

Devoir de Contrôle 1<sup>er</sup> Semestre  
Physique

Mercredi 31 Octobre 2018

- Les résultats littéraux devront être encadrés.
- Les calculatrices sont autorisées.

**Exercice 1 (Optique Géométrique):**

On considère le système optique représenté sur la Figure ci-contre. Ce système est constitué d'une lentille mince convergente de distance focale image  $f'$  suivie d'une plaque transparente en verre d'épaisseur  $h$  et d'indice  $n$ . L'extrémité inférieure de la plaque est placée à une distance  $D$  de la lentille. On se place dans les conditions du stigmatisme approché.

Un objet  $A$  est placé à une distance  $d$  du centre  $O$  de la lentille. On notera  $A_1$  son image à travers la lentille seule.

- 1) On note  $x_1 = \overline{OA_1}$ , exprimer  $x_1$  en fonction de  $d$  et  $f'$ .

On place  $A$  de telle sorte que  $A_1$  se forme dans la plaque en verre (voir Figure). La première face du verre constitue un dioptré plan séparant l'air ( $n_{\text{air}}=1$ ) du verre d'indice  $n$ . On désigne alors par  $A_2$  l'image de  $A_1$  à travers ce dioptré plan.

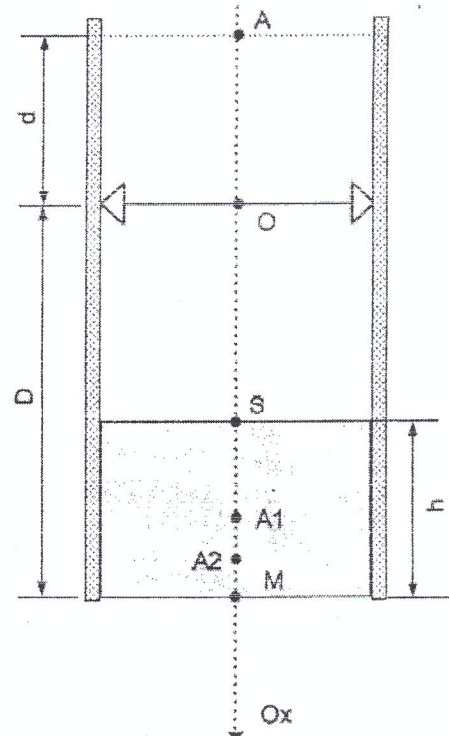
- 2) Exprimer  $\overline{SA_2}$  en fonction de  $\overline{SA_1}$ . En déduire  $\overline{OA_2}$  en fonction de  $D, h, n$  et  $x_1$ .

On règle maintenant la position de  $A$  de telle sorte que  $A_2$  se forme au point  $M$  de la face inférieure de la plaque, à une distance  $D$  de  $O$  (voir Figure).

- 3) Déterminer l'indice  $n$  en fonction de  $x_1, h$  et  $D$ .

L'objet observé est en fait étendu et de taille  $AB$  de 1 cm, placé perpendiculairement à l'axe optique. L'objet étant réglé comme précédemment, son image  $A_2B_2$  se forme donc au niveau de la face inférieure passant par  $M$ .

- 4) Sachant que  $h = d = 3\text{cm}$ ,  $D = 7\text{cm}$  et  $n = 3/2$ , calculer :
  - a. La position de  $A_1B_1$  par rapport à  $S$  ainsi que sa nature.
  - b. La distance focale  $f'$  de la lentille.
- 5) On notera qu'un dioptré plan conserve la taille des objets. Représenter à l'échelle la construction des rayons optiques correspondants à l'image  $A_2B_2$  associée à l'objet  $AB$  à travers ce système optique.



### Exercice 2 (Cinématique):

Soit  $\mathcal{R}(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$  un repère orthonormé direct. Considérons un point matériel  $M$  qui décrit, dans le plan  $(O, x, y)$  de base polaire  $(\vec{e}_\rho, \vec{e}_\theta)$ , un mouvement selon la trajectoire d'équation :

$$\rho = \frac{1}{2}\rho_0 (1 + \cos\theta).$$

Où  $\rho_0$  est une longueur donnée positive et  $0 \leq \theta \leq \pi$ .

- 1) En prenant quelques valeurs remarquables de  $\theta$ , tracer l'allure de cette trajectoire.
- 2) On s'intéresse en premier lieu au calcul du vecteur vitesse  $\vec{V}(M)$  du point mobile  $M$ .
  - a) Démontrer que la vitesse de  $M$  dans  $\mathcal{R}$  peut s'écrire sous la forme :
$$\vec{V}(M) = \rho_0 \dot{\theta} \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) \left[-\sin\left(\frac{\theta}{2}\right) \vec{e}_\rho + \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) \vec{e}_\theta\right].$$
  - b) Déterminer  $V$  le module du vecteur vitesse  $\vec{V}(M)$ .
  - c) Montrer que l'angle  $(\vec{e}_\theta, \vec{V})$  est égal à  $\theta/2$ .
  - d) Représenter graphiquement le vecteur  $\vec{V}(M)$  au point  $M_1$  telle que  $\theta_1 = \frac{\pi}{4}$ .
- 3) On s'intéresse maintenant au calcul du vecteur accélération  $\vec{a}(M)$  dans la base  $(\vec{e}_\rho, \vec{e}_\theta)$ .
  - a) Déterminer le vecteur  $\vec{a}(M)$ . Déduire sa norme.
  - b) Déterminer la composante de l'accélération tangentielle à la trajectoire.
  - c) Déduire la composante de l'accélération normale à la trajectoire.
- 4) Déterminer l'expression de l'abscisse curviligne  $s(\theta)$  du point  $M$  comptée à partir du point correspondant à  $\theta = 0$ . On donne  $s(\theta = 0) = 0$ . En déduire la longueur totale de la trajectoire considérée.

### Exercice 3 (Dynamique Galiléenne):

On étudie le mouvement d'un skieur descendant une piste faisant un angle  $\alpha$  constant avec l'horizontale. L'air exerce une force de frottement supposée de la forme  $\vec{F} = -\lambda \vec{v}$ , où  $\lambda$  est un coefficient de frottement visqueux constant positif et  $\vec{v}$  la vitesse du skieur.

En plus, le skieur glisse avec frottement solide sur la piste. Ce contact engendre une réaction de composantes tangentielle et normale  $R_T$  et  $R_N$ . Soit  $\mu$  le coefficient de frottement solide défini par :  $\mu = \frac{R_T}{R_N}$ .

À l'instant initial, le skieur prend départ d'une position choisie comme origine de l'axe  $Ox$  avec une vitesse  $V_0$  négligeable. On note  $Oy$  la normale à la piste dirigée vers le haut.

- 1) Identifier toutes les forces qui agissent sur le skieur puis appliquer le principe fondamental de la dynamique.
- 2) Déterminer les composantes de la réaction  $R_T$  et  $R_N$ .
- 3) Déterminer l'équation différentielle qui caractérise le mouvement du skieur. Déduire les lois horaires de la vitesse  $V(t)$  et de la position  $x(t)$  du skieur.
- 4) Montrer que le skieur atteint une vitesse limite  $V_l$  que l'on calculera. On donne :  $\lambda = 1$  (S.I.),  $\mu = 0,9$ ,  $g = 10 \text{ m/s}^2$ ,  $m = 80 \text{ kg}$  et  $\alpha = 45^\circ$ .
- 5) Calculer littéralement et numériquement la date  $t_1$  où le skieur aura une vitesse égale à  $V_l/2$ .
- 6) A la date  $t_1$ , le skieur tombe. On néglige alors la résistance de l'air, et on considère que le coefficient de frottement sur la piste  $\mu$  est multiplié par 10. Quelle est la nature de ce mouvement. Calculer la distance parcourue par le skieur avant de s'arrêter.