Institut Préparatoire aux Etudes d'Ingénieurs de Sfax

A.U 2017-2018
1ère année PC

Devoir de Contrôle de Physique du premier Semestre

(Durée : 1H30mn)

N.B: Il sera tenu compte de la présentation des copies.

QUESTION DE COURS

Considérons un point matériel M de masse m en mouvement par rapport à un référentiel donné $R(O,x,y,z)$ avec une vitesse $\vec{V}(M)$.

1- Donner la définition et l'expression du moment $\vec{\sigma_o}(M/R)$ en o de M par rapport à R non Galiléen.

2- Enoncer puis démontrer le théorème du moment cinétique dans R.

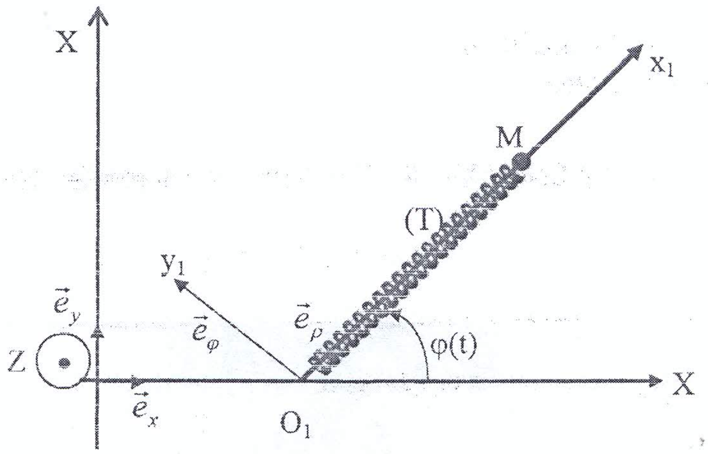
PROBLÈME

Soit OXY un plan vertical d'un référentiel fixe supposé Galiléen de Soit $\Re_1$ (OXYZ), base orthonormée et directe $(\vec{e_x},\vec{e_y},\vec{k})$. Un point matériel M de masse m se déplace **sans frottement** sur une tige (T) qui est constamment en contact par son extrémité O_1 avec l'axe OX. Le point O_1 se déplace sur l'axe OX. (Voir figure ci-dessous)

Soit $\Re_1$ (O_1, $x_1y_1z_1$=Z) de base $(\vec{e_\rho},\vec{e_\varphi},\vec{k})$ orthonormée et directe, un référentiel relatif lié à la tige (T) tel que l'axe OX_1 confondu avec (T).

La tige (T) effectue également un mouvement de rotation uniforme autour de l'axe. Le point M est rappelé vers le point O_1 par un ressort de raideur k et de longueur à vide ρ_0.

Les paramètres du système seront : $\left\|\vec{OO_1}\right\| = X(t)$, $\left\|\overrightarrow{O_1M}\right\| = \rho(t)$ et $\varphi(t) = (\vec{e_x},\vec{e_\rho}) = \omega t$



I- CINEMATIQUE :

1- Le référentiel $\Re_1$ est-il Galiléen ? Justifier clairement votre réponse.

2- Donner la vitesse de rotation de $\Re_1$ par rapport à $\Re$: $\vec{\Omega}(R_1 / R)$.

3- Déterminer la vitesse et l'accélération du point O_1 par rapport à $\Re$ dans la base $(\vec{e_x}, \vec{e_y}, \vec{k})$.

4- Déterminer le vecteur position $\overrightarrow{OM}$ en fonction de x, ρ, $\vec{e_x}$ et $\vec{e_\rho}$.

5- Calculer directement dans la base $(\vec{e_\rho}, \vec{e_\varphi}, \vec{k})$

a- La vitesse absolue de M.

b- L'accélération absolue de M.

6- Déterminer dans la base $(\vec{e_\rho}, \vec{e_\varphi}, \vec{k})$ de $\Re_1$.

a- La vitesse relative de M

b- L'accélération relative de M

c- La vitesse d'entrainement de M

d- L'accélération d'entrainement de M

e- L'accélération de Coriolis de M

7- Les lois de composition des vitesses et des accélérations sont-elles vérifiées ?

II- DYNAMIQUE :

Toutes les forces seront exprimées dans la base de $\Re_1$.

L'expression générale de la réaction $\vec{R}$ de la tige (T) sur M peut s'écrire sous la forme $\vec{R} = R_\rho \vec{e_\rho} + R_\varphi \vec{e_\varphi} + R_z \vec{k}$

1- Justifier que la composante R_ρ de la réaction $\vec{R}$ est nulle.

1- Justifier que la composante R_ρ de la réaction $\vec{R}$ est nulle.

2- Faire le bilan des forces appliquées à M dans le référentiel $\mathfrak{R}_1$.

3- Appliquer à M le principe fondamental de la dynamique dans le référentiel mobile $\mathfrak{R}_1$.

4- Déduire de ce principe :

a- L'équation différentielle du mouvement de M le long de la tige (T). on posera $\ddot{X} = a$

b- Les composantes R_φ et R_z de la réaction $\vec{R}$ de la tige.

5- Résoudre cette équation différentielle dans le cas où $\omega_0 > \omega$ avec $\omega_0 = \sqrt{\dfrac{k}{m}}$.

6- Quelle sera la vitesse minimale de M sur la tige pour que le contact entre M et (T) puisse continuer à exister dans le temps ?

III- ENERGITIQUE :

1- Calculer le travail élémentaire de chacune des forces appliquées sur M dans le référentiel mobile $\mathfrak{R}_1$.

2- Montrer que la résultante de toutes ces forces dérive d'une énergie potentielle.

3- Déterminer l'énergie potentielle totale.

4- Ecrire la condition d'équilibre de M dans le référentiel mobile $\mathfrak{R}_1$

5- Exprimer l'énergie mécanique E_m du point matériel M dans $\mathfrak{R}_1$

a- Discuter qualitativement la conservation de l'énergie mécanique.

b- Retrouver l'équation différentielle décrivant le mouvement de M dans $\mathfrak{R}_1$.