UNIVERSITÉ DE SFAX

⋆ ⋆ ⋆ ⋆ ⋆

Institut Préparatoire aux Études d'Ingénieurs de Sfax

Année universitaire : 2015/2016

Devoir de contrôle d'Algèbre-Semestre N°2

Sections : P.B.1

Durée : 1h30	**Date : 23 Février 2016**	**Nbre de pages : 1**

N.B : L'utilisation des calculatrices est interdite.

Exercice 1

I) On donne la matrice : $A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 3 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 3 & 2 \end{pmatrix}$

1. Calculer $A^3 - 6A^2 + 12A$.
2. En déduire que A est inversible et calculer A^{-1}.
3. Retrouver l'inverse de la matrice A en utilisant la méthode de Pivot de Gauss (la méthode des transformations élémentaires).

II) On donne : $I_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$, $N = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ et O_3 est la matrice nulle d'ordre 3.

1. En posant $J = N - I_3$ déterminer $k \in \mathbb{N}^*$ telque $J^k = O_3$.
2. En déduire N^n, $\forall n \in \mathbb{N}^*$.

Exercice 2

On considère le système suivant :

$$(S) : \begin{cases} x + y + z = 2 \\ 2x - y + z = -1 \\ x + z = 1 \end{cases}$$

1. Déterminer la matrice M tel que $MX = B$ avec $X = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$ et $B = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$.
2. Calculer le déterminant de la matrice M.
3. Vérifier que (S) est un système de Cramer. Déduire l'ensemble des solutions de (S).