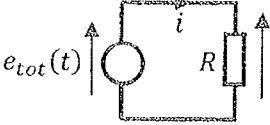


Corrigé-barème PT 2021

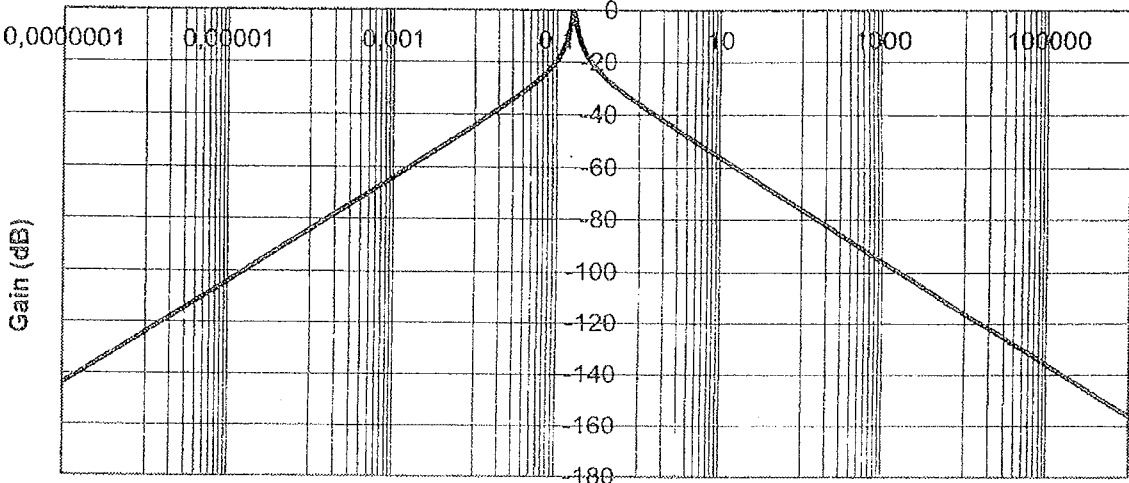
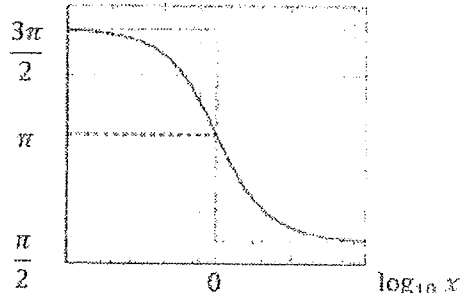
Problème 1 (sur 40 points)

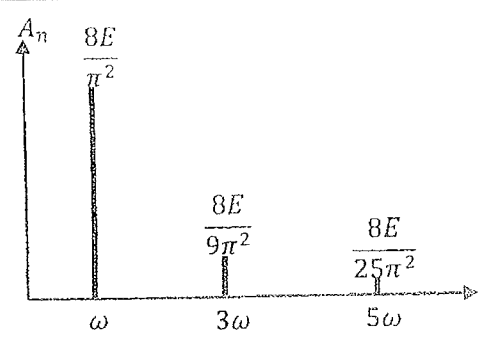
A. Pince ampèremétrique

1. L'ARQS consiste à négliger le temps de propagation des ondes électromagnétiques devant la période du signal.	1
2. $\text{div} \vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0} \iff \oiint_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{Q_{int}}{\epsilon_0}; \quad \text{rot} \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \iff e = \oint_C \vec{E} \cdot d\vec{l} = -\frac{d\Phi}{dt}$ $\text{div} \vec{B} = 0 \iff \oiint_S \vec{B} \cdot d\vec{S} = 0; \quad \text{rot} \vec{B} = \mu_0 \vec{j} \iff \oint_C \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 I_{enlacé}$	2
3. Il s'agit d'un phénomène d'induction : la présence d'un courant $I(t)$ variable dans le fil crée un flux variable à travers le tore d'où l'apparition d'un courant induit.	1
4. La distribution de courants est invariante par rotation d'angle θ autour de l'axe Oz. \vec{B} ne dépend donc pas de la coordonnée θ . Le plan $(M, \vec{e}_r, \vec{e}_z)$ est un plan de symétrie de la distribution de courants. Le champ \vec{B} est orthogonal à ce plan. Il est donc selon \vec{e}_θ .	1
5. Le contour orienté choisi est un cercle de rayon r . On applique le théorème d'Ampère : $\oint_C \vec{B} \cdot d\vec{l} = \int_0^{2\pi} B_\theta(r, z, t) \vec{e}_\theta \cdot r d\theta \vec{e}_\theta = 2\pi r B_\theta(r, z, t) = \mu_0 I_{enlacé} = \mu_0 (I(t) + Ni(t))$ $\vec{B} = \frac{\mu_0 (I(t) + Ni(t))}{2\pi r} \vec{e}_\theta$	0.5
6. $\Phi = \iint_S \vec{B} \cdot d\vec{S} = \iint_S B_\theta(r, z, t) \vec{e}_\theta \cdot dr dz \vec{e}_\theta = \frac{\mu_0 (I(t) + Ni(t))}{2\pi} \int_l^{l+a} \frac{dr}{r} \int_{-\frac{a}{2}}^{\frac{a}{2}} dz$ $\Phi = \frac{\mu_0 (I + Ni)}{2\pi} a \ln \frac{l+a}{l}$	1
7. $\Phi_{tot} = N\Phi = \frac{\mu_0 N (I + Ni)}{2\pi} a \ln \frac{l+a}{l}$	0.5
8. La loi de Faraday : $e_{tot} = -\frac{d\Phi_{tot}}{dt} = -\frac{\mu_0 Na}{2\pi} \left(\frac{dI}{dt} + N \frac{dI}{dt} \right) \ln \frac{l+a}{l}$	1
9. $e_{tot} = -L \frac{dI(t)}{dt} - M \frac{dI(t)}{dt}$ Par identification : $L = \frac{\mu_0 N^2 a}{2\pi} \ln \frac{l+a}{l} \text{ et } M = \frac{\mu_0 Na}{2\pi} \ln \frac{l+a}{l}$	1
10. 	0.5
11. $e_{tot} = R i(t) \Rightarrow L \frac{di(t)}{dt} + R i(t) = -M \frac{dI(t)}{dt}$	1
12. $L j\omega \underline{i} + R \underline{i} = -M j\omega \underline{I} \Rightarrow \underline{i} = \frac{-j M \omega}{R + jL\omega} \underline{I}$ Pour $R \ll L\omega$: $\underline{i} = \frac{-M}{L} \underline{I}$	1
13. $i = -\frac{I}{N}$, prendre un nombre de spire très élevé réduit le courant dans la pince.	0.5

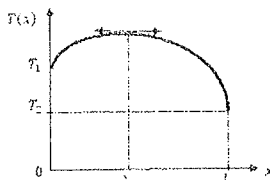
B. Filtrage

14. Basses fréquences : $\Rightarrow V_s = R_3 i_e = 0$ C'est un filtre passe-bande.	Hautes fréquences : $V_s = V_- = V_+ = 0$	1
15.		0.5
		1

$\underline{H} = \frac{H_0}{1 + jQ \left(x - \frac{1}{x} \right)}$ <p>avec $H_0 = -\frac{R_3}{2R_1}$, $\omega_0 = \frac{1}{C} \sqrt{\frac{R_1 + R_2}{R_1 R_2 R_3}}$, $Q = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{R_3(R_1 + R_2)}{R_1 R_2}}$</p> <p>$Q$: facteur de qualité du filtre ; ω_0 : pulsation propre du circuit.</p>	1.5 0.5
16. $H_0 = -1$ et $Q = 10$.	0.5
17. - Basses fréquences $x \ll 1$: $\underline{H} \approx j \frac{H_0}{Q\omega_0} \omega \Rightarrow \underline{V}_S = \frac{H_0}{Q\omega_0} \frac{dV_e}{dt} \Rightarrow$ caractère dérivateur.	0.5
- Hautes fréquences $x \gg 1$: $\underline{H} \approx \frac{H_0\omega_0}{jQ\omega} \Rightarrow \underline{V}_S = \frac{H_0\omega_0}{Q} \int \underline{V}_e dt \Rightarrow$ caractère intégrateur.	0.5
18. a- $ \underline{H} = \frac{ H_0 }{\sqrt{2}} \Rightarrow \omega_1 = \frac{-\omega_0}{2Q} + \frac{\omega_0}{2Q} \sqrt{1 + 4Q^2}$ et $\omega_2 = \frac{\omega_0}{2Q} + \frac{\omega_0}{2Q} \sqrt{1 + 4Q^2}$ $\Rightarrow \Delta\omega = \omega_2 - \omega_1 = \frac{\omega_0}{Q} \Rightarrow \Delta\omega = 1.9 \text{ kHz}$	1 0.5
b- $x \ll 1 \Rightarrow G_{dB} \approx -20 \log_{10} Q + 20 \log_{10} x$ $x \gg 1 \Rightarrow G_{dB} \approx -20 \log_{10} Q - 20 \log_{10} x$ $x = 1 \Rightarrow G_{dB} = 20 \log_{10} H_0 = 0 \text{ dB}$	0.5
<p style="text-align: center;">Diagramme de Bode</p> 	1
<p>19. $\varphi(\omega) = \pi - \arctan \left(Q \left(x - \frac{1}{x} \right) \right)$</p>  <p>Graphe :</p>	0.5 1

20		1
21. $f_0 = 3f$: harmonique $n = 3$.		0.5
22. $V_s(t) = \frac{8E}{9\pi^2} \cos(3\omega t + \pi)$		1
23. $f_e \geq 2f_{max}$		0.5
24. $f_e^{min} = 2f_{max} = 18f = 18 \text{ kHz}$		1

C. Diffusion thermique

25. $\vec{j}_{th} = -\lambda \overrightarrow{\text{grad}} T$; et unité $j_{th} = W \cdot m^{-2}$		1
26. $p_j = j \cdot E = \frac{j^2}{\gamma} = \frac{I^2}{\gamma S^2}$		1
27. $dU = \delta Q = \delta Q^r + \delta Q^p = 0$ (régime permanent). $\delta Q^r = -\frac{dj_{th}}{dx} S dx dt = \lambda \frac{d^2 T}{dx^2} S dx dt$; et $\delta Q^p = p_j S dx dt = \frac{I^2}{\gamma S^2} S dx dt$ $\Rightarrow \frac{d^2 T}{dx^2} = -\frac{1}{\lambda \gamma S^2} I^2 = -\alpha I^2$		2
28. $\alpha = \frac{1}{\lambda \gamma S^2} \approx 10^{-5} \text{ K} \cdot m^{-2} \cdot A^{-2}$		0.5
29. $T(x) = -\frac{\alpha I^2}{2} x^2 + C_1 x + C_2$ $T(0) = T_1 = C_2$; et $T(L) = T_2 \Rightarrow C_1 = \frac{T_2 - T_1}{L} + \frac{\alpha I^2}{2} L$ $T(x) = \frac{\alpha I^2}{2} x(L - x) + (T_2 - T_1) \frac{x}{L} + T_1$		0.5
30. $\frac{dT}{dx} = 0$ pour $x_m = \frac{L}{2} - \frac{1}{\alpha L I^2} (T_1 - T_2) > 0 \Rightarrow T_1 - T_2 < \frac{\alpha I^2}{2} L^2$		1
		1
Graphes :		
31. $I_1 = \frac{1}{L} \sqrt{\frac{2(T_1 - T_2)}{\alpha}}$		1
A.N : $I_1 \approx 4472 \text{ A}$! : la condition est donc toujours vérifiée.		0.5
32. $\phi_{th} = j_{th}(x=L) \cdot S = -\lambda \left(\frac{dT}{dx} \right)_{x=L} S$ $\Rightarrow \phi_{th} = \frac{1}{2} \frac{L}{\gamma S} I^2 + \frac{\lambda S}{L} (T_1 - T_2)$ $\Rightarrow \phi_{th} = \frac{1}{2} R I^2 + \frac{\lambda S}{L} (T_1 - T_2)$		0.5
Ainsi le flux ϕ_{th} est la somme d'un terme dû au gradient de température et d'un terme égal à la moitié de la puissance dissipée par effet Joule ($\frac{1}{2} R I^2$) ; l'autre moitié étant dissipé dans le matériau.		1

A. Champ électromagnétique dans le vide

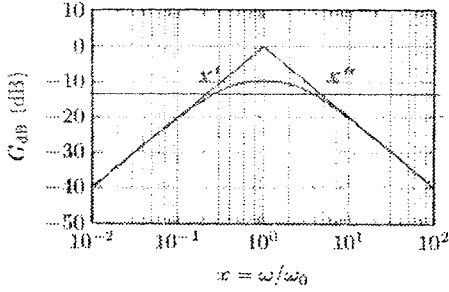
1. $\text{div} \vec{E} = 0$; $\text{div} \vec{B} = 0$; $\overrightarrow{\text{rot}} \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$; $\overrightarrow{\text{rot}} \vec{B} = \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$	1 (4x0.25)
2. $\Delta \vec{E} - \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} = \vec{0}$; $c = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \epsilon_0}}$	1
3. a. OPPH se propageant suivant les $z > 0$, polarisée rectilignement suivant Ox . b. $k = \frac{\omega}{c}$, le vide n'est pas dispersif.	1 1
4. $\vec{E}(z, t) = \text{Réel}(\vec{E}(z, t)) = E_0 \cos(\omega t - k z) \vec{u}_x$ $\vec{B} = \frac{k \vec{u}_z \wedge \vec{E}}{\omega} \Rightarrow \vec{B}(z, t) = \frac{E_0}{c} \cos(\omega t - k z) \vec{u}_y$	0.5 0.5
5. a. $\vec{\pi} = \frac{\vec{E} \wedge \vec{B}}{\mu_0}$: puissance rayonnée par unité de surface. Unité : W.m^{-2} . b. $I = \langle \ \vec{\pi}\ \rangle = \frac{E_0^2}{2\mu_0 c} = \frac{1}{2} \epsilon_0 c E_0^2$; A.N : $I = 1326,29 \text{ W.m}^{-2}$	0.5+0.5 1+0.5
6. $\vec{E} + \vec{E}' = \begin{cases} E_x = E_0 \cos(\omega t - k z) \\ E_y = E_0 \sin(\omega t - k z) \end{cases} \Rightarrow E_x^2 + E_y^2 = E_0^2$: polarisation circulaire gauche.	1

B. Champ électromagnétique rayonné par un dipôle

7. Le plan $P(M, \vec{u}_r, \vec{u}_\theta)$ est un plan de symétrie pour la distribution de charges (dipôle), alors : $\vec{E} \subset P$ et $\vec{B} \perp P$. En outre, la distribution de charge est invariante par rotation autour de Oz , alors : \vec{E} et \vec{B} sont indépendants de φ .	0.5 0.5
8. $\vec{B} = \frac{1}{c} \vec{u}_r \wedge \vec{E}$: l'onde est de structure localement plane	1
9. $\vec{\pi} = \frac{\vec{E} \wedge \vec{B}}{\mu_0} = \frac{\mu_0 p_0^2 \omega^4 \sin^2 \theta}{16\pi^2 c r^2} \cos^2 \left[\omega \left(t - \frac{r}{c} \right) \right] \vec{u}_r$ $\langle \vec{\pi} \rangle = \frac{\mu_0 p_0^2 \omega^4 \sin^2 \theta}{32\pi^2 c r^2} \vec{u}_r$	1 0.5
10. $P_r = \iint \langle \pi \rangle r^2 \sin \theta d\theta d\varphi = \frac{\mu_0 p_0^2 \omega^4}{12\pi c} = \frac{p_0^2 \omega^4}{12\pi \epsilon_0 c^3}$	1

C. Diffusion Rayleigh

11. La force magnétique est négligeable devant la force électrique, en effet : $\left \frac{-e \vec{v} \wedge \vec{B}}{-e \vec{E}} \right \approx \frac{v}{c} \ll 1$.	1
12. A l'échelle de l'atome, $\lambda \gg z \Rightarrow kz \ll 1$. Alors, $\vec{E}(z, t) \approx \vec{E}(0, t) = E_0 e^{i\omega t} \vec{u}_x$.	1
13. $\ddot{x} + \omega_0^2 x = -\frac{e}{m} E_0 e^{i\omega t}$	1
14. En régime forcé, $x(t) = x_m e^{i\omega t}$. L'équation devient : $-\omega^2 x + \omega_0^2 x = -\frac{e}{m} E_0 e^{i\omega t}$. Il vient alors : $x(t) = \frac{-\frac{e}{m} E_0}{\omega_0^2 - \omega^2} e^{i\omega t}$	1
15. $p(t) = -ex(t) = \frac{e^2 E_0}{m(\omega_0^2 - \omega^2)} e^{i\omega t} = p_0 e^{i\omega t}$; avec $p_0 = \frac{e^2 E_0}{m(\omega_0^2 - \omega^2)}$	1
16. $P_r = \frac{p_0^2 \omega^4}{12\pi \epsilon_0 c^3} = \frac{\frac{e^4}{m^2} E_0^2}{12\pi \epsilon_0 c^3} \frac{\omega^4}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2}$	1
17. $P_r = \frac{e^4 \omega^4}{6\pi \epsilon_0^2 m^2 c^4 (\omega_0^2 - \omega^2)^2} I$	1

	$-f = f_c \rightarrow H = \frac{H_0}{\sqrt{2}} \rightarrow \frac{H_0}{\sqrt{1+[x^2 - \frac{1}{x^2}]^2}} = \frac{H_0}{\sqrt{2}} \rightarrow$ $x^2 - \frac{1}{x^2} = \pm 1 \begin{cases} x^4 - x^2 - 1 = 0 \\ x^4 + x^2 - 1 = 0 \end{cases} \begin{cases} x' = \frac{1+\sqrt{5}}{2} \\ x'' = \frac{-1+\sqrt{5}}{2} \end{cases} \begin{matrix} f_{c2} = f_0 \frac{1+\sqrt{5}}{2} \\ f_{c1} = f_0 \frac{-1+\sqrt{5}}{2} \end{matrix} \quad (1pt)$	
36		1pt
37	$\omega_0 = \frac{1}{RC} = 2000 \text{ rads}^{-1} \quad (0,5pt) ; \underline{v_s} = \frac{H_0 \underline{v_e}}{1+jQ(x - \frac{1}{x})} = V_0 \times 0 + \frac{\frac{1}{3} e^{j\omega t}}{1+j\frac{1}{3}(0,1 - 10)} +$ $\frac{1}{3} e^{j10\omega t} + \frac{\frac{1}{3} e^{j100\omega t}}{1+j\frac{1}{3}(10 - 0,1)}$ $v_s = \frac{V_0}{30} \cos(\omega t - \varphi') + \frac{V_0}{3} \cos(10\omega t - \varphi'') + \frac{V_0}{30} \cos(100\omega t - \varphi'''); \quad (4X0,25pt)$ $\tan \varphi = -(x - \frac{1}{x}) \quad (0,5pt)$	2pts

Problème 3 (L'effet photoélectrique)		16 pts
1	$\vec{E} \in \pi_1(M, \vec{u}_x, \vec{u}_z) \cap \pi_2(M, \vec{u}_y, \vec{u}_z)$ donc $\vec{E}(M) = E(M) \vec{u}_z$ Il y'a invariance par translation suivant x et y donc $\vec{E}(x, y, z) = E(z) \vec{u}_z$	1pt
2	M.G. $\text{div} \vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0} = 0 = \frac{\partial E_x}{\partial x} + \frac{\partial E_y}{\partial y} + \frac{\partial E_z}{\partial z}$ et $\text{div} E(z) \vec{u}_z = \frac{\partial E_z}{\partial z} = 0$ Donc $\vec{E}(M)$ ne dépend pas de z et $\vec{E}(M) = -E \vec{u}_z$	1pt
3	On a $\vec{E}(M) = -\text{grad} V(M) \Rightarrow -E = -\frac{dV}{dz} \Rightarrow V = Ez + C$ Les conditions aux limites $\begin{cases} V(-\frac{d}{2}) = V_1 = -E \frac{d}{2} + C \\ V(\frac{d}{2}) = V_2 = E \frac{d}{2} + C \end{cases} \Rightarrow$ $\begin{cases} V_2 - V_1 = U = Ed \Rightarrow E = \frac{U}{d} \\ C = E \frac{d}{2} + V_1 = \frac{U}{2} + V_1 \end{cases} \Rightarrow V(z) = \frac{U}{d} z + \frac{U}{2} + V_1$	1pt
4	$\vec{F} = -e\vec{E} = -\text{grad} E_p \Rightarrow e \text{grad} V(M) = -\text{grad} E_p \Rightarrow E_p = -eV(M) + C$ $E_p = -e \frac{U}{d} z - e \frac{U}{2} - eV_1 + C$	1pt
5	$E = E_c + E_p = \text{cte} \quad (0,5pt) \Rightarrow E(-\frac{d}{2}) = E_{c1} - eV_1 = E(\frac{d}{2}) = E_{c2} - eV_2 \quad (0,5pt)$ $\Rightarrow E_{c1} - eV_1 = E_{c2} - eV_2 \Rightarrow E_{c1} - E_{c2} = -eV_2 + eV_1 = -eU$ $\frac{1}{2} m v_1^2 - \frac{1}{2} m v_2^2 = -eU. \quad (1pt)$	2pts
6	Si $U > 0 \Rightarrow \frac{1}{2} m v_1^2 - \frac{1}{2} m v_2^2 < 0$ les électrons sont accélérés et si $U < 0 \Rightarrow \frac{1}{2} m v_1^2 - \frac{1}{2} m v_2^2 > 0$ les électrons sont retardés	1pt

si $U < 0$ les électrons ont tendance à être attirés la cathode. Donc, pour qu'ils arrivent à l'anode (et que l'on observe un courant), il faudra qu'ils aient acquis initialement une énergie cinétique. Les électrons sont émis de la cathode une énergie cinétique initiale (0,5pt)	1pt
Si $U = U_0$ aucun électrons n'arrivent à l'anode (pas de courant observé) (0,5pt)	
Si $U = U_0$ on a $E_{c2} = 0$ alors $E_{c1} = -eU_0$	1pt
On observe (figure 5) que la variation de l'intensité de la lumière incidente (A,B,C) laisse le potentiel d'arrêt invariant. Donc l'énergie cinétique des électrons extrait de la cathode ne dépend pas de l'intensité de la lumière incidente ($E_{c1} = -eU_0$)	1pt
D'après la courbe de la figure 6, $-U_0 = av + b$ pour $U_0 = 0 = av_0 + b$ donc $b = -av_0 \Rightarrow -U_0 = a(v - v_0)$ $a \approx \frac{3}{(12 - 4,66)10^{14}} = 7,3410^{14} = 0,40910^{-14}VS$	1pt
$E_c = W - W_0 = h(v - v_0) = -eU_0 \Rightarrow a = \frac{h}{e} \Rightarrow h = ae = 0,409eVS = 0,40910^{-14} \times 1,610^{-19} \approx 6,5410^{-34}JS$	1pt
$E_{c1} = -eU_0 = a(v - v_0) = \frac{h}{e}(v - v_0)$	1pt
il y a émission des électrons $\Rightarrow E_c \geq 0 \Rightarrow v \geq v_0$	1pt
Selon la nature ondulatoire de la lumière, il suffit que l'intensité de la lumière incidente soit suffisante pour qu'un électron soit arraché. De plus l'intensité de la lumière incidente est proportionnelle à l'amplitude donc l'augmentation de l'intensité de la lumière incidente devrait se traduire par une augmentation de l'énergie cinétique des électrons. L'équation d'Einstein: $W = W_0 + E_c$ Alors l'électron peut être arraché du métal, l'excédent d'énergie lui donnant une énergie cinétique $E_c = W - W_0 = h(v - v_0)$	2pts