Institut Préparatoire aux Etudes d'Ingénieurs de Sfax	IPEIS	MP 1 A.U : 2017-2018 Durée : 1H 30mn

Devoir de Contrôle n°2
Physique

Mercredi 25 Avril 2018

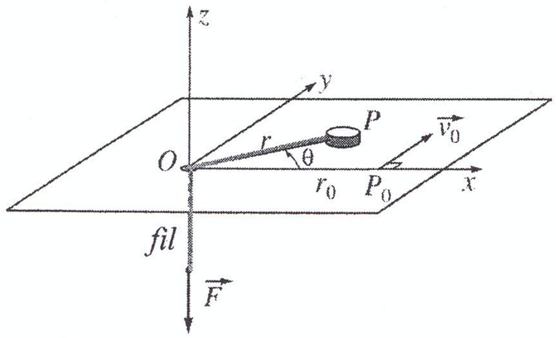
- *Les résultats littéraux devront être encadrés.*
- *Les résultats littéraux non homogènes entraîneront la perte de tous les points de la question.*
- *Les calculatrices sont autorisées.*

★ ★ ★

Exercice :

Un palet P de masse m, glisse sans frottement sur un plateau horizontal percé d'un trou à l'origine O. Sa position est repérée dans le plan (O,xy) par les coordonnées polaires r et θ, voir figure ci-dessous.

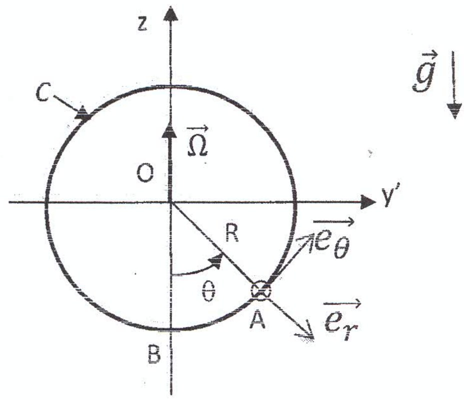
1) Déterminer les expressions des composantes radiales et orthoradiales des vecteurs vitesse et l'accélération du point matériel P.
2) Le palet attaché par un fil est lancé par un expérimentateur à la distance r_0 du point O avec une vitesse initiale orthoradiale $\vec{v}_o = v_o\vec{e}_\theta(t=0)$, on prendra $\theta(t=0)=0$. L'expérimentateur tire sur le fil de façon à rapprocher régulièrement le palet du point O : $r(t) = r_0 - bt$, avec b est une constante positive.
3) On admet que la force exercée sur P par le fil (qui reste toujours tendu) est radiale: $\vec{T} = -F\vec{e}_r$.
   a) Montrer que la vitesse angulaire du palet s'écrit $\omega = \dot{\theta} = \frac{r_0 v_0}{(r_0 - bt)^2}$.
   b) En déduire l'expression de la force $\vec{F}$ qu'il faut exercer pour réaliser cet objectif. Commenter.
   c) Calculer le travail de traction fourni par cet opérateur s'il fait passer la distance du mobile à l'axe de la valeur r_0 à la valeur r_1.



Expérimentateur

Problème :

Un point matériel *A*, de masse *m*, évolue sans frottement sur un guide circulaire *C*, vertical, de centre *O* et de rayon *R*. Le contact se maintient au cours du mouvement: concrètement, *A* peut être représenté par un anneau mobile sur *C*. Ce guide tourne uniformément, à la vitesse angulaire $\vec{\Omega} = \Omega\vec{U}_z$, ($\Omega > 0$), autour de son diamètre *BH*. Ce dernier est dirigé suivant l'axe vertical ascendant *Oz* d'un référentiel terrestre R_0 (O, *xyz*) supposé galiléen. On caractérise la position de *A* sur *C* par le paramètre angulaire $\theta = \left(\overrightarrow{OB}, \overrightarrow{OA}\right)$. En outre, on note $\vec{g}$ le champ de pesanteur terrestre, voir figure ci-dessous.



1. Donner les expressions des forces qui agissent sur A dans le référentiel relatif lié au guide R' = (Ox'y'z).
2. Exprimer, en fonction de θ, l'énergie cinétique de *A*, par rapport au référentiel tournant lié au guide
3. Trouver l'énergie potentielle E_{pp} de pesanteur en fonction de θ. On prendra comme origine (E_{pp}=0) la valeur à $\theta = \pi/2$.
4. a. A quelle condition peut-on appliquer le théorème de l'énergie cinétique dans le référentiel *R'* ?
   b. La force d'inertie d'entraînement dérive-t-elle d'une énergie potentielle ? En prenant, là aussi, comme origine la valeur à $\theta = \pi/2$, donner l'expression de cette énergie potentielle E_{pe} en fonction de θ.
5. On pose $\Omega_c^2 = \frac{g}{R}$. Déduire de ce qui précède que l'énergie potentielle totale peut se mettre sous la forme:

$$E_p = -k\cos\theta\left(1 - \frac{\beta}{2}\cos\theta\right)$$

Où $\beta = (\Omega/\Omega_c)^2$ et k une constante que l'on déterminera en fonction de *m*, *g* et *R*.

a. Etablir, à partir du théorème de l'énergie mécanique appliqué dans le référentiel tournant *R'*, l'équation différentielle à laquelle satisfait θ.
b. Trouver les positions d'équilibre de *A* dans *R'*. Que peut-on dire de la stabilité de ces positions d'équilibre?
c. Tracer le graphe donnant la position d'équilibre stable $\theta_e \neq 0$ en fonction de Ω. On précisera les valeurs de la pente $d\theta_e/d\Omega$ pour $\Omega = \Omega c$ et $\Omega >> \Omega c$. Le point correspondant à $\Omega = \Omega c$, est appelé point de "bifurcation". Quelles sont les positions d'équilibre stable pour $\Omega = \Omega c/\sqrt{2}$ et pour $\Omega = \Omega c\sqrt{2}$.