**Université De Sfax**
*Institut Préparatoire aux Etudes d'Ingénieur de Sfax*
*****************

**A.U** : 2017-2018
**Niveau :** *PC1*

Devoir de contrôle N$^o$ 1 : **Analyse**
Durée : 1H

**N.B:** **Aucun document n'est autorisé .**

**Exercice 1**
Soit $f(x) = \arcsin\left(\sqrt{\frac{1+\sin x}{2}}\right)$.

1. Donner le domaine de définition de $f$.
2. Calculer $f'$.
3. Déduire une simplification de l'expression de $f$.

**Exercice 2**

1. Déterminer les constantes $\alpha$ et $\beta$ qui vérifient:
$$\frac{1}{1-x^2} = \frac{\alpha}{1-x} + \frac{\beta}{1+x}, \quad \forall x \in \mathbb{R}\backslash\{-1,1\}.$$
En déduire une primitive de la fonction $x \mapsto \frac{1}{1-x^2}$.
2. Pour tout $t \in ]-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}[$, on pose $F(t) = \int_0^t \frac{1}{\cos\theta}\, d\theta$.
Utiliser le bon changement de variable pour montrer que
$$F(t) = \ln\left(\sqrt{\frac{1+\sin t}{1-\sin t}}\right).$$
3. Résoudre sur $]-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}[$ le problème de Cauchy suivant $\begin{cases} y' + \tan(t)\, y = 1 \\ y(0) = 0 \end{cases}$
4. Résoudre sur $\mathbb{R}$ l'équation différentielle suivante
$$(E) : y'' + y' = e^{-x} + e^{-2x}.$$