UNIVERSITÉ DE SFAX

A.U : 2015-2016

⋆ ⋆ ⋆ ⋆ ⋆

Institut Préparatoire aux Etudes D'ingénieurs de Sfax

Examen d'Analyse N°2

Section : -PB1 **Durée : 2heures** **N. de pages : 02**

N.B: La qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements entreront pour une part importante dans l'évaluation de la copie.

Exercice 1

On sait qu'à une date donnée, 3% d'une population est atteinte d'hépatite. On dispose de tests de dépistage de la maladie :

- Si la personne est malade, alors le test est positif avec une probabilité de 95%.
- Si la personne est saine, alors le test est positif avec une probabilité de 10%.

1. Quelle est la probabilité pour une personne d'être malade si son test est positif?
2. Quelle est la probabilité pour une personne d'être saine si son test est positif?
3. Quelle est la probabilité pour une personne d'être malade si son test est négatif?
4. Quelle est la probabilité pour une personne d'être saine si son test est négatif?

Exercice 2

Soit $m \in \mathbb{R}$. On considère l'équation différentielle suivante

$$(E_m) : \quad mxz'' + 2(1-x)z' + (5x-2)z = 4 - 10x.$$

1. Montrer que pour tout réel m l'équation (E_m) admet une fonction constant comme solution particulière.
2. On suppose dans cette question que $\underline{m = 0}$.
   (a) Calculer $I(x) = \displaystyle\int \frac{5x-2}{x-1}dx.$
   (b) Résoudre l'équation (E_m) sur $]1, +\infty[$.
3. On suppose dans cette question que $\underline{m = 1}$.
   (a) On pose $y = xz$.
   Montrer que $\forall x \neq 0,\ z' = \dfrac{xy' - y}{x^2}$ et $z'' = \dfrac{x^2y'' - 2xy' + 2y}{x^3}$.
   (b) Montrer que y est solution de l'équation
   $$(E) : \ y'' - 2y' + 5y = 4 - 10x.$$
   (c) Résoudre l'équation (E) sur $\mathbb{R}$.
   (d) Résoudre l'équation (E_m) sur $]0, +\infty[$.

Exercice 3

Soit f la fonction de deux varaibles réelles définie par :

$$f(x,y) = \begin{cases} \dfrac{y^3\sin(x) - x^3\sin(y)}{x^2+y^2} & \text{si } (x,y) \neq (0,0) \\ 0 \text{ si non} \end{cases}$$

1. Montrer que f est continue sur $\mathbb{R}^2$.
2. Calculer les derivées partielles de f sur $\mathbb{R}^2$.
3. Montrer que f est de classe C^1 sur $\mathbb{R}^2$.

Bon Travail