Institut Préparatoire aux Etudes d'Ingénieurs de Sfax	IPEIS	MP 1 A.U : 2017-2018 Durée : 3 heures

Devoir de Fin du 2ème Semestre
Physique

Mardi le 8 Mai 2018

- Les résultats littéraux devront être encadrés.
- Les résultats littéraux non homogènes entraîneront la perte de tous les points de la question.
- Les calculatrices sont autorisées

ꙮ Thermodynamique ꙮ

Exercice 1 (Deuxième principe):

On considère une mole de gaz parfait placée dans un cylindre vertical de section S et de grande hauteur, fermé par un piston horizontal mobile sans frottement. Le cylindre, aux parois diathermes, est plongé dans un thermostat de température uniforme et constante T_0. À l'état initial le gaz est en équilibre thermodynamique avec le milieu extérieur, sa pression est notée P_0.

1. On ajoute alors très progressivement des masselottes sur le piston, jusqu'à ce que la masse finale déposée soit égale à M; on fait alors l'hypothèse que la transformation subie par le gaz est réversible.
   a. Déterminer la pression P_1 du gaz dans son état d'équilibre final.
   b. Exprimer la variation d'énergie interne, le travail W et l'énergie thermique Q reçus par le gaz lors de cette transformation, en fonction de T_0, P_0 et P_1.
   c. Exprimer la variation d'entropie du gaz, l'entropie échangée puis l'entropie créée lors de cette transformation. Commenter.
2. À partir du même état initial, on ajoute brutalement l'intégralité de la masse M ; on fait alors l'hypothèse que la pression extérieure exercée sur le piston varie suivant une fonction échelon.
   a. Exprimer la variation d'énergie interne, le travail W et l'énergie thermique Q reçus par le gaz lors de cette transformation, en fonction de T_0, P_0 et P_1.

b. Exprimer la variation d'entropie du gaz, l'entropie échangée puis l'entropie créée lors de cette transformation.

c. Comparer les deux résultats issus des deux expériences effectuées. Conclure.

Problème 1 (machine thermique):

Dans le moteur thermique d'une installation industrielle, un mélange de gaz constitué de n moles décrit de façon réversible le cycle de transformations suivant :

- une compression isotherme de l'état A ($P_A=10^5$ Pa, $V_A=0.9$ m^3, $T_A=300$K) à l'état B ($P_B=10^6$ Pa, $V_B=0.09$ m^3, $T_B=300$ K),
- un échauffement isochore de l'état B à l'état C($P_C=5.10^6$ Pa, $V_c=0.09$ m^3, $T_C=1500$ K),
- une détente adiabatique de C à D (P_D, V_D, T_D) ,
- un refroidissement isobare de l'état D à l'état A.

Le mélange de gaz est supposé parfait ($\gamma = 1.4$).

1. Calcul des différentes variables d'état :
   a. Déterminer la valeur numérique de nR où R représente la constante des gaz parfaits.
   b. Déterminer la pression, la température et le volume du mélange de gaz dans l'état D.
   c. Donner l'allure de ce cycle dans le diagramme (P,V).
2. Calcul de rendement du cycle :
   a. Exprimer littéralement et calculer les travaux les quantités de chaleur échangées et les variations d'énergie interne du mélange de gaz au cours des quatre transformations.
   b. Vérifier la propriété relative à la variation d'énergie interne du gaz au cours du cycle.
   c. Calculer le rendement de ce moteur, le comparer à celui d'un moteur thermique décrivant un cycle de Canot entre les températures extrêmes T_A et T_C.
3. Calculer pour chaque transformation la variation d'entropie du gaz.
4. Ce moteur alimente un réfrigérateur d'efficacité e=5 servant au maintien de produits alimentaires à la température de -23°C.
   a. Calculer la quantité de chaleur prélevée par cycle à la source froide.

b. Quelle masse de produits peut–il refroidir le réfrigérateur, de -3°C à -23°C, sachant que la chaleur massique de ces produits est égale à 2415 $J.Kg^{-1}.K^{-1}$.

c. Quelle est la température de la pièce dans laquelle se trouve le réfrigérateur si on suppose que celle-ci décrit un cycle ditherme réversible avec un gaz parfait.

ꟾElectrostatiqueꟾ

Exercice 1 (Champ électrostatique d'un atome d'Or):

Le noyau d'Or est constitué de A = 197 nucléons (protons + neutrons) et de Z = 79 protons. Ces protons portent chacun une charge électrique égale à la charge élémentaire e ($e = 1,6.10^{-19}$ C). Dans la suite, le noyau d'Or est supposé sphérique (de rayon $R = R_0A^{1/3}$, avec $R_0 = 1,3.10^{-15}$ m) et la charge électrique totale portée par le noyau est répartie de manière uniforme au sein du noyau.

1. Déterminer, en fonction de Z, A, e et R_0, la densité volumique de charges ρ au sein du noyau d'Or. Faire l'application numérique.
2. Enoncer le théorème de Gauss relatif au champ électrostatique créé par une répartition volumique de charges caractérisée par une densité volumique notée ρ.

On désire calculer le champ électrostatique $\vec{E}(M)$ créé par un atome d'Or en tout point M de l'espace. On choisit un repère (Oxyz) cartésien dont l'origine coïncide avec le centre de l'atome d'Or. Soit $\vec{r} = \overrightarrow{OM}$ le vecteur position du point M.

3. Montrer que le champ électrostatique $\vec{E}(M)$ s'écrit nécessairement sous la forme : $\vec{E}(M) = E(r)\overrightarrow{u_r}$ tel que $\overrightarrow{u_r} = \overrightarrow{OM}/\|\overrightarrow{OM}\|$.

Sachant que l'atome possède une structure lacunaire, c'est-à-dire qu'il est essentiellement composé de vide. Le rayon de l'atome R' est 100 000 fois plus grand que le rayon du noyau. Soit $R' = 10^5$ R. On suppose que les électrons sont reparties uniformément sur la surface sphérique de rayon R'.

4. Calculer la densité de charge surfacique équivalente σ en fonction Z, A, e et R_0.
5. En utilisant le théorème de Gauss, déterminer la valeur algébrique du champ E(r) en tout point de l'espace en fonction de Z, e, ε_0, R et r.
6. Discuter sur la continuité du champ électrostatique $E(r)$ au voisinage du rayon R'.

7. En déduire le potentiel électrostatique V(r) créé par l'atome d'Or en tout point de l'espace en fonction de Z, e, ε_0, R et r. On prend $V(\infty)=0$.
8. Tracer les représentations graphiques de E(r) et de V(r). Justifier, a posteriori, que l'on pouvait considérer le noyau d'Or comme étant ponctuel.

Problème 2 (Théorème de Gauss):

L'espace physique est rapporté à un repère orthonormé direct $\left(O, \vec{u}_x, \vec{u}_y, \vec{u}_z\right)$. Un point M de l'espace est repéré dans la base cylindrique$(\vec{u}_r, \vec{u}_\theta, \vec{u}_z)$ par (r, θ, z).

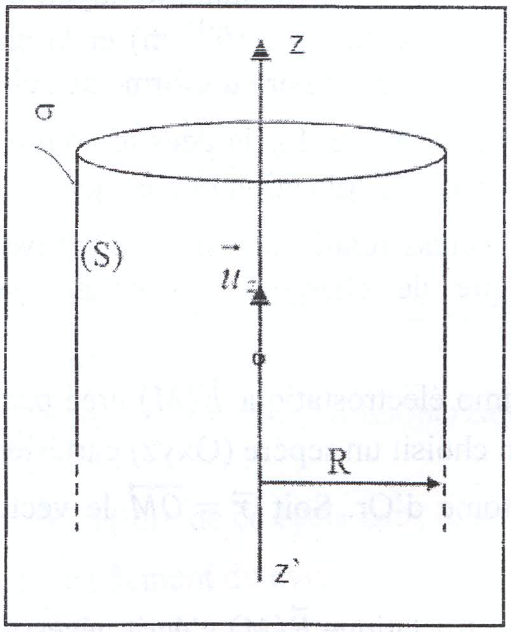

Figure 1

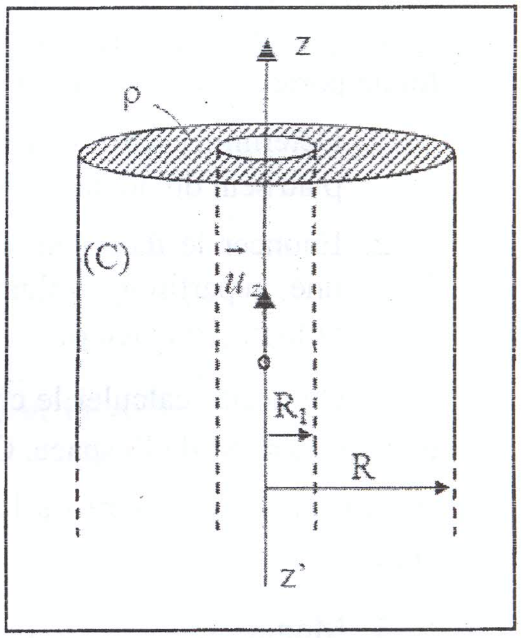

Figure 2

1. On considère un cylindre (S) de rayon R, de longueur infinie, chargé en surface par une densité surfacique de charges uniforme $\sigma > 0$ (Figure 1). Soit M un point quelconque de l'espace.
   a. Indiquer les coordonnées dont dépend le champ électrostatique $\vec{E}(M)$et déterminer sa direction.
   b. Définir et justifier la surface de Gauss.
   c. Déterminer le champ $\vec{E}(M)$en tout point M de l'espace (r < R et r > R).

d. Tracez l'allure de E(r) en fonction de r (où E(r) est la norme du champ).

e. Le champ $\vec{E}(M)$est-il continu à la traversée de la surface du cylindre.

2. En prenant comme référence du potentiel V(r=0) = V_0, calculer le potentiel V(r) en tout point M de l'espace. Tracer l'allure de V(r) en fonction de r.

Un cylindre creux (C) d'axe $\overrightarrow{z'z}$, de rayon intérieur R_1 et extérieur R de longueur infinie, porte une charge volumique répartie entre les surfaces des deux cylindres avec une densité constante $\rho > 0$ (Figure 2).

3. En utilisant le théorème de Gauss, donner les expressions du champ électrostatique $\vec{E}(M)$ en tout point M de l'espace. Le champ $\vec{E}(M)$ est-il continu à la traversée des deux surfaces du cylindre creux (C).

4. On fait tendre $R_1 \rightarrow R$, la charge totale de la distribution volumique du cylindre creux est alors répartie sur la surface d'un cylindre de longueur infinie et de rayon R. Soit σ sa densité de charge surfacique équivalente.

   a. Exprimer σ en fonction de ρ, R_1 et R.

   b. Retrouver les expressions de $\vec{E}(M)$ créé par le cylindre (S).

5. On se place maintenant dans le cas où $R_1 = 0$ et on suppose que le rayon R est négligeable devant la longueur du cylindre chargé. La charge totale de la distribution volumique peut être considérée répartie uniformément sur un fil infini. On désigne par λ la densité linéique du fil.

   c. Exprimer λ en fonction de ρ et R.

   d. En déduire l'expression du champ $\vec{E}(M)$créé par le fil.

   e. Retrouver $\vec{E}(M)$créé par un fil de longueur infinie à partir du théorème de Gauss.

   f. En déduire l'expression du potentiel V(M) créé par le fil infini à une constante additive près qu'on notera K.

On considère deux fils rectilignes distants de a et de longueurs infinies, portant des distributions linéiques de charges de densités constantes $-\lambda$ et $+\lambda$ ($\lambda > 0$). Ces deux fils sont parallèles entre eux et perpendiculaires au plan (Oxy). On désigne par A($-a/2$, 0) et B($+a/2$, 0) les intersections respectives du fil chargé ($-\lambda$) et celui chargé de ($+\lambda$) avec le plan (Oxy), voir figure 3.

L'origine O du repère (Oxy) est le milieu de AB. Soit M un point du plan (Oxy) repéré en coordonnées polaires par (r, θ) avec r = OM et $\theta = \left(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{OM}\right)$.

On désigne par V(M) et $\vec{E}(M)$respectivement le potentiel et le champ électrostatique créés par les deux fils en un point M très éloigné des fils (r >> a).

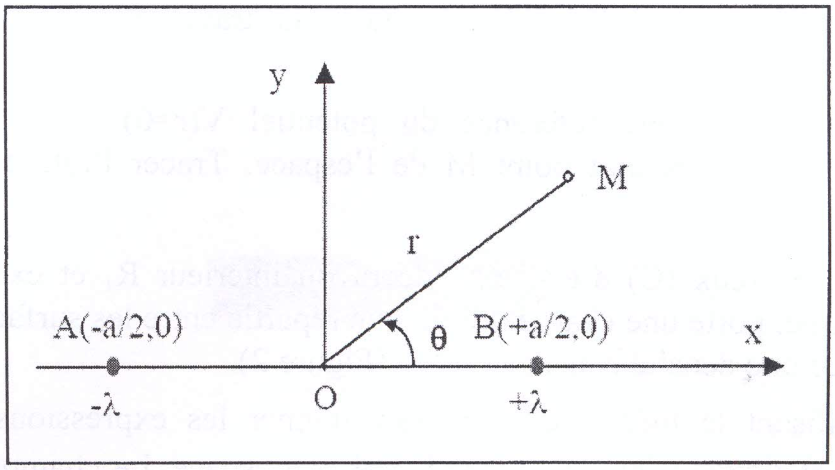

Figure 3

6. En utilisant les résultats de (5-f), donner les expressions du potentiel $V_{-\lambda}(M)$créé par le fil en A et du potentiel$V_{+\lambda}(M)$créé par le fil en B (à constante additive près).
7. Sachant que le point O est pris comme origine du potentiel : V(O) = 0 , en déduire l'expression du potentiel V(M) créé par les deux fils.
8. Dans le cadre de l'approximation dipolaire (r >> a).
   a. exprimer les distances AM et BM en fonction de r, a et θ.
   b. Montrer que : $V(M) \cong \frac{\lambda\, a\, cos\theta}{2\pi\, \varepsilon_0 r}$.
   c. En déduire les composantes radiale et orthoradiale du champ électrostatique résultant $\vec{E}(M)$.

<u>On donne :</u>

- $\overrightarrow{grad} f = \frac{\partial f}{\partial r}\vec{u}_r + \frac{1}{r}\frac{\partial f}{\partial \theta}\vec{u}_\theta + \frac{\partial f}{\partial z}\vec{u}_z$ où $f(r, \theta, z)$ est une fonction scalaire.
- Pour x <<1 , ln(1+x) ≅ x (au 1[er] ordre)

Fin de l'Epreuve

Bonne Chance