alpha}^2\vec{z}_1) \dots\dots \\ \dots\dots I(\ddot{\alpha} + \ddot{\beta})\vec{y}_0 \dots\dots \end{array} \right\}_A$$

**C.1.9.** Faire le bilan des actions mécaniques extérieures exercées sur l'ensemble (2). En déduire, dans la base  $B_0$ , le torseur associé à ces actions au point A :  $\{\mathcal{T}(\bar{2} \rightarrow 2)\}_A$ .

$$\triangleright \text{ Action de la pesanteur : } \{\mathcal{T}(\vec{g} \rightarrow 2)\} = \left\{ \begin{array}{l} \dots - Mg\vec{z}_0 \dots \\ \dots \vec{0} \dots \end{array} \right\}_A \dots\dots\dots$$

$$\triangleright \text{ Action du moteur } \mathbf{M}_2 : \{\mathcal{T}(M_2 \rightarrow 2)\} = \left\{ \begin{array}{l} \dots \vec{0} \dots \\ \dots C_2\vec{y}_0 \dots \end{array} \right\}_A \dots\dots\dots$$

$$\triangleright \text{ Action du bras (1) : } \{\mathcal{T}(1 \rightarrow 2)\} = \left. \begin{array}{l} X_A \\ Y_A \\ Z_A \end{array} \right| \begin{array}{l} L_A \\ 0 \\ N_A \end{array} \Bigg|_A \dots\dots\dots$$

$$\triangleright \text{ Action du bras (3) : } \{\mathcal{T}(3 \rightarrow 2)\} = \left. \begin{array}{l} T \\ 0 \\ N \end{array} \right| \begin{array}{l} 0 \\ 0 \\ 0 \end{array} \Bigg|_I = \left. \begin{array}{l} -T \\ 0 \\ -N \end{array} \right| \begin{array}{l} \frac{NL}{2} \\ RT \\ -\frac{TL}{2} \end{array} \Bigg|_A \dots\dots\dots$$

$$\{T(\bar{2} \rightarrow 2)\} = \begin{Bmatrix} X_A - T \\ Y_A \\ Z_A - N - Mg \end{Bmatrix}_{B_0} \begin{vmatrix} L_A + \frac{NL}{2} \\ C_2 + RT \\ N_A - \frac{TL}{2} \end{vmatrix}_A$$

**C.1.10.** Ecrire les équations scalaires qui découlent du PFD appliqué à (2) en mouvement par rapport à  $R_0$ . En déduire  $T$  et  $N$  en fonction de  $C_2$ .

$$\begin{cases} X_A - T = Mr(\ddot{\alpha}\cos\alpha - \dot{\alpha}^2\sin\alpha) & (1) \\ Y_A = 0 & (2) \\ Z_A - N - Mg = Mr(\dot{\alpha}^2\cos\alpha - \ddot{\alpha}\sin\alpha) & (3) \end{cases} ; \begin{cases} L_A + \frac{NL}{2} = 0 & (4) \\ C_2 + RT = I(\ddot{\alpha} + \ddot{\beta}) & (5) \\ N_A - \frac{TL}{2} = 0 & (6) \end{cases}$$

$$T = \dots\dots\dots \frac{I(\ddot{\alpha} + \ddot{\beta}) - C_2}{R} \dots\dots\dots$$

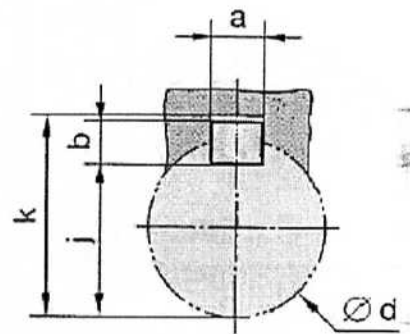
$$N = \dots\dots\dots \frac{1}{f} \cdot T = \frac{I(\ddot{\alpha} + \ddot{\beta}) - C_2}{fR} \dots\dots\dots$$

**C.2 : RDM :** voir dessin d'ensemble (Document 1)

On considère l'arbre du servomoteur (69) et la clavette (68) assurant

sa liaison en rotation avec l'embout d'accouplement (66). Sachant que :

- Le couple moteur est :  $C_m = 24,5 \text{ Nm}$  ;
- La clavette (68) est en acier non allié C35 ( $R_e = 335 \text{ MPa}$ ) ;
- L'arbre moteur est en acier faiblement allié 34Cr4 ( $R_e = 660 \text{ MPa}$ ) .
- La pression maximale admissible est  $p_{\text{Max}} = 20 \text{ MPa}$  ;
- Le diamètre de l'arbre moteur est  $d = 34 \text{ mm}$  ;
- La clavette (68) est parallèle de forme A,  $10 \times 8 \times 40$  (a x b x L) avec  $j = d - 5$  et  $k = d + 3,3$  ;



On adopte un coefficient de sécurité  $s = 5$  et on considère  $R_g = \frac{1}{2} R_e$ .

**C.2.1.** Déterminer l'effort tangentiel  $F$  au niveau de la clavette (68).

$$\dots\dots\dots F = \frac{C_m}{R} = \frac{24500}{17} \dots\dots\dots$$

$$F = \dots 1441 \dots \text{ N}$$

**C.2.2.** Exprimer puis calculer la section  $S_1$  sollicitée au cisaillement et la section  $S_2$  sollicitée au matage.

$$S_1 = \dots a \times L \dots = \dots 400 \dots \text{ mm}^2$$

$$S_2 = \dots (j+b-d) \times L \dots = \dots 120 \dots \text{ mm}^2$$

**C.2.3.** Vérifier la résistance au matage de cette clavette.

$$\dots\dots\dots \text{Condition de résistance au matage : } \frac{F}{S_2} \leq p_{\text{Max}} \dots\dots\dots$$

$$\dots\dots\dots \frac{F}{S_2} = 12 \text{ MPa} \dots\dots\dots \text{et } \dots p_{\text{Max}} = 20 \dots\dots\dots \text{alors la résistance au matage est vérifiée} \dots\dots\dots$$

**C.2.4.** Vérifier la résistance à la torsion de l'arbre moteur soumis au couple  $C_m$ .

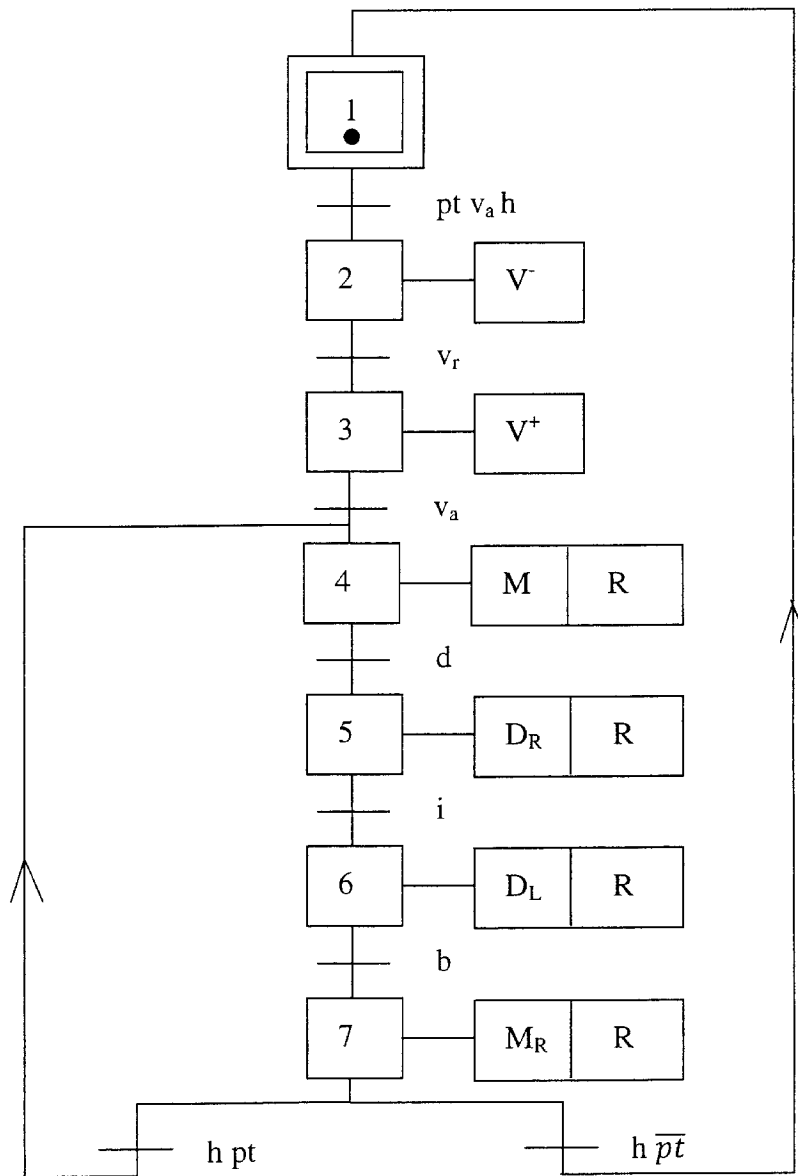
$$\dots\dots\dots \text{Condition de résistance à la torsion : } \frac{16Mt}{\pi d^3} \leq R_{pg} = \frac{R_g}{s} \dots\dots\dots$$

$$\dots\dots\dots \frac{16C_m}{\pi d^3} = 3,18 \text{ MPa} \dots\dots\dots \text{et } \dots R_{pg} = 66 \text{ MPa} \dots\dots\dots \text{alors l'arbre moteur résiste à la torsion} \dots\dots\dots$$

## PARTIE D - AUTOMATIQUE

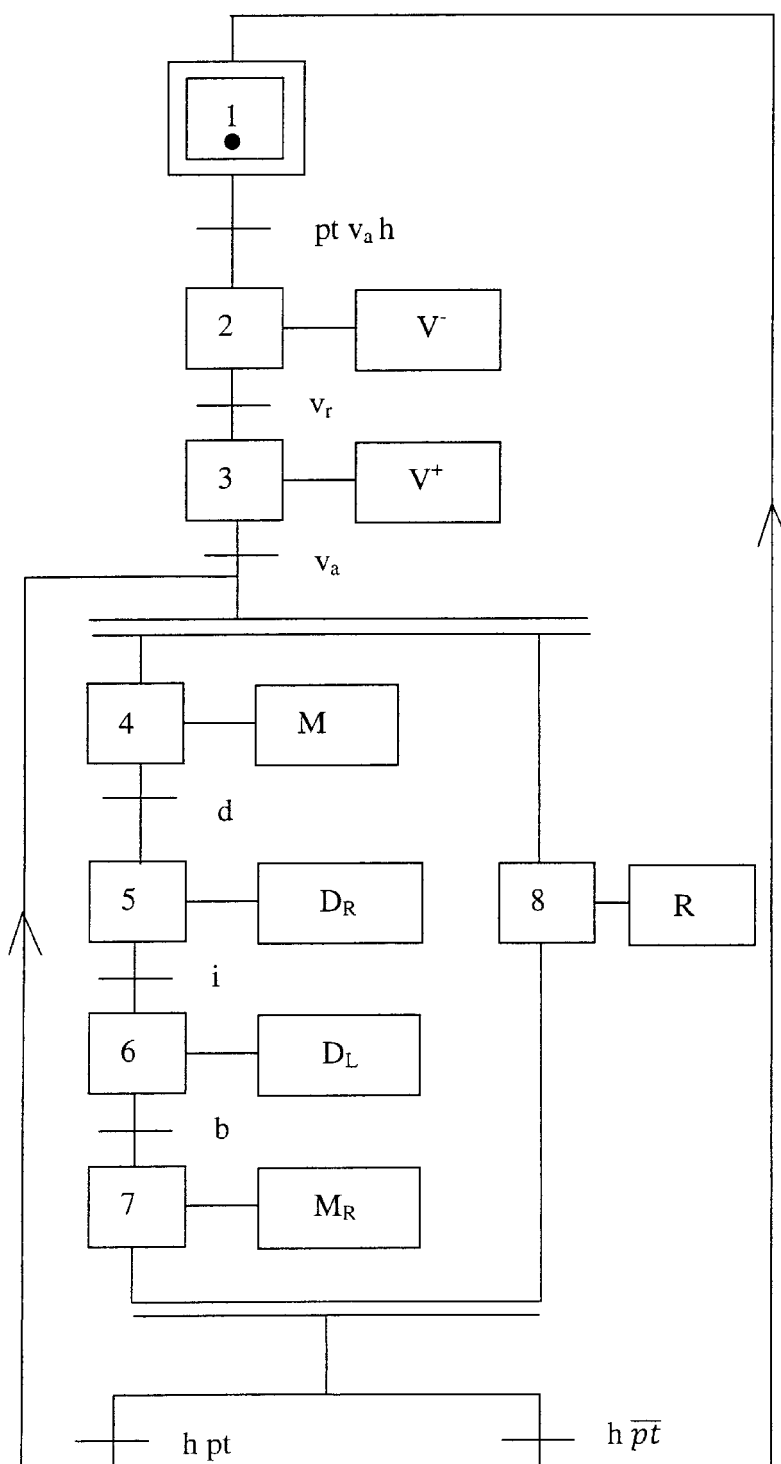
### Partie D-1 : Commande séquentielle du tracteur-tronçonneuse des tubes

D.1.1. **Compléter** le Grafcet du point de vue commande suivant :



Grafcet du point de vue commande décrivant le fonctionnement du système.

**D.1.2. Modifier** le Grafcet précédent en utilisant des aiguillages en ET (chaque étape doit comporter une seule action).



Grafcet du point de vue commande (utilisation des aiguillages en ET).



## Partie D-2: Asservissement de la vitesse de rotation du servomoteur

On considère le schéma fonctionnel du système en boucle fermée (figure D.2, Dossier Présentation, données et hypothèses).

### D.2.1. Correcteur proportionnel avec action d'anticipation: $C_1(p) = k_1$ et $C_2(p) = k_2$

**D.2.1.1- Mettre** l'expression de la sortie sous la forme :  $Y(p) = F_1(p)Y_r(p) + F_2(p)V(p)$ . **En déduire** les expressions des fonctions de transfert  $F_1(p)$  et  $F_2(p)$  en fonction des paramètres du système et du correcteur.

$$\dots Y(p) = k_g C_1(p) G(p) (Y_r(p) - Y(p)) + k_g C_2(p) G(p) Y_r(p) + k_g V(p) \dots$$

$$Y(p) = \dots \frac{k_g (C_1(p) + C_2(p)) G(p)}{1 + k_g C_1(p) G(p)} Y_r(p) + \frac{k_g}{1 + k_g C_1(p) G(p)} V(p) \dots$$

$$\dots F_1(p) = \frac{Y(p)}{Y_r(p)} = \frac{k_g (C_1(p) + C_2(p)) G(p)}{1 + k_g C_1(p) G(p)} \text{ et } F_2(p) = \frac{Y(p)}{V(p)} = \frac{k_g}{1 + k_g C_1(p) G(p)} \dots$$

$$F_1(p) = \dots \frac{k_g k (k_1 + k_2)}{\tau_1 \tau_2 p^2 + (\tau_1 + \tau_2) p + 1 + k k_1 k_g} \dots$$

$$F_2(p) = \dots \frac{k_g (\tau_1 \tau_2 p^2 + (\tau_1 + \tau_2) p + 1)}{\tau_1 \tau_2 p^2 + (\tau_1 + \tau_2) p + 1 + k k_1 k_g} \dots$$

**D.2.1.2- Donner** l'expression de  $k_2$  permettant d'annuler l'erreur statique de position ( $\varepsilon_s$ ) pour une consigne  $y_r(t)$  de type échelon unitaire et une perturbation  $v(t)$  nulle.

$$\dots \varepsilon(p) = Y_r(p) - Y(p) = (1 - F_1(p)) Y_r(p) \dots$$

$$\dots \varepsilon(p) = \frac{\tau_1 \tau_2 p^2 + (\tau_1 + \tau_2) p + 1 - k k_2 k_g}{\tau_1 \tau_2 p^2 + (\tau_1 + \tau_2) p + 1 + k k_1 k_g} Y_r(p) \dots$$

$$\dots \varepsilon_s = \lim_{p \rightarrow 0} p \varepsilon(p) = \frac{1 - k k_2 k_g}{1 + k k_1 k_g} \dots \varepsilon_s = 0 \dots$$

$$k_2 = \dots \frac{1}{k \cdot k_g} \dots$$

**D.2.1.3- Donner** l'expression de  $y_\infty = \lim_{t \rightarrow \infty} y(t)$  pour une consigne  $y_r(t)$  nulle et une perturbation  $v(t)$  de type échelon unitaire.

$$\dots y_\infty = \lim_{p \rightarrow 0} p Y(p) = \lim_{p \rightarrow 0} p F_2(p) V(p) \dots$$

$$y_\infty = \dots \frac{k_g}{1 + k k_1 k_g} \dots$$

### D.2.2. Correcteur proportionnel intégral : $C_1(p) = k_1(1 + \frac{1}{T_i p})$ et $C_2(p) = 0$

**D.2.2.1- Donner** l'expression de la fonction de transfert  $F_3(p) = \frac{Y(p)}{Y_r(p)}$  en fonction des paramètres du système et du correcteur (la perturbation est supposée nulle).

$$\dots F_3(p) = \frac{Y(p)}{Y_r(p)} = \frac{k_g G(p) C_1(p)}{1 + k_g G(p) C_1(p)} \dots$$

$$F_3(p) = \dots\dots\dots \frac{kk_1k_g(1+T_ip)}{\tau_1\tau_2T_ip^3+T_i(\tau_1+\tau_2)p^2+T_i(1+kk_1k_g)p+kk_1k_g} \dots\dots\dots$$

**D.2.2.2-** En utilisant le critère de Routh, **Donner** les conditions que doivent vérifier  $k_1$  et  $T_i$  pour avoir un système stable en boucle fermée.

.....  $D(p) = \tau_1\tau_2T_ip^3 + T_i(\tau_1 + \tau_2)p^2 + T_i(1 + kk_1k_g)p + kk_1k_g$  .....

Tableau de Routh :

$\tau_1\tau_2T_i$	$T_i(1 + kk_1k_g)$
$T_i(\tau_1 + \tau_2)$	$kk_1k_g$
$\frac{T_i(\tau_1 + \tau_2)(1 + kk_1k_g) - \tau_1\tau_2kk_1k_g}{\tau_1 + \tau_2}$	0
$kk_1k_g$	

Tous les coefficients de la première colonne doivent être présents et de même signe. Le système est stable si :

$$\dots\dots k_1 > 0 \quad T_i > 0 \quad \text{et} \quad T_i > \frac{\tau_1\tau_2kk_1k_g}{(\tau_1+\tau_2)(1+kk_1k_g)} \dots\dots$$

**D.2.2.3. Déterminer** l'erreur statique de position ( $\varepsilon_s$ ) pour une consigne  $y_r(t)$  de type échelon unitaire et une perturbation  $v(t)$  nulle.

..... Le système est de classe 1 et la consigne est de type échelon, alors : .....  $\varepsilon_s = \dots 0 \dots$

**D.2.2.4. Donner** l'expression de la fonction de transfert  $F_4(p) = \frac{Y(p)}{V(p)}$  en fonction des paramètres du système et du correcteur (la consigne est supposée nulle).

...  $Y(p) = k_g V(p) - k_g G(p) C_1(p) Y(p)$  ....  $\Leftrightarrow$  ....  $(1 + k_g G(p) C_1(p)) Y(p) = k_g V(p)$  .....

.....  $F_4(p) = \frac{Y(p)}{V(p)} = \frac{k_g}{1 + k_g G(p) C_1(p)}$  .....

$$F_4(p) = \dots\dots\dots \frac{k_g T_i p (\tau_1 \tau_2 p^2 + (\tau_1 + \tau_2) p + 1)}{\tau_1 \tau_2 T_i p^3 + T_i (\tau_1 + \tau_2) p^2 + T_i (1 + k k_1 k_g) p + k k_1 k_g} \dots\dots\dots$$

**D.2.2.5. Déterminer**  $y_\infty = \lim_{t \rightarrow \infty} y(t)$  pour une consigne  $y_r(t)$  nulle et une perturbation  $v(t)$  de type échelon unitaire.

.....  $y_\infty = \lim_{p \rightarrow 0} p Y(p) = \lim_{p \rightarrow 0} p F_4(p) V(p) = 0$  .....  $y_\infty = \dots 0 \dots$

**D.2.2.6. Conclure** quant aux performances (précision et rejet de la perturbation) obtenues par les deux types de correcteurs.

- Les deux types de correcteurs (proportionnel à action d'anticipation et PI) permettent d'obtenir une erreur statique nulle.
- Le correcteur PI permet également d'éliminer les perturbations de type échelon.