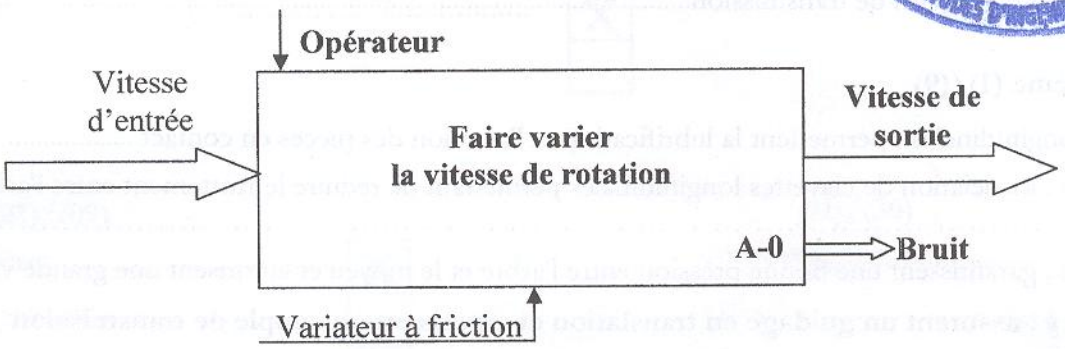
PARTIE A : TECHNOLOGIE DE CONCEPTION

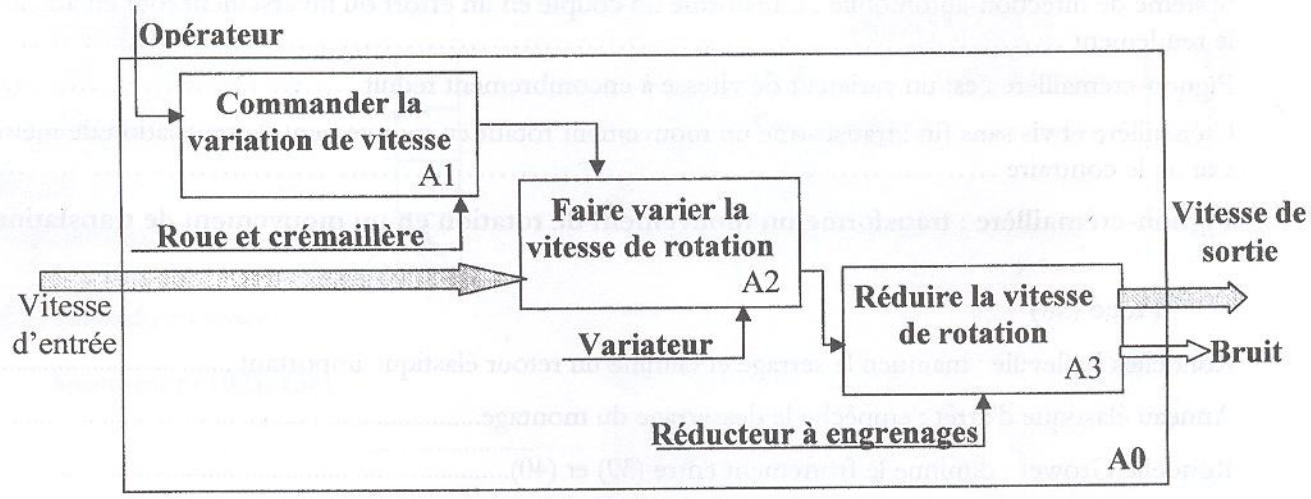
INSTITUT PRÉPARATOIRE AUX ÉTUDES D'INGÉNIEURS BIBLIOTHÈQUE

A.1. ANALYSE FONCTIONNELLE

A.1.1. Compléter l'actigramme du niveau **A-0** du variateur à friction.



A.1.2. Compléter l'actigramme du niveau **A0** du variateur à friction.



A.2. ETUDE TECHNOLOGIQUE

Avertissement :

- Cocher la case correspondant à la bonne réponse ;
- Pour changer de réponse, noircir la case fausse et cochez de nouveau la bonne case ;
- A toute question correspond une seule réponse correcte ;
- S'il y aura plus d'une seule case cochée la réponse sera considérée comme fausse.

A.2.1. *Nommer et caractériser le rôle des organes suivants.*

Pièce (16)

Bague d'étanchéité.....	
Bague d'appui : permet d'améliorer la rigidité et l'effort résistant appliqué par la roue dentée (21).....	
Entretoise : permet le positionnement des roues dentées (21)/(27).....	X
Bague d'appui de roulement : permet de produire une grande base de roulement.....	

Pièce (28)

Pale de barbotage : en mouvement, plongée dans l'huile, éjecte l'huile sur les pièces à lubrifier	X
Pale de barbotage : permet la formation de mousse de lubrification des pièces en mouvement.....	
Chaîne de lubrification : permet de projeter de l'huile sous pression sur la chaîne de transmission.....	
Galet tendeur du pignon de transmission.....	

Système (1)/(9)

Rainures longitudinales : permettent la lubrification et l'aération des pièces en contact.....	
Cannelures : association de clavettes longitudinales permettant de réduire le frottement entre l'arbre et le moyeu	
Cannelures : garantissent une bonne pression entre l'arbre et le moyeu et autorisent une grande vitesse. .	
Cannelures : assurent un guidage en translation et autorisent un couple de transmission important	X

Système (11)/(12)

Système de direction-automobile : transforme un couple en un effort ou inversement tout en améliorant le rendement	
Pignon-crémaillère : est un variateur de vitesse à encombrement réduit	
Crémaillère et vis sans fin : transforme un mouvement rotatif en mouvement de translation de même axe ou le contraire	
Pignon-crémaillère : transforme un mouvement de rotation en un mouvement de translation	X

Pièce (38)

Rondelles Belleville : maintien le serrage et élimine un retour élastique important.....	
Anneau élastique d'arrêt : empêche le desserrage du montage.....	
Rondelle Grower : diminue le frottement entre (39) et (40).....	
Rondelle Grower : empêche le desserrage du montage.....	X

Pièce (41)

Bague de réglage : permet de régler le rapport de transmission du variateur.....	
Butée : permet de limiter la course de la pièce (37).....	
Barre d'attelage : permet de relier les pièces (11) et (37) en translation.....	X
Butée de fin de course : permet de limiter la course de la pièce (11).....	

Pièce (03)

Segment d'arrêt : arrête en translation le mouvement relatif entre l'arbre et le roulement.....	
Circlips : Supporte des charges axiales élevées.....	
Anneau élastique : arrête en translation le mouvement relatif entre l'arbre (01) et le roulement (02)	X
Anneau Grifaxe : Supporte des charges axiales élevées.....	

A.2.2. *Etude des assemblages : indiquer la nature des liaisons suivantes.*

(01)/(36) au niveau du roulement (02)

Linéaire annulaire	
Pivot	
Rotule	X
Pivot glissant	

(01)/(09)

Glissière	X
Pivot glissant	
Linéaire rectiligne	
Hélicoïdale	

(11)/(36)

Pivot glissant	X
Glissière	
Hélicoïdale	
Pivot	

(21)/(26)

Appui plan	
Pivot glissant	
Glissière	
Encastrement	X

(36)/(37)

Pivot	
Pivot glissant	X
Glissière	
Encastrement	

A.2.3. *Etude des ajustements*

Ajustement (02)/(36)

∅ H7m6	
∅ G7	
∅ Sans ajustement	
∅ H7	X

Ajustement (02)/(01)

∅ H7m6	
∅ k6 ou m6	X
∅ p6 ou g6	
∅ h7	

Ajustement (40)/(36)

∅ H7	
∅ H8e6	
∅ H7h6	X
∅ H11d11	

Ajustement (04)/(40)

∅ sans	
∅ H11d11	
∅ h13	
∅ H8	X

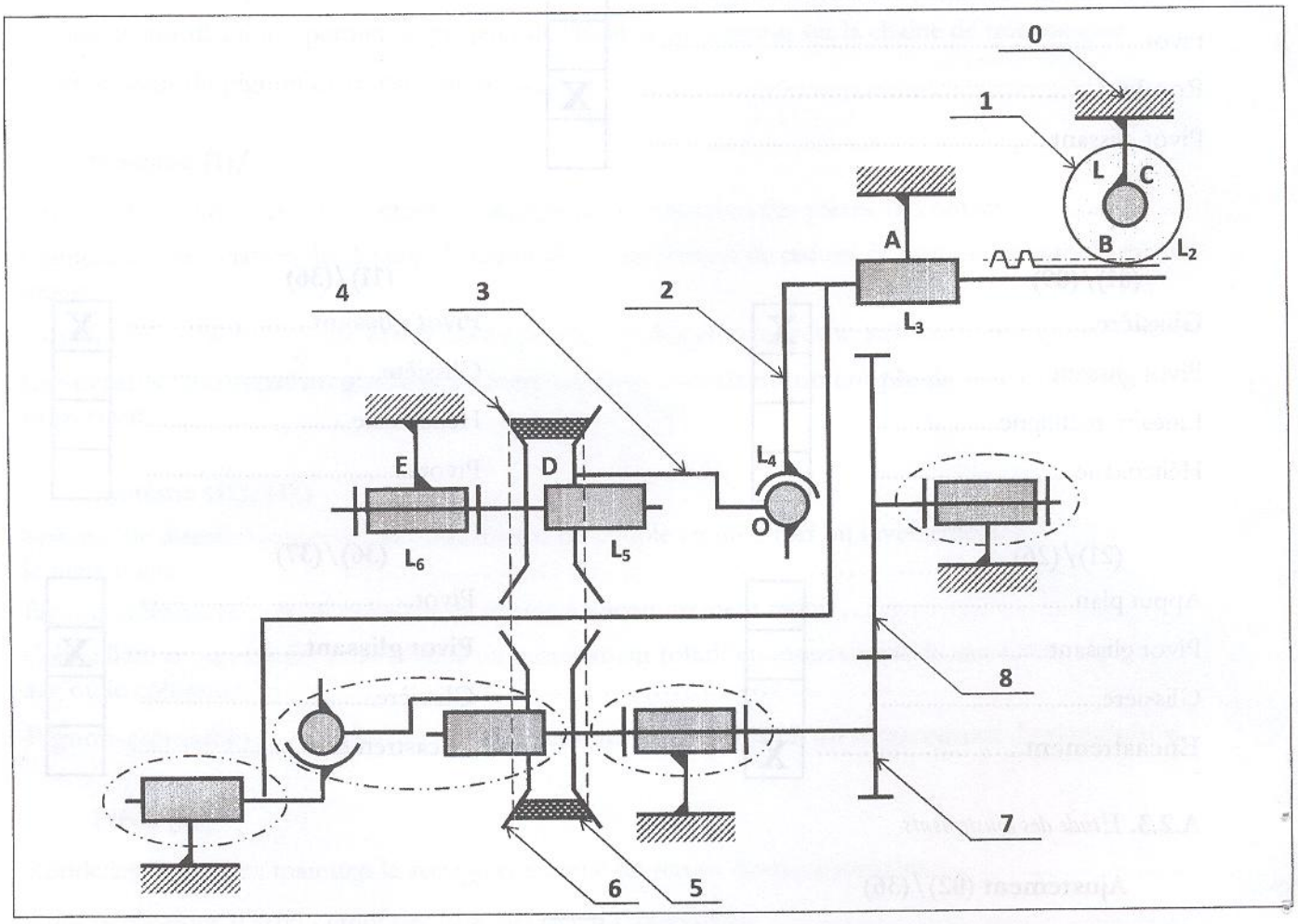
Ajustement (04)/(01)

∅ sans ajustement	
∅ H11d11	
∅ h13	
∅ h11	X

A.3- THEORIE DES MECANISMES

A.3.1- Schéma cinématique

A.3.1.1- Compléter le schéma cinématique minimale, du variateur à friction.



A.3.1.2- Le réglage de la variation de la vitesse est-il réalisable au repos ou bien en marche ? Justifier votre réponse.

En marche

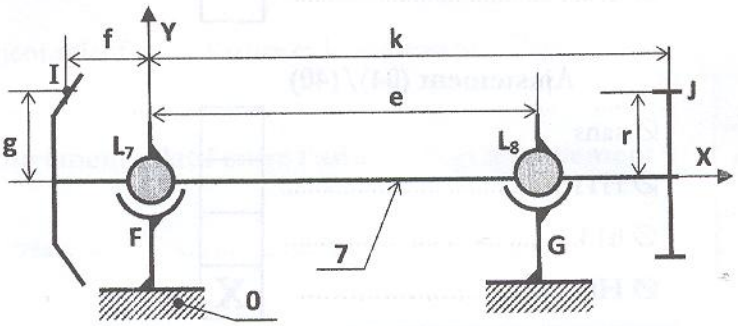
La transmission est assurée par friction sans risque de choc

A.3.2- Etude statique : Il s'agit dans cette partie de procéder à l'étude statique du mécanisme, composé principalement par les groupes cinématiquement équivalents {0} et {7}, modélisé par le schéma cinématique développé ci-dessous.

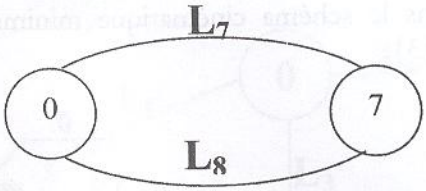
On donne les actions extérieures appliquées sur le groupe {7}.

$$\{\tau_{ext\to\{7\}}\}_I = \begin{Bmatrix} F_X & 0 \\ F_Y & 0 \\ F_Z & 0 \end{Bmatrix}_I$$

$$\{\tau_{ext\to\{7\}}\}_J = \begin{Bmatrix} 0 & 0 \\ P_Y & 0 \\ P_Z & 0 \end{Bmatrix}_J$$



A.3.2.1- Tracer le graphe et identifier les liaisons relatives au mécanisme ci-dessus.



L_7 : rotule
L_8 : rotule

A.3.2.2- Ecrire les torseurs statiques des différentes liaisons (L_7 et L_8) ainsi que les torseurs des actions extérieures au point F.

$$\{\tau_{7\to0}(L_7)\}_F = \begin{Bmatrix} X_7 & 0 \\ Y_7 & 0 \\ Z_7 & 0 \end{Bmatrix}_F \qquad \{\tau_{7\to0}(L_8)\}_F = \begin{Bmatrix} X_8 & 0 \\ Y_8 & -eZ_8 \\ Z_8 & eY_8 \end{Bmatrix}_F$$

$$\{\tau_{ext\to7}\}_F = \begin{Bmatrix} F_X & g\,F_Z \\ F_Y & f\,F_Z \\ F_Z & -f\,F_Y - g\,F_X \end{Bmatrix}_F \qquad \{\tau_{ext\to7}\}_F = \begin{Bmatrix} 0 & r\,P_Z \\ P_Y & -k\,P_Z \\ P_Z & k\,P_Y \end{Bmatrix}_F$$

A.3.2.3- Déterminer le torseur statique de la liaison équivalente entre {7} et {0}. En déduire la nature de la liaison équivalente

Soit le torseur statique au point O de la liaison équivalente en parallèle de la chaine 7-0-7:

$$\{\tau_{7\to0}(L_{Eq})\}_F = \begin{Bmatrix} X_{eq} & L_{eq} \\ Y_{eq} & M_{eq} \\ Z_{eq} & N_{eq} \end{Bmatrix}_F \qquad \{\tau_{7\to0}(L_{Eq})\}_F = \{\tau_{7\to0}(L_7)\}_F + \{\tau_{7\to0}(L_8)\}_F$$

$$\begin{Bmatrix} X_{eq} & L_{eq} \\ Y_{eq} & M_{eq} \\ Z_{eq} & N_{eq} \end{Bmatrix}_F = \begin{Bmatrix} X_7 & 0 \\ Y_7 & 0 \\ Z_7 & 0 \end{Bmatrix}_F + \begin{Bmatrix} X_8 & 0 \\ Y_8 & -eZ_8 \\ Z_8 & eY_8 \end{Bmatrix}_F$$

On déduit : $\{\tau_{7\to0}(L_{Eq})\}_F = \begin{Bmatrix} X_{eq} & 0 \\ Y_{eq} & M_{eq} \\ Z_{eq} & N_{eq} \end{Bmatrix}_F$ les paramètres X_{eq}, Y_{eq}, Z_{eq}, M_{eq}, N_{eq}, sont tous non nuls et indépendants on conclut que la liaison équivalente est une **liaison pivot d'axe (O, X).**

A.3.2.4- On considère la liaison équivalente obtenue en **A.3.2.3**, déterminer la loi entrée-sortie statique de la transmission.

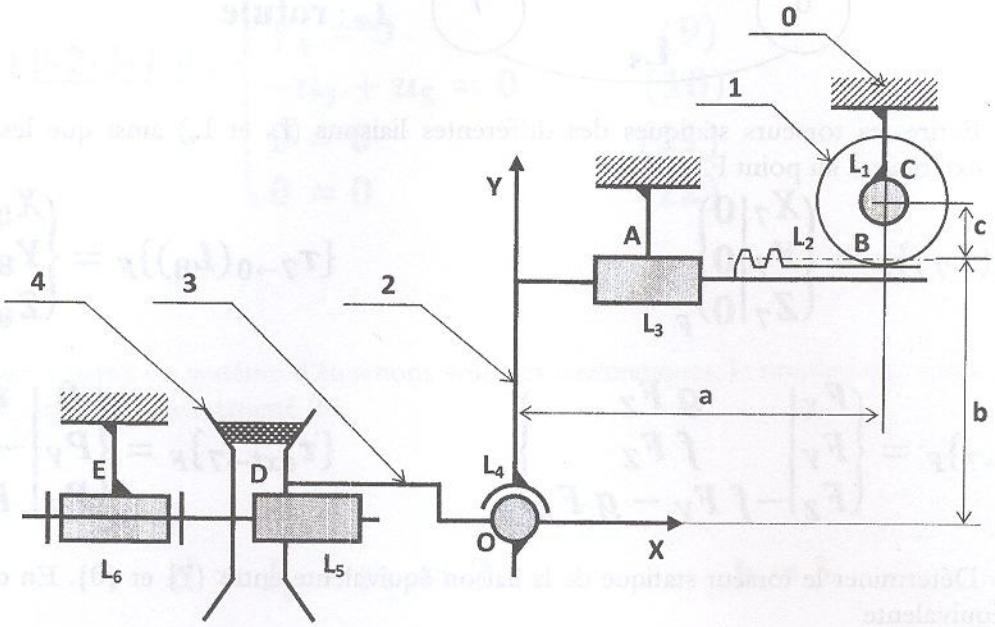
Soit l'équation d'équilibre du solide {7} au point F :

$$\{\tau_{ext\to7}(I)\}_F + \{\tau_{ext\to7}(J)\}_F = \{\tau_{7\to0}(L_{Eq})\}_F$$

$$\begin{Bmatrix} F_X & g\,F_Z \\ F_Y & f\,F_Z \\ F_Z & -f\,F_Y - g\,F_X \end{Bmatrix}_F + \begin{Bmatrix} 0 & r\,P_Z \\ P_Y & -k\,P_Z \\ P_Z & k\,P_Y \end{Bmatrix}_F = \begin{Bmatrix} X_{eq} & 0 \\ Y_{eq} & M_{eq} \\ Z_{eq} & N_{eq} \end{Bmatrix}_F \begin{cases} F_X = X_{eq} & (1) \\ F_Y + P_Y = Y_{eq} & (2) \\ F_Z + P_Z = Z_{eq} & (3) \\ g\,F_Z + r\,P_Z = 0 & (4) \\ f\,F_Z - k\,P_Z = M_{eq} & (5) \\ -f\,F_Y - g\,F_X + k\,P_Y = N_{eq} & (6) \end{cases}$$

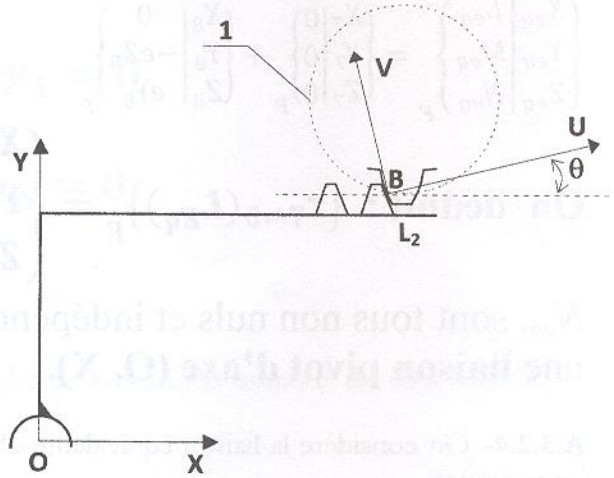
L'équation (4) représente la loi entrée-sortie statique, soit $g\,F_Z + r\,P_Z = 0$

A.3.3- Etude cinématique : Il s'agit dans cette partie de procéder à l'étude cinématique du variateur et de déterminer ses lois entrées/sorties. Considérons le schéma cinématique minimal permettant de régler la position du flasque mobile de la poulie motrice {3}.



A.3.3.1- On considère la liaison L_2 entre {1} et {2} comme une liaison linéaire rectiligne d'axe (B,Z) et de normale (B,U). Déterminer le torseur cinématique de L_2 au point B dans le repère orthonormé direct (B,U,V,Z).

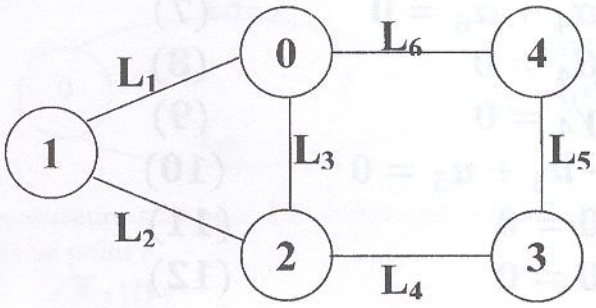
$$\{V_{1/2}(L_2)\}_{(B,u,v,z)} = \left\{\begin{matrix} \alpha_2 & 0 \\ 0 & v_2 \\ \gamma_2 & w_2 \end{matrix}\right\}_{(B,u,v,z)}$$



A.3.3.2- En déduire le torseur cinématique de L_2 au point B dans le repère orthonormé direct (B,X,Y,Z).

$$\{V_{1/2}(L_2)\}_{(B,x,y,z)} = \left\{\begin{matrix} \alpha_2 cos\theta & -v_2 sin\theta \\ \alpha_2 sin\theta & v_2 cos\theta \\ \gamma_2 & w_2 \end{matrix}\right\}_{(B,x,y,z)}$$

A.3.3.3- Compléter le graphe des liaisons suivant, en déduire le nombre cyclomatique **μ.**



μ = 2

A.3.3.4- En se basant sur le graphe des liaisons (question **A.3.3.3**), écrire au point O les équations torsorielles cinématiques relatives aux différentes chaînes continues fermées.

Chaîne (I) <u>0-1-2-0:</u> $\{V_{0/1}(L_1)\}_O + \{V_{1/2}(L_2)\}_O + \{V_{2/0}(L_3)\}_O = 0$

Chaine (II) <u>0-2-3-4-0</u> : $\{V_{0/2}(L_3)\}_o + \{V_{2/3}(L_4)\}_o + \{V_{3/4}(L_5)\}_o + \{V_{4/0}(L_6)\}_o = 0$

A.3.3.5- Ecrire, au point O, les torseurs cinématiques des différentes liaisons associées au graphe ci-dessus.

$$\{V_{0/1}(L_1)\}_o = \left\{\begin{matrix} 0 \\ 0 \\ \gamma_1 \end{matrix}\middle|\begin{matrix} (b+c)\gamma_1 \\ -a\gamma_1 \\ 0 \end{matrix}\right\}_O \quad \{V_{1/2}(L_2)\}_O = \left\{\begin{matrix} \alpha_2 cos\theta \\ \alpha_2 sin\theta \\ \gamma_2 \end{matrix}\middle|\begin{matrix} -v_2 sin\theta + b\gamma_2 \\ v_2 cos\theta - a\gamma_2 \\ w_2 + a\alpha_2 sin\theta - b\alpha_2 cos\theta \end{matrix}\right\}_O$$

$$\{V_{2/0}(L_3)\}_o = \left\{\begin{matrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{matrix}\middle|\begin{matrix} u_3 \\ 0 \\ 0 \end{matrix}\right\}_O \qquad \{V_{2/3}(L_4)\}_o = \left\{\begin{matrix} \alpha_4 \\ \beta_4 \\ \gamma_4 \end{matrix}\middle|\begin{matrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{matrix}\right\}_O$$

$$\{V_{3/4}(L_5)\}_o = \left\{\begin{matrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{matrix}\middle|\begin{matrix} u_5 \\ 0 \\ 0 \end{matrix}\right\}_O \qquad \{V_{4/0}(L_6)\}_o = \left\{\begin{matrix} \alpha_6 \\ 0 \\ 0 \end{matrix}\middle|\begin{matrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{matrix}\right\}_O$$

A.3.3.6- Déduire le système d'équations scalaires cinématiques

Chaîne (I) <u>0-1-2-0:</u>

$$\begin{cases} \alpha_2 cos\theta = 0 & (1) \\ \alpha_2 sin\theta = 0 & (2) \\ \gamma_1 + \gamma_2 = 0 & (3) \\ (b+c)\gamma_1 - v_2 sin\theta + b\,\gamma_2 + u_3 = 0 & (4) \\ -a\gamma_1 + v_2 cos\theta - a\,\gamma_2 = 0 & (5) \\ w_2 + a\,\alpha_2 sin\theta - b\,\alpha_2 cos\theta = 0 & (6) \end{cases}$$

Chaîne (II) <u>0-2-3-4-0</u> :

$$\begin{cases} \alpha_4 + \alpha_6 = 0 & (7) \\ \beta_4 = 0 & (8) \\ \gamma_4 = 0 & (9) \\ -u_3 + u_5 = 0 & (10) \\ 0 = 0 & (11) \\ 0 = 0 & (12) \end{cases}$$

A.3.3.7- Déduire à partir du système d'équations scalaires cinématiques, le nombre de degrés de mobilité (d) et le nombre de degrés d'hyperstaticité (h).

$$d = I_c - r_c = 2 \qquad \mathbf{h = 3}$$

A.3.3.8- Déterminer les lois entrées/sorties qui en découlent.

$$u_5 + c\,\gamma_1 = 0$$

$$\alpha_4 + \alpha_6 = 0$$

A.3.3.9- En se référant aux questions **A.3.1.1** et **A.3.3.8**, déduire le nombre de degrés de mobilité de l'ensemble du mécanisme.

Degré de mobilité de l'ensemble : $d = I_c - r_c = 2$

A.4- TRANSMISSION DE PUISSANCE

A.4.1- Etude du rapport de réduction du variateur.

A.4.1.1- Déterminer la variation du rayon moyen **Δr** en fonction du déplacement axial **x** du flasque mobile {3} et de l'angle de conicité **α** (voir figure A2).

$$\Delta r = \frac{x}{2\ tg\alpha}$$

A.4.1.2- Etablir la relation du rapport de transmission k_V du variateur en fonction du rayon r_0, **α** et **x**.

$$K_V = \frac{N_7}{N_4} = \frac{r_4}{r_7} = \frac{r_0 - \Delta r}{r_0 + \Delta r} = \frac{r_0 - \dfrac{x}{2tg\alpha}}{r_0 + \dfrac{x}{2tg\alpha}} = \frac{2\,r_0\,tg\alpha - x}{2\,r_0\,tg\alpha + x}$$

A.4.1.3- Etablir le rapport de réduction k_R du réducteur.

$$K_R = \frac{N_8}{N_7} = \frac{r_7}{r_8} = \frac{Z_7}{Z_8}$$

A.4.1.4- Déduire le rapport de transmission globale **k** du mécanisme.

$$k = \frac{N_8}{N_4}$$

$$k = K_V\,K_R = \frac{2\,r_0\,tg\alpha - x}{2\,r_0\,tg\alpha + x}\ \frac{r_7}{r_8}$$

A.4.1.5- Sachant que **x =± 5mm, r_0 = 16 mm** et **α = 30°**, la vitesse d'entrée du variateur **est 1500tr/mn**, calculer les vitesses limites (N_8) de l'arbre de sortie.

2 r_0 tg(α) = 18,475

r_7 = m Z_{27} / 2 = 1,25 29 / 2 = 18,13 mm

r_8 = m Z_{21} / 2 = 1,25 65 / 2 = 40,63 mm

$$N_8 = N_4 \frac{2\,r_0\,tg\alpha - x}{2\,r_0\,tg\alpha + x}\,\frac{r_7}{r_8}$$

x = -5 mm N_{8max} = 1166,05 tr/mn

x = +5mm N_{8min} = 384,21 tr/mn

A.4.2- Calcul des puissances.

A.4.2.1- Calculer la puissance transmise (P_8) à l'arbre de sortie {8}.

$$\eta = \eta_V\ \eta_R = \frac{P_s}{P_e} = \frac{P_8}{P_4}$$

$$P_8 = \eta_V\ \eta_R\, P_4 = 2422,5\ w$$

A.4.1.2- Calculer les couples limites (C_8) transmis sur l'arbre de sortie (8).

$$k = \eta_V\ \eta_R\,\frac{C_4}{C_8}$$

$$C_8 = \frac{\eta_V\ \eta_R}{k}\,C_4$$

x = +5mm N_{8min} = 384,21 tr/mn C_{8max} = 60,21 Nm

x = -5 mm N_{8max} = 1166,05 tr/mn C_{8min} = 13,88 Nm

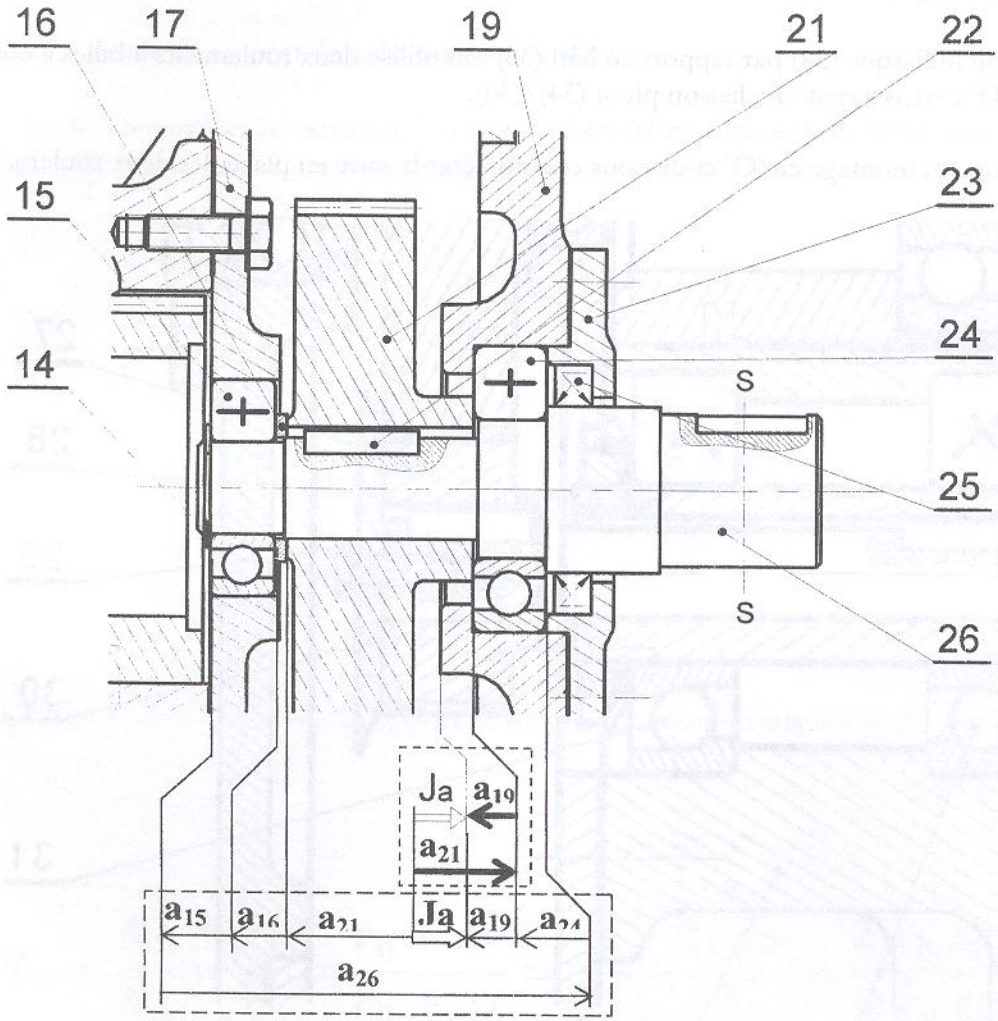
A.5- COTATION FONCTIONNELLE

A.5.1- Justifier l'existence de la condition Ja définie sur le dessin de la page suivante.

Eviter le contact entre pièce fixe et pièce mobile

.....

A.5.2- Tracer la chaîne de cote minimale relative à la condition Ja.



$Ja = 4^{\pm 1}$

$a_{14} = 1^{+0}_{-0,11}$

$a_{15} = 9^{+0}_{-0,12}$

$a_{16} = 1,5^{\pm 0,1}$

$a_{19} = 4,5^{\pm 0,1}$

$a_{21} = 18^{\pm 0,3}$

$a_{24} = 12^{+0}_{-0,12}$

A.5.3- Ecrire les relations de Ja_{Max} et Ja_{min}.

Chaîne minimale $J_a = a_{21} - a_{19}$

$$J_{aMax} = a_{21Max} - a_{19min}$$

$$J_{amin} = a_{21min} - a_{19Max}$$

A.5.4- Calculer la cote a_{26} et l'intervalle de tolérance correspondant.

Chaîne maximale

$$J_a = a_{26} - (a_{15} + a_{16} + a_{21} + a_{19} + a_{24})$$

$$J_{aMax} = a_{26Max} - (a_{15} + a_{16} + a_{21} + a_{19} + a_{24})_{min}$$

$$J_{amin} = a_{26min} - (a_{15} + a_{16} + a_{21} + a_{19} + a_{24})_{Max}$$

Application numérique:

$a_{26Max} = 49,26$

$a_{26min} = 48,50$

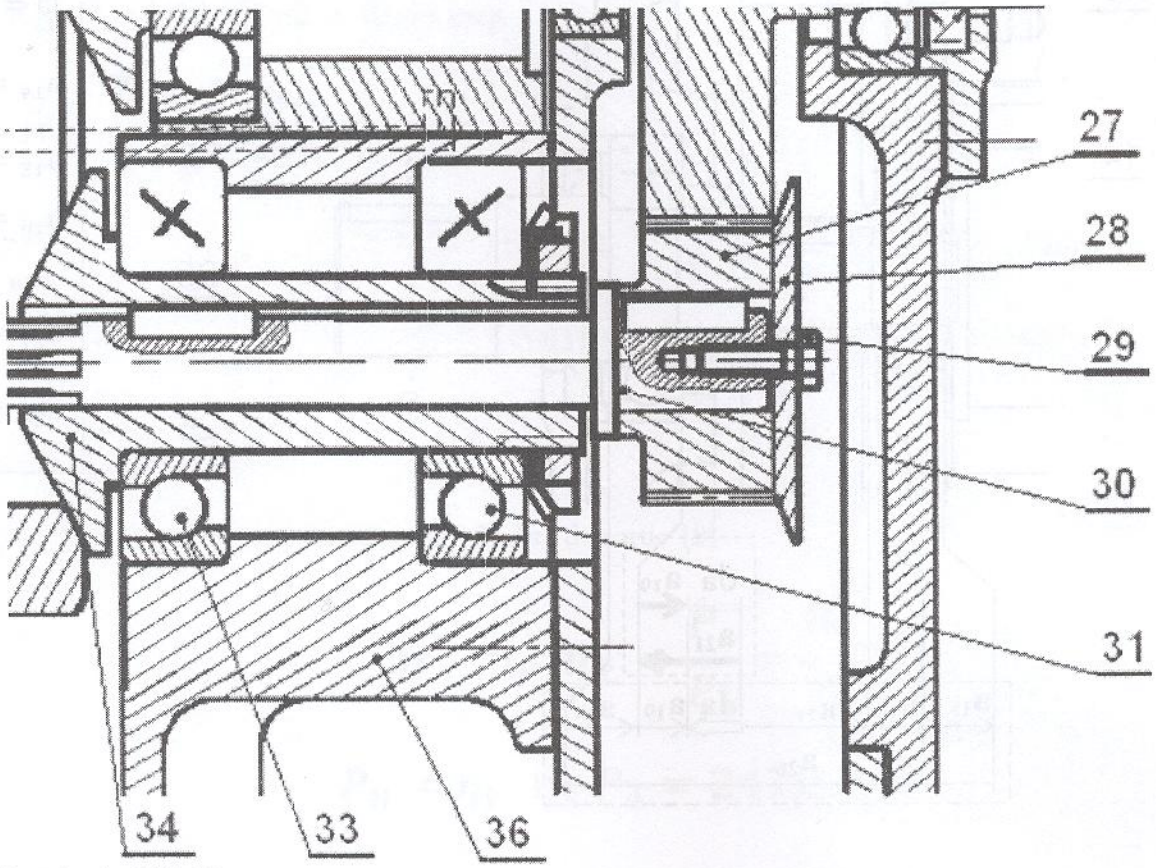
$ITa_{26} = 0,76$

$$a_{26} = 49^{\pm 0,38}$$

A.6- ETUDE GRAPHIQUE

Pour guider en rotation le flasque (34) par rapport au bâti (36) On utilise deux roulements à billes à contacts obliques montés en **'O'** ; en assurant une liaison pivot (34)/(36).

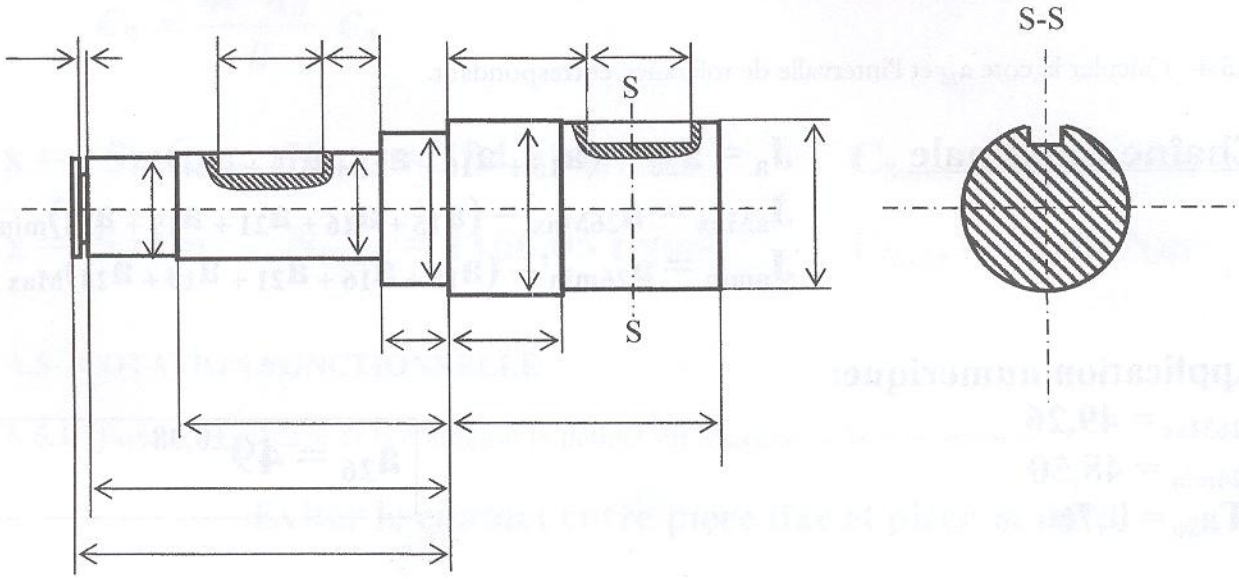
A.6.1- Justifier le choix du montage en 'O' ci-dessous et compléter la mise en place des deux roulements (31) et (33).



A.6.2- Dessin de définition.

Représenter, à l'échelle 1:1, le dessin de définition de l'arbre de sortie (26) par la vue de face et la section sortie S-S (voir document DT A1). On indiquera toutes les cotes, les ajustements, les tolérances et la rugosité nécessaires.

Seuls les emplacements des cotes doivent être notés. Ne pas tenir compte des valeurs numériques



ELEMENTS DE CORRECTION DE LA
PARTIE B : TECHNOLOGIE DE PRODUCTION

B -1- Matériau

B-1-1- Donnez la signification de la désignation normalisée du matériau 18CrMo4 constituant les flasques repérés (7), (9), (34) et (35).

Acier faiblement allié à 0.18% de carbone, 1% de chrome et quelques traces de molybdène

B-1-2- Donnez la signification de la désignation normalisée du matériau Cu Zn35 Mn2 Al1 Fe1 constituant le cerceau métallique repéré (8)

Alliage de cuivre à 35% de zinc, 2% de manganèse, 1% d'aluminium et 1% de fer

B-1-3- pourquoi a-t-on choisi deux matériaux différents pour les flasques et le cerceau métallique ?

Pour que l'un s'use au dépend de l'autre

B-1-4- cochez la case lorsque vous jugerez que la définition relative à la nitruration est correcte.
Plusieurs définitions peuvent être correctes.

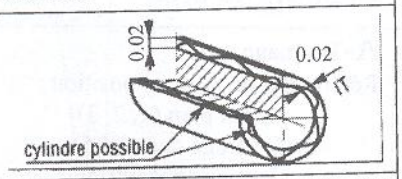
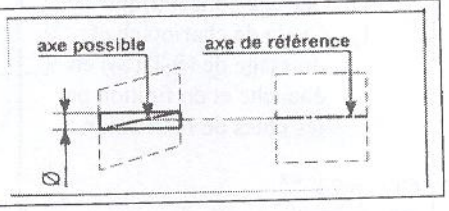
La nitruration est un traitement thermochimique.....	•
La nitruration est un traitement thermique à cœur.....	
La nitruration rend le matériau malléable.....	
La nitruration augmente la dureté superficielle.....	•
La nitruration se fait par diffusion d'azote.....	•

B-1-5- cochez la case lorsque vous jugerez que la définition relative à la cémentation est correcte.
Plusieurs définitions peuvent être correctes.

La cémentation se fait par diffusion de carbone	•
La cémentation se pratique sur les matériaux fortement carburés.....	
La cémentation est toujours suivie de trempe.....	•
La cémentation est un traitement thermique superficiel.....	•
La cémentation se fait par diffusion d'azote et de carbone.....	

B-2- Métrologie

B-2-1- Précisez les spécifications géométriques suivantes :

Spécification	Interprétation
⌭ 0.02	***Cylindricité :*** *La surface du cylindre doit être comprise entre deux cylindres coaxiaux dont la différence des rayons est de 0.02.* 
◎ Φ 0.02 A	***Concentricité ou coaxialité*** : *L'axe du cylindre indiqué et l'axe du cylindre référence A doivent être confondus avec une erreur maximale de 0.02* 

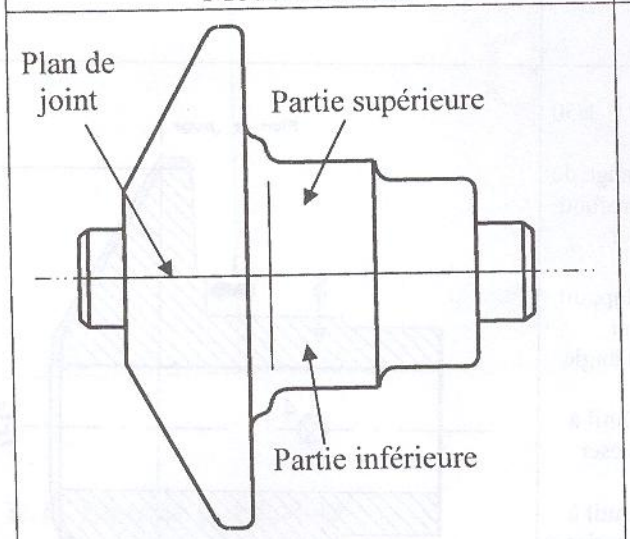
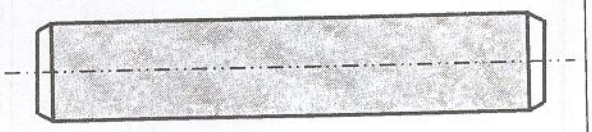
B-2-2- Comment peut-on contrôler la première spécification ?

Par un contrôle de rectitude et de circularité

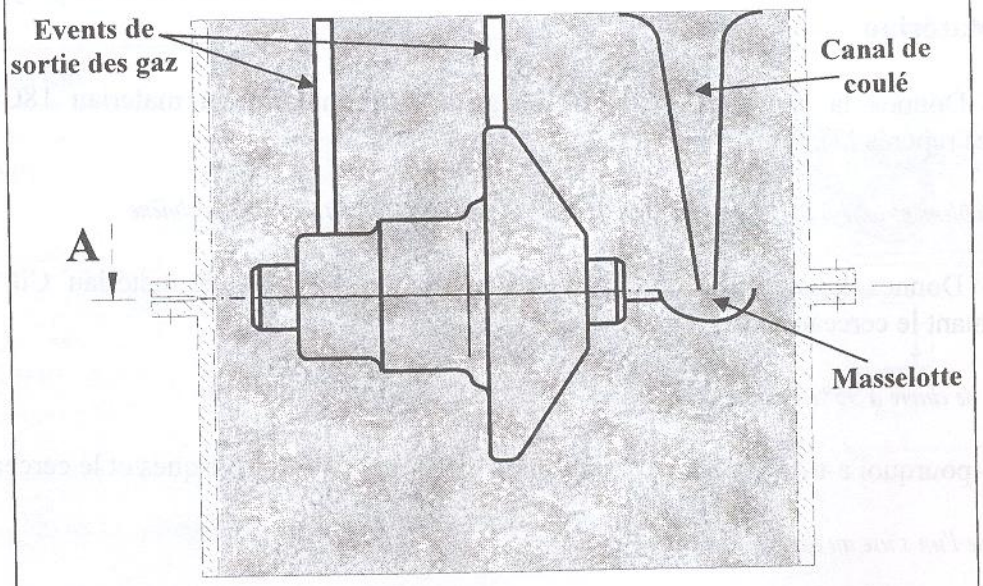
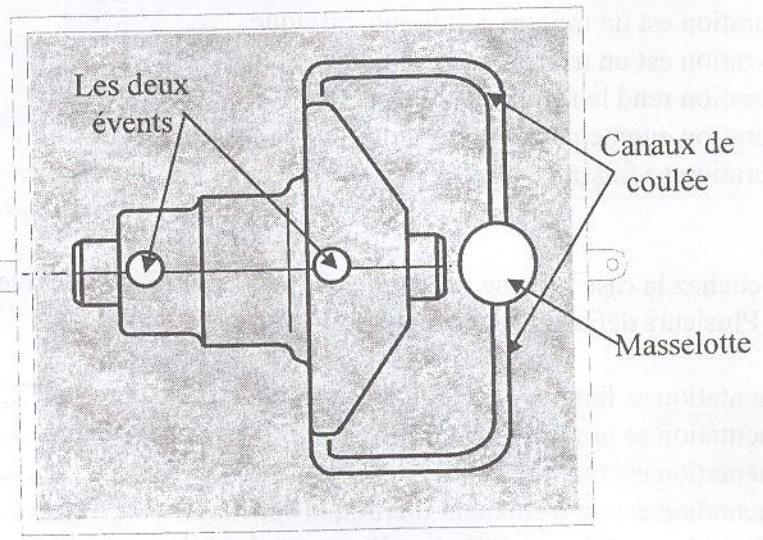
B-3- Moulage

La technique de moulage préconisée pour l'obtention du brut du flasque est le moulage en sable. Le moule utilisé se présente sous forme de deux demi châssis.

B-3-1- Donnez la forme du modèle en bois et du noyau en sable:

Modèle en bois	Noyau en sable
	

B-3-2- Représentez le moule prêt à la coulée en indiquant les évents, les canaux de coulée et d'attaque

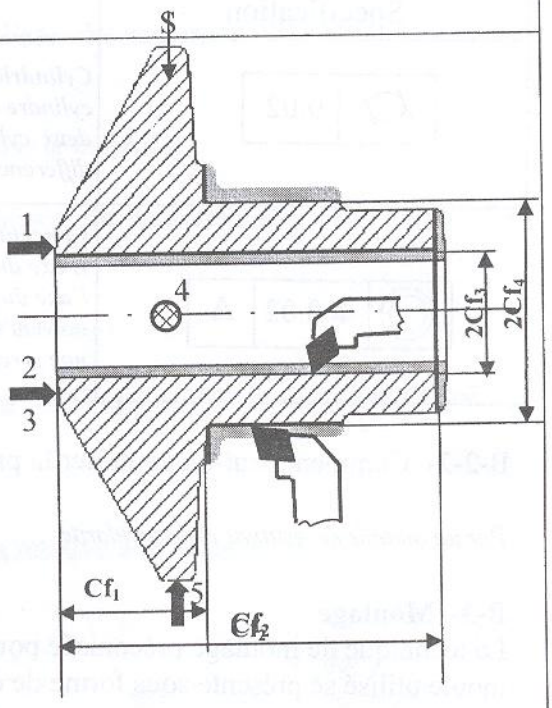
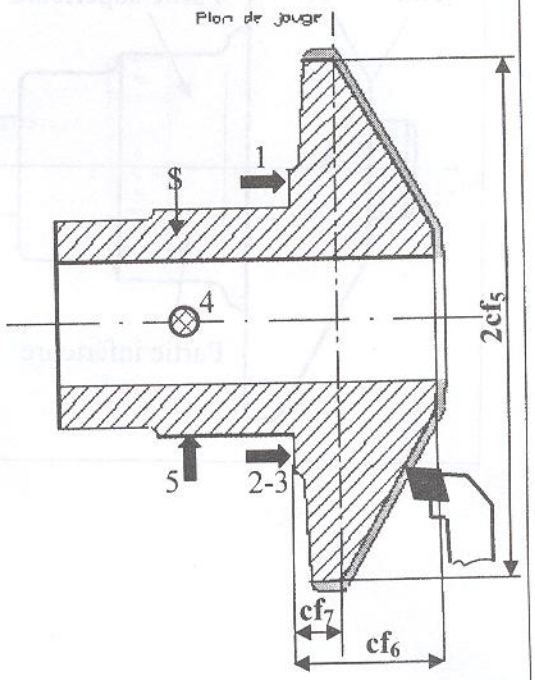
Vue de face	
Vue de dessus	A-A 

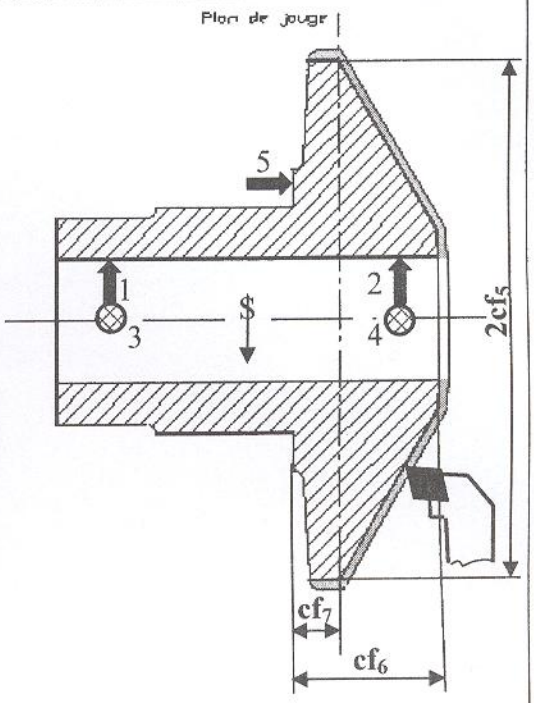
B-4- Eude de fabrication

Sachant que la réalisation de cette pièce sera effectuée en trois phases, compléter alors la rédaction de la gamme de fabrication pour l'usinage des surfaces S_1, S_2, S_8, S_5, S_6 et S_7, tout en précisant pour chaque phase :

- Les côtes de fabrication (les calculs relatifs aux transferts éventuels de ces côtes doivent figurer dans les cases prévues à cet effet),
- Les référentiels de mise en position,
- L'outil de coupe nommé et représenter en position de travail,
- Les instruments de contrôle.

FEUILLE D'ANALYSE D'USINAGE

N° de Phase	Désignation des phases, sous-phases, etc.	Machine utilisée	Outils Vérif.	Croquis de la pièce à ses différentes phases
10	Contrôle du brut		P.C	
20	A-Tournage Référentiel de mise en position : - Appui plan (1, 2, 3) - Centrage court (4,5) - Serrage concentrique 1) Cycle de chariotage et dressage de (S_1), (S_2) en ébauche et en finition par les côtes de fabrication : $Cf_1 = 23^{\pm 0.8}$ $Cf_2 = 57^{\pm 0.7}$ $2Cf_4 = \Phi 33k6$ 2) Alésage de (S8) en ébauche et en finition par la côte de fabrication : $2Cf_3 = \Phi 18H7$	Tour CNC EMCO 55	Palmer intérieur 0-25 Palmer extérieur 25-50 P.C 1/50 Jauge de profond eur Outil à aléser Outil à charioter et à dresser	
30	***1ére solution*** B-Tournage Référentiel de mise en position : - Appui plan (1, 2, 3) - Centrage court (4,5) - Serrage concentrique Cycle de chariotage et dressage de (S_6), (S_7) en ébauche et en finition par les côtes de fabrication : $2Cf_5 = \Phi 76^{\pm 0.3}$ $Cf_6 = 22^{\pm 0.1}$ (transfert direct) $Cf_7 = 7^{\pm 0.05}$ (transfert total)	Tour CNC EMCO 55	P.C 1/50 Jauge de profond eur Rapport eur d'angle Outil à aléser Outil à charioter et à dresser	
	2éme solution B-Tournage	Tour CNC EMCO 55	P.C 1/50	

	Référentiel de mise en position : - Centrage long (1, 2, 3 et 4) - butée (5) - Serrage concentrique Cycle de chariotage et dressage de (S_6), (S_7) en ébauche et en finition par les côtes de fabrication : $2Cf_5 = \Phi 76^{\pm 0.3}$ $Cf_6 = 22^{\pm 0.1}$ (transfert direct) $Cf_7 = 7^{\pm 0.05}$ (transfert total)		Jauge de profondeur Rapporteur d'angle Outil à aléser Outil à charioter et à dresser	

B-4- Commande Numérique

L'usinage de la série de 2000 pièces sera réalisé sur un tour à commande numérique en utilisant deux outils T2 D2 et T6 D6. La surépaisseur d'usinage est de 1.5 mm partout. La vitesse maximale tolérée sur la broche est de 3000 tr/min

Données :

- Outil de chariotage-dressage finition T2 D2, Vc = 80 m/mn, F = 0.3 mm/tr ;
- Outil d'alésage finition T6 D6 Vc = 60 m/mn, F = 0.1 mm/tr ;
- Position de changement d'outil X = 150 mm, Z = 280 mm.
- Distance d'approche et de dégagement est égale à 2 mm.

Usinage extérieur		
Points	X	Z
Approche	48	0
P1	33	0
Dégagement	33	22
P2	33	34
Dégagement	11	34

Usinage intérieur		
Points	X	Z
Approche	18	36
Q1	18	-25
Dégagement	14	-25
Retrait	14	36

Complétez le programme CN pour l'usinage en finition directe des surfaces 3, 2, 1 et 7 de la phase 20 :

```
%2012
(FINITION PHASE 20)
(FINITION EXTERIEURE)
N10  G90  G71  G92 S3000
N20  G0  X150  Z280
N30  T2  D2  M6
N40  G97  S500
N50  G95  F0.3
N60  G0  X48  Z0  M3  M41          (Approche)
N70  G96  S 80
N80  G1  X33 Z0  M8                (P1 – Dressage de 3)
N90  G1  X33 Z22                   (Dégagement – Chariotage de 2)
N100 G0  X33 Z34                   (P2)
N110 G1  X11 Z34                   (Dégagement – Dressage de 1)
N120 G97  S500
N130 G0  X150 Z280
(FINITION INTERIEURE)
N140 T6  D6  M6
N150 G97  S318
N160 G95  F0.1
N170 G0  X18  Z36  M3  M41         (Approche)
N180 G1  X18  Z-25                 (Q1 – Alésage de 7)
N190 G0  X14  Z-25                 (Dégagement)
N200 G0  X14 Z36                   (Retrait)
N210 G0 X150  Z280  M5  M9
N220 M2
```

PARTIE C : ETUDE MECANIQUE & RDM

C.1- Etude mécanique

C.1.1- Géométrie des masses

1.1.1- Déterminer, en fonction de α et R, la position du centre d'inertie G_3 de la trappe. L'exprimer dans le repère $R_3(B,\vec{x}_3,\vec{y}_3,\vec{z}_0)$

$(B,\vec{x}_3,\vec{z}_0)$ et $(B,\vec{x}_3,\vec{z}_0)$ sont deux plans de symétrie matérielle

$\Rightarrow G_3 \in (B,\vec{x}_3)$, $\vec{BG_3} = x_G\vec{x}_3$; $x_G = \frac{1}{m}\int x\,dm$ avec :

$dm = \lambda R d\theta$; $x = R\cos\theta$; $\lambda = \frac{m}{2\alpha R}$ on montre $\boxed{\overrightarrow{BG_3} = \frac{R}{\alpha}\sin\alpha\,\vec{x}_3}$

1.1.2- Quelle est la forme de la matrice d'inertie de la trappe (3) au point B. L'exprimer dans la base B_3.

La matrice d'inertie $[I_B(3)]_{B_3}$ *s'écrit sous la forme :* $\boxed{[I_B(3)]_{B_3} = \begin{bmatrix} A_3 & 0 & 0 \\ 0 & B_3 & 0 \\ 0 & 0 & C_3 \end{bmatrix}}$

Car : le solide possède 2 plans de symétrie dans le système d'axes $(B,\vec{x}_3,\vec{y}_3,\vec{z}_3)$

1.1.3- Déterminer le moment d'inertie de la trappe (3) par rapport à l'axe $(B,\vec{z}_0)$: $I_{(B,\vec{z}_0)}(3)$.

$C_3 = \int (x^2+y^2)\,dm$, $x = R\cos\theta$ $y = R\sin\theta$

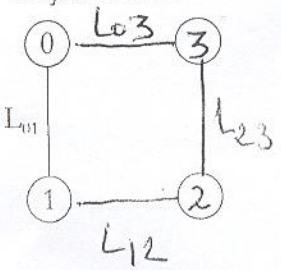
$C_3 = \int R^2\,dm$

$\boxed{I_{(B,\vec{z}_0)}(3) = m R^2}$

C.1.2- Etude cinématique

1.2.1- Compléter le graphe des liaisons et identifier toutes les liaisons du mécanisme.

Graphe des liaisons



identification des liaisons

L_{01} : pivot d'axe $(O,\vec{z}_0)$

L_{12} : pivot glissant d'axe $(C,\vec{x}_1)$

L_{23} : pivot d'axe $(A,\vec{z}_0)$

L_{03} : pivot d'axe $(B,\vec{z}_0)$

1.2.2- Etablir les principaux vecteurs instantanés de rotation issus du paramétrage.

$\vec{\Omega}(1/0) = \dot{\theta}\vec{z}_0$

$\vec{\Omega}(2/1) = \vec{0}$

$\vec{\Omega}(3/0) = \dot{\varphi}\vec{z}_0$

1.2.3- Ecrire l'équation vectorielle traduisant la condition géométrique de fermeture de la chaine cinématique (01230) : $\vec{OB} = \vec{OA} + \vec{AB}$

1.2.4- En déduire le système d'équations algébriques qui découle de la projection de l'équation vectorielle dans la base $B_0(\vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$

$\vec{OB} = h\vec{v}$, $\vec{OA} = \lambda\vec{x}_1$, $\vec{AB} = L(-\cos\beta\,\vec{x}_3 + \sin\beta\,\vec{y}_3)$

$h\vec{v} = (\lambda\cos\theta - L\cos(\varphi+\beta))\vec{u} + (\lambda\sin\theta + L\sin(\beta+\varphi))\vec{v}$

$$\begin{cases} \lambda\cos\theta - L\cos(\varphi+\beta) = 0 \\ \lambda\sin\theta + L\sin(\varphi+\beta) = h \end{cases}$$

1.2.5- Donner la loi d'Entrée-Sortie du mécanisme exprimant φ en fonction de λ, L, h et β

$\lambda^2 = L^2 + h^2 - 2Lh\sin(\varphi+\beta) \Rightarrow \sin(\varphi+\beta) = \dfrac{L^2+h^2-\lambda^2}{2Lh}$

$$\varphi = \mathrm{Arcsin}\left(\frac{L^2+h^2-\lambda^2}{2Lh}\right) - \beta$$

1.2.6- Déterminer les torseurs cinématiques suivants : $\{V(1/0)\}_O$; $\{V(2/0)\}_A$; $\{V(3/0)\}_B$ et $\{V(3/0)\}_A$ et les exprimer dans les bases indiquées.

$$\{V(1/0)\}_O = \begin{Bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ \dot{\theta} & 0 \end{Bmatrix}^{B_1}_{O}$$

$\vec{\Omega}_{1/0} = \dot{\theta}\vec{z}_0$ et $\vec{V}_{O/0} = \vec{0}$

$\vec{\Omega}_{2/0} = \vec{\Omega}_{2/1} + \vec{\Omega}_{1/0} = \dot{\theta}\vec{z}_0$

$\vec{V}_{A/0} = \left.\frac{d\,OA}{dt}\right|_0 = \dot{\lambda}\vec{x}_1 + \lambda\dot{\theta}\vec{y}_1$

$$\{V(2/0)\}_A = \begin{Bmatrix} 0 & \dot{\lambda} \\ 0 & \lambda\dot{\theta} \\ \dot{\theta} & 0 \end{Bmatrix}_A^{B_1}$$

$$\{V(3/0)\}_B = \begin{Bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ -\dot{\varphi} & 0 \end{Bmatrix}_B^{B_1}$$

$\vec{\Omega}_{3/0} = -\dot{\varphi}\vec{z}_0$, $\vec{V}_{B/0} = \vec{0}$

$\vec{V}_{A\in 3/0} = \vec{V}_{B/0} + \vec{\Omega}_{3/0} \wedge \vec{BA}$

$= -\dot{\varphi}\vec{z}_0 \wedge L(\cos\beta\,\vec{x}_3 - \sin\beta\,\vec{y}_3)$

$$\{V(3/0)\}_A = \begin{Bmatrix} 0 & -L\dot{\varphi}\sin\beta \\ 0 & -L\dot{\varphi}\cos\beta \\ -\dot{\varphi} & 0 \end{Bmatrix}_A^{B_3 \text{ ou } B}$$

1.2.7- Exprimer dans la base $B_1(\vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_0)$ les vecteurs vitesses : $\vec{V}(C\in 1/0)$; $\vec{V}(C\in 2/0)$ et $\vec{V}(C\in 2/1)$. Expliquer ce que représente la dernière vitesse.

$\vec{V}_{C\in 1/0} = \vec{V}_{O/0} + \vec{\Omega}_{1/0} \wedge \vec{OC} = \dot{\theta}\vec{z}_0 \wedge (L_1\vec{x}_1) = L_1\dot{\theta}\vec{y}_1$

$\vec{V}(C\in 1/0) = L_1\dot{\theta}\vec{y}_1$

$\vec{V}_{C\in 2/0} = \vec{V}_{A/0} + \vec{\Omega}_{2/0} \wedge \vec{AC} = \dot{\lambda}\vec{x}_1 + \lambda\dot{\theta}\vec{y}_1 + \dot{\theta}\vec{z}_0 \wedge (L_1 - \lambda)\vec{x}_1$

$= \dot{\lambda}\vec{x}_1 + L_1\dot{\theta}\vec{y}_1$

$\vec{V}(C\in 2/0) = \dot{\lambda}\vec{x}_1 + L_1\dot{\theta}\vec{y}_1$

$\vec{V}_{C\in 2/1} = \vec{V}_{C\in 2/0} - \vec{V}_{C\in 1/0} = \dot{\lambda}\vec{x}_1$

$\vec{V}(C\in 2/1) = \dot{\lambda}\vec{x}_1$

$\vec{V}_{C\in 2/0}$ est une vitesse de glissement de (2) / (1)

1.2.8- Déterminer la vitesse et l'accélération du centre d'inertie G_3 de la trappe (3) dans son mouvement par rapport au bâti (0). Exprimer les résultats dans la base $B_3(\vec{x}_3, \vec{y}_3, \vec{z}_0)$.

$\vec{V}_{G_3/0} = \vec{V}_{B/0} + \vec{\Omega}_{3/0} \wedge \vec{BG_3} = -\dot{\varphi}\vec{z}_0 \wedge x_G \vec{x}_3 = -x_G \dot{\varphi} \vec{y}_3$

$\vec{V}(G_3/0) = -\frac{R}{\alpha}\dot{\varphi}\sin\alpha\, \vec{y}_3$

$\vec{\gamma}_{G_3/0} = -(x_G \ddot{\varphi} \vec{y}_3 + x_G \dot{\varphi}^2 \vec{x}_3)$

$\vec{\gamma}(G_3/0) = -\frac{R}{\alpha}\sin\alpha\,(\ddot{\varphi}\vec{y}_3 + \dot{\varphi}^2 \vec{x}_3)$

C.1.3- Détermination de l'action du vérin

Dans la suite du problème, on supposera que :

- Toutes les liaisons sont parfaites ;
- La charge en granulats est de masse M, de moment d'inertie par rapport à l'axe $(B, \vec{z}_0)$ J et de centre d'inertie G tel que : $\overrightarrow{BG} = a\,\vec{x}_3$;
- Le système trappe chargée est notée :(S) = {3, charge en granulats} ; (S est supposé indéformable)
- L'accélération de la pesanteur est définie par : $\vec{g} = g\,\vec{x}_0$.

1.3.1- Déterminer le torseur dynamique au point B de la trappe chargée (S) dans son mouvement par rapport au bâti (0). L'exprimer dans la base $B_3(\vec{x}_3, \vec{y}_3, \vec{z}_0)$.

Résultante dynamique : $\vec{R}_d = (m+M)\vec{\gamma}_{G/R_0} =$

$\vec{R}_{d/0} = -(Ma + m x_G)(\dot{\varphi}^2 \vec{x}_3 + \ddot{\varphi}\vec{y}_3)$

moment dynamique : $\vec{\delta}_B(S/0) = -(mR^2 + J)\ddot{\varphi}\vec{z}_0$

$$\{D(S/0)\}_B = \begin{Bmatrix} -(Ma + m x_G)(\dot{\varphi}^2 \vec{x}_3 + \ddot{\varphi}\vec{y}_3) \\ -(mR^2 + J)\ddot{\varphi}\vec{z}_0 \end{Bmatrix}$$

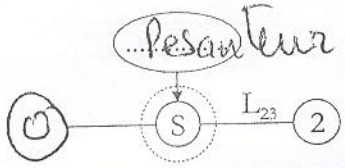
1.3.2- En négligeant la masse et l'inertie du vérin $\{\Sigma\} = \{1,2\}$ devant celles de la trappe chargée (S), montrer que l'action mécanique au point A du vérin $\{\Sigma\}$ sur la trappe chargée (S) devra être de la forme : $\vec{F}_A = F_A\,\vec{x}_1$.

Le théorème de la résultante générale $\Rightarrow \vec{F}_A + \vec{F}_0 = \vec{0}$

$\vec{M}_O(\vec{F}_A) = \vec{0} \Rightarrow \vec{F}_A = -\vec{F}_0 = F_A\vec{x}_1$

$\vec{OA} \wedge \vec{F}_A = \vec{0} \Rightarrow \vec{F}_A$ et $\vec{OA}$ sont colinéaires

1.3.3- Compléter le graphe d'interaction (ou graphe d'analyse) de l'ensemble (S). Ecrire, dans la base $B_3(\vec{x}_3, \vec{y}_3, \vec{z}_0)$, tous les torseurs relatifs aux actions mécaniques extérieures appliquées à la trappe chargée (S).



$\{\tau(\ldots \to \ldots)\} = \begin{Bmatrix} \ldots & \ldots \\ \ldots & \ldots \\ \ldots & \ldots \end{Bmatrix}$

$\boxed{(\bar{S}) = \{0 \quad 2 \quad \text{terre}\}}$

$$\{\mathcal{T}_{0/S}\}_B = \begin{Bmatrix} X_B & L_B \\ Y_B & M_B \\ Z_B & 0 \end{Bmatrix} ; \quad \{\mathcal{T}_{terre \to S}\}_G = \begin{Bmatrix} (M+m)g\cos(\delta+\varphi) & 0 \\ (M+m)g\sin(\delta+\varphi) & 0 \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}$$

$$\{\mathcal{T}_{2 \to S}\}_A = \begin{Bmatrix} F_A\cos(\theta+\varphi) & 0 \\ F_A\sin(\theta+\varphi) & 0 \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}$$

1.3.4- Ecrire l'équation qui découle du théorème du moment dynamique appliqué à l'ensemble (S) dans son mouvement par rapport au bâti (0).

Le Théorème du Moment Dynamique (TMD) s'écrit : $\sum \vec{\mathcal{M}}_B(\vec{F}_{ex \to S}) = \vec{\delta}_B(S/0)$

$$\{\mathcal{T}_{terre \to S}\}_B = \begin{Bmatrix} (M+m)g\cos(\delta+\varphi) & 0 \\ (M+m)g\sin(\delta+\varphi) & 0 \\ 0 & (Ma+mx_G)g\sin(\delta+\varphi) \end{Bmatrix}$$

$$\vec{\mathcal{M}}_B(\vec{F}_A) = LF_A\sin(\theta+\varphi+\beta)\,\vec{z}_0$$

$$\boxed{LF_A\sin(\theta+\varphi+\beta) + (Ma+mx_G)g\sin(\delta+\varphi)} = -(mR^2+J)\ddot{\varphi}$$

En déduire la force axiale développée par le vérin.

$\boxed{F_A = \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots}$

$$F_A = -\frac{(mR^2+J)\ddot{\varphi} + (Ma+mx_G)g\sin(\delta+\varphi)}{L\sin(\theta+\varphi+\beta)}$$

C.2- Résistance des matériaux

2.1- Quelle est la nature de la sollicitation de la tige (2) pendant la phase de fermeture de la trappe?

Compression

2.2- En se référant au tableau C.2 du dossier présentation, déterminer les caractéristiques normalisées du vérin (Σ).

$\varnothing_p$ = 63 mm	d = 42 mm

2.3- En fonction de la pression de service, on a à choisir entre deux types de compresseurs : (C_1) ou (C_2) délivrant respectivement 6 bars ou 12 bars (figure C.2.2). Quel est le choix adéquat ? Justifier votre réponse.

On retient le compresseur : C_1

Pour les raisons suivantes : avec C_1 on atteint des forces de l'ordre 1870 N. Avec C_2 on peut arriver à 3740 N, on retient la solution la plus économique

2.4- Calculer la résistance pratique à l'extension Rpe.

$R_{pe} = \frac{R_e}{s} = 33,5$ MPa

Rpe = 33,5 MPa

2.5- Calculer la contrainte normale maximale σ_{max} dans la section de la tige (2).

$\sigma_{max} = \frac{4 F_{max}}{\pi d^2}$

σmax = 1,19 MPa

2.6- Le critère de résistance est il vérifié ?

Le critère de résistance s'écrit : $1,19 < 33,5 \Rightarrow \sigma_{max} < R_{pe}$

Alors Le critère est : *Vérifié* ☒ *Non vérifié* ☐

2.7- La tige commence à plastifier à partir d'un allongement $\Delta\ell$ = 0,1 mm. Est ce le cas?

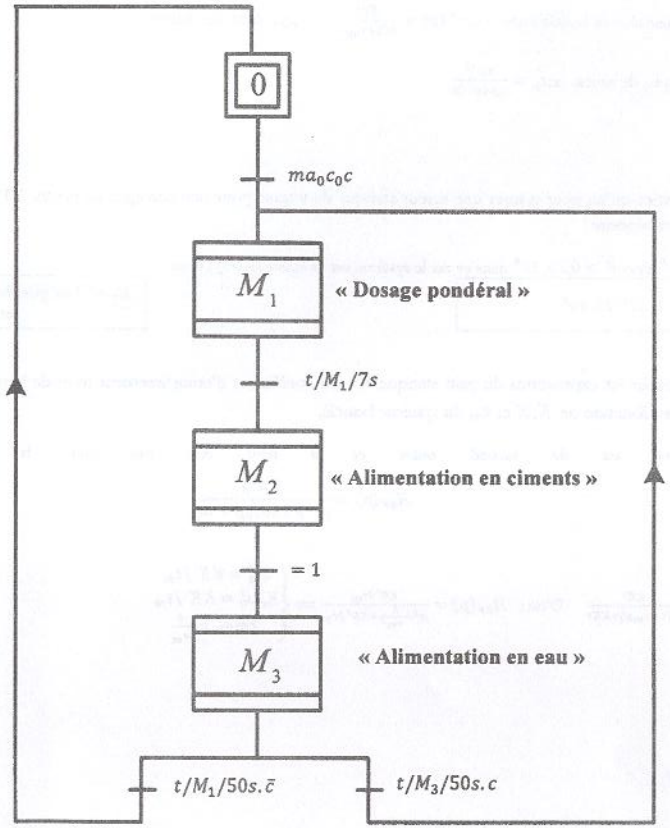
L'allongement est donné par : $\Delta L = \frac{4 F \ell}{E \pi d^2} \Rightarrow \Delta L = 0,003$ mm

La tige a commencé à plastifier : *Oui* ☐ *Non* ☒

PARTIE D : AUTOMATIQUE

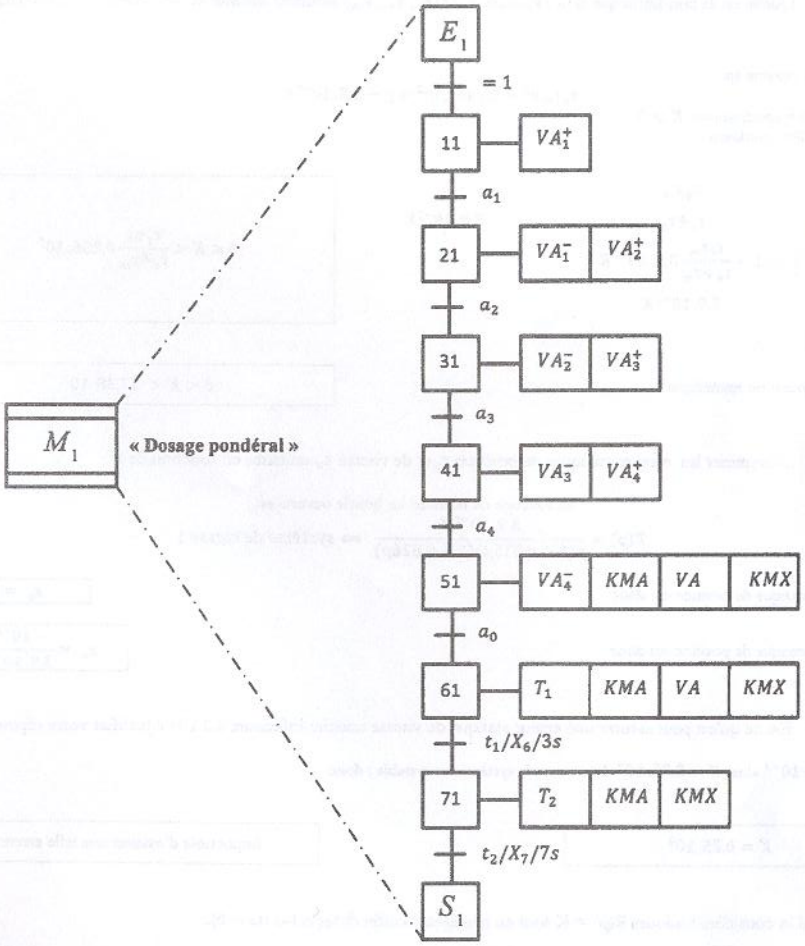
D.1- Commande séquentielle d'une centrale à béton

D.1.1- Compléter le Grafcet suivant, décrivant le fonctionnement de la centrale à béton.



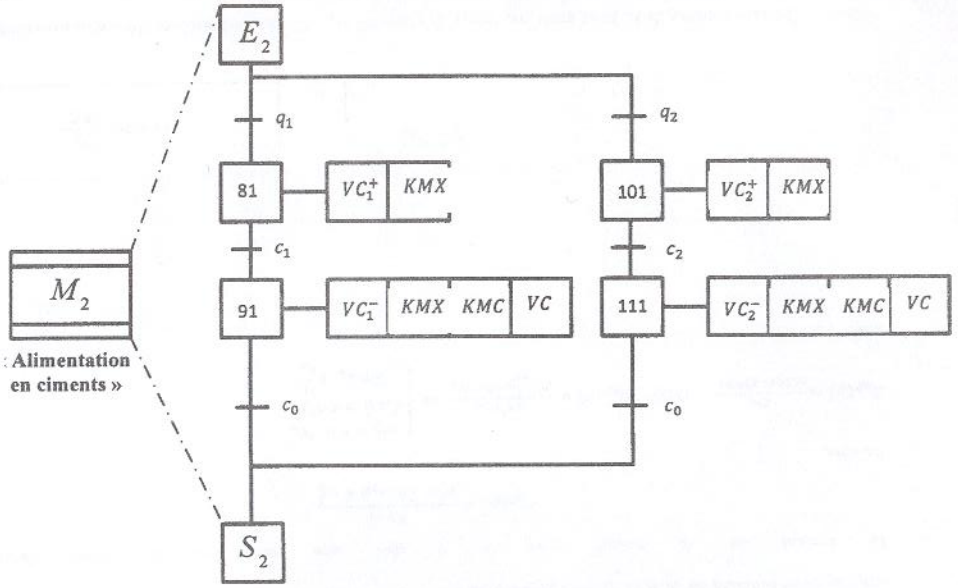
Grafcet du point de vue commande décrivant le fonctionnement de la centrale à béton.

D.1.2- Compléter l'expansion de la macro-étape M_1 « Dosage pondéral » dont la structure est donnée par le modèle suivant :



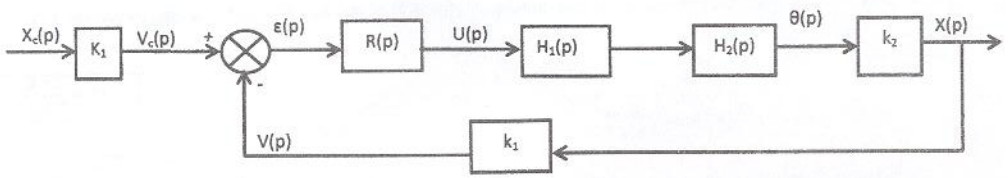
Expansion de la macro-étape M_1 « Dosage pondéral »

D.1.3- Compléter l'expansion de la macro-étape M_2 « Alimentation en ciment » dont la structure est donnée par le modèle suivant :



Expansion de la macro-étape M_2 « Alimentation en ciment »

D.2.1- Etablir le schéma fonctionnel du système asservi



D.2.2- Déterminer les fonctions de transfert $H_1(p)$ et $H_2(p)$

La fonction $H_1(p)$ est de la forme $\frac{K}{1+\tau p}$

- $20log(K) \cong -3{,}125dB \Rightarrow K = 0.7$
- La pulsation de coupure est $\omega_c \cong 70\ rd/s \Rightarrow \tau = \frac{1}{\omega_c} = 0{,}015\ s$ d'où
-

$$H_1(p) = \frac{0{,}7}{1+0{,}015p}$$

La fonction $H_2(p)$ est la transformée de Laplace de $\theta(t) = 1 - e^{-\frac{t}{\tau_m}}$; d'où $H_2(p) = \frac{1}{p} - \frac{1}{p+\frac{1}{\tau_m}} = \frac{1}{p(1+\tau_m p)}$ qui est la forme de la réponse indicielle unitaire d'un système de premier ordre de gain 1 et de constante de temps τ_m. Sachant que $0.63\theta(\infty) = \theta(\tau_m) \Rightarrow \tau_m = 0{,}826\ s$

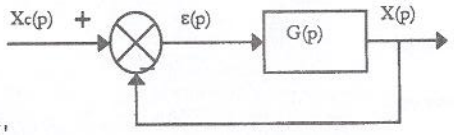
$$H_2(p) = \frac{1}{p(1+0{,}826p)}$$

D.2.3- Mettre la fonction de transfert du motoréducteur sous la forme :

$$H(p) = \frac{\theta(p)}{U(p)} = \frac{K_m}{p(1+\tau_e p)(1+\tau_m p)}$$

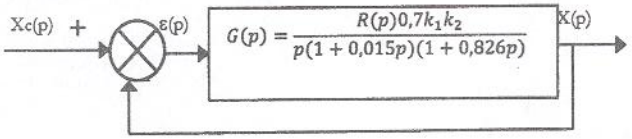
$$H(p) = H_1(p)H_2(p) = \frac{0{,}7}{(1+0{,}015p)}\frac{1}{p(1+0{,}826p)} \Rightarrow \quad H(p) = \frac{0{,}7}{p(1+0{,}015p)(1+0{,}826p)}$$

D.2.4- Simplifier le schéma fonctionnel de la question D.2.1 en le mettant sous la forme suivante :



Avec : $G(p) = \frac{R(p)K'}{p(1+\tau_e p)(1+\tau_m p)}$

Le schéma de la figure D2.1, peut se mettre sous la forme suivante :



$$K' = 0{,}7k_1k_2$$

En déduire la valeur de K' si : $k_1 = 10^{-3}$ V/m , $k_2 = 6\ 10^{-4}$m.s/rad ; $\tau_e = 0{,}015$ s et $\tau_m = 0{,}8$ s

$$K' = 4{,}2\ 10^{-7} V/rd$$

Dans la suite, on choisira K' = 3.9 10^{-7}

D.2.5- Sachant que la fonction de transfert du régulateur est R(p) = K :

D.2.5.1- Quelle est la condition que doit satisfaire $K=f(K', \tau_e, \tau_m)$ assurant stabilité du système en boucle fermée :

L'E.C. du système est :

$$\tau_e\tau_m p^3 + (\tau_e+\tau_m)p^2 + p + 3{,}9.10^{-7}K = 0$$

- 1ère condition $\Rightarrow K > 0$
- 2ème condition :

p^3	$\tau_e\tau_m$	1
p^2	$\tau_e+\tau_m$	$3{,}9.10^{-7}K$
p^1	$1-\frac{\tau_e\tau_m}{\tau_e+\tau_m}3{,}9.10^{-7}K$	
p^0	$3{,}9.10^{-7}K$	

$$0 < K < \frac{\tau_e\tau_m}{\tau_e+\tau_m}0{,}256.10^7$$

Faire l'application numérique :

$$0 < K < 17{,}38.10^7$$

D.2.5.2- Déterminer les erreurs statiques de position ε_p et de vitesse ε_v unitaires en fonction de K.

La fonction de transfert en boucle ouverte est :

$$T(p) = \frac{3{,}9.10^{-7}K}{p(1+0{,}015p)(1+0{,}826p)} \Rightarrow \textit{système de classe } 1$$

L'erreur statique de position est donc $\varepsilon_p = 0$

L'erreur statique de position est donc $\varepsilon_v = \frac{10^{-3}}{3{,}9.10^{-7}K}$

D.2.5.3- Est ce qu'on peut assurer une erreur statique de vitesse unitaire inférieure à 2 10^{-3} ? Justifier votre réponse.

Si $\varepsilon_v = 10^{-3}$ alors $K = 0{,}25.10^9$ dans ce cas le système est instable ; donc

$K = 0{,}25.10^9$

Impossible d'assurer une telle erreur

D.2.6.- On considère toujours R(p) = K tout en négligeant l'effet de τ_e (c-à-d : $\tau_e = 0$).

D.2.6.1- Etablir l'expression de la fonction de transfert du système en boucle fermée H_{BF} (p) en fonction de K, K' et τ_m.

$$H_{BF}(p) = \frac{KK'}{p(1+\tau_m p)+KK'}$$

Faire l'application numérique :

$$H_{BF}(p) = \frac{3{,}9.10^{-7}K}{0{,}8p^2+p+3{,}9.10^{-7}K}$$

D.2.6.2- Pour quelles valeurs de K, le système est stable en boucle fermée

Système de second ordre :

Système stable $\Leftrightarrow$ K > 0

D.2.6.3- Déterminer les erreurs statiques de position ε_p et de vitesse ε_v unitaires en fonction de K.

Fonction de transfert en boucle ouverte est $T(p) = \frac{KK'}{p(1+\tau_m p)} \Rightarrow \textit{système de classe } 1$

$\varepsilon_p = 0$

L'erreur statique de vitesse est $\varepsilon_v = \frac{10^{-3}}{3{,}9.10^{-7}K}$

$$\varepsilon_v = \frac{10^4}{3{,}9.K}$$

D.2.6.4- Est ce qu'on peut assurer une erreur statique de vitesse pour une consigne de pente 10^{-3} inférieure à 10^{-5}? Justifier votre réponse.

Si $\varepsilon_v < 10^{-5}$ alors $K > 0{,}25.10^9$ dans ce cas le système est tjs stable (K>0) ; donc

$K > 0{,}25.10^9$

Donc il est possible d'assurer une telle erreur

D.2.6.5- Etablir les expressions du gain statique Ks, du coefficient d'amortissement m et de la pulsation propre non amortie ω_0 en fonction de K, K' et τ_m du système bouclé.

Le système est de second ordre et il peut être mis sous la forme classique :

$$H_{BF}(p) = \frac{K_s\omega_0^2}{p^2+2m\omega_0 p+\omega_0^2}$$

En effet,

$$H_{BF}(p) = \frac{KK'}{p(1+\tau_m p)+KK'} \quad \text{D'où : } H_{BF}(p) = \frac{KK'/\tau_m}{p^2+\frac{1}{\tau_m}p+KK'/\tau_m} \Rightarrow \begin{cases} \omega_0^2 = KK'/\tau_m \\ K_s\omega_0^2 = KK'/\tau_m \\ 2m\omega_0 = \frac{1}{\tau_m} \end{cases}$$

donc

Ks=1

$$\omega_0 = \sqrt{KK'/\tau_m}$$

$$m = 0{,}5\sqrt{\frac{\tau_m}{KK'}}$$

D.2.6.6- Calculer la valeur de K, pour avoir une marge de phase de M_φ=45°. En déduire le coefficient d'amortissement m et la pulsation propre non amortie ω_0. Quelle est la marge de gain M_G du système ?

La marge de phase est définie par :

$M_\varphi = \pi + \arg(T(j\omega_A))$ avec ω_A est telle que $|T(j\omega_A)| = 1$ sachant que $T(p) = \frac{3{,}9.10^{-7}K}{p(1+0{,}8p)}$

$$M_\varphi = \pi + \arg(T(j\omega_A)) \Rightarrow \frac{\pi}{4} = \pi - \frac{\pi}{2} - arctg(0{,}8\omega_A) \Rightarrow arctg(0{,}8\omega_A) = \frac{\pi}{4} \Rightarrow \omega_A = 1{,}25\ rd/s$$

Or $|T(j\omega_A)| = 1 = \frac{3{,}9.10^{-7}K}{\omega_A\sqrt{1+0{,}64\omega_A^2}} \Rightarrow K = 0{,}4510^7$

Ks=1	$\omega_0 = 1{,}45\ rd/s$	$m = 0{,}34$
$MG = \infty$		