Institut Préparatoire aux Etudes d'Ingénieurs de Sfax

***A.U** 2018-2019*
1ère année PC

Devoir de Synthèse de Physique du premier Semestre

(Durée : 3H)

N.B: Il sera tenu compte de la présentation des copies.

ÉLECTROCINÉTIQUE (7 POINTS)

On place, en série avec une résistance $R = 1K\Omega$, un condensateur de capacité C =80nF en parallèle avec une bobine d'inductance $L = 40mH$.

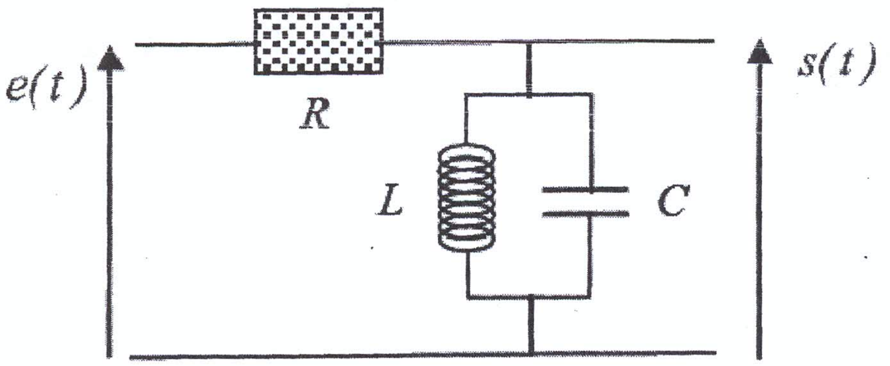
Ce circuit est alimenté par une tension $e(t) = E_m\cos(\omega t)$ et $s(t) = S_m\cos(\omega t + \varphi)$ représente la tension à la sortie du filtre.

1. Etudier qualitativement le comportement de ce filtre à basse et à haute fréquences. En déduire la nature du filtre.
2. Etablir la fonction de transfert $\underline{H}$ de ce filtre en fonction de L, C, R et ω.
3. Exprimer la fonction de transfert sous sa forme canonique :

$$\underline{H}(jx) = \frac{H_0}{1 + jQ(x - \frac{1}{x})}$$

Où Q est facteur de qualité et $x = \frac{\omega}{\omega_0}$ est la pulsation réduite. Quelles sont les expressions de la pulsation de H_0 , ω_0 et du facteur de qualité Q?

4. Calculer la fréquence propre ω_0 et le facteur de qualité Q.
5. En tenant compte du la valeur du facteur de qualité Q calculé précédemment, tracer le diagramme de Bode en Gain G_{dB} et en phase φ de ce filtre en fonction de $log(x)$.
6. Etablir les expressions littérales en fonction de ω_0 des pulsations de coupures ω_{c1} et ω_{c2}. Effectuer les applications numériques.
7. Déduire le lien entre ω_0 , Q te la largeur Δω de la bande passante.



MÉCANIQUE (13 POINTS)

On considère une bille P, de masse m, quasi ponctuelle, soumise à la pesanteur et susceptible de se déplacer à l'intérieur d'un tube cylindrique mince T, effectuant des mouvements de rotation caractérisés par une vitesse angulaire ω constante autour d'un axe fixe passant par son centre O d'un référentiel fixe $\mathcal{R}$ $(O, \vec{e}_x, \vec{e}_y, \vec{e}_z)$.
L'accélération de la pesanteur est $\vec{g}$, de module g constant, dirigée selon la verticale descendante. La position de P dans le tube est repérée par $\vec{r} = \overrightarrow{OP}$.
On pose $r = \|\overrightarrow{OP}\|$ et $\dot{r} = \frac{dr}{dt}$. À l'instant initial, $r = r_0$ et $\dot{r} = v = v_0$.
Les mouvements de la bille ont lieu sans frottements.

I. Le tube *T* est dans le plan horizontal (*xOy*) et tourne autour de l'axe (Oz), selon la figure 1 ($\vec{\omega} = \omega\vec{e}_z$). Soi $\mathcal{R}_1(O, \vec{e}_r, \vec{e}_\theta, \vec{e}_z)$ le référentiel relatif lié au tube T.

1. Calculer la vitesse relative et la vitesse d'entrainement de la bille P dans $\mathcal{R}_1$.

2. Calculer les accélérations relative, d'entrainement et de Coriolis de la bille P dans $\mathcal{R}_1$.

3. Faire le bilan des forces s'exerçant sur la bille P dans le référentiel relatif $\mathcal{R}_1$.

4. En appliquant le P.F.D, établir l''equation différentielle du mouvement de la bille par rapport au tube.

5. Résoudre cette équation différentielle puis déterminer l'équation horaire du mouvement de la bille.
On suppose qu'initialement la bille est à une distance r_0 de O et que sa vitesse est v_0.

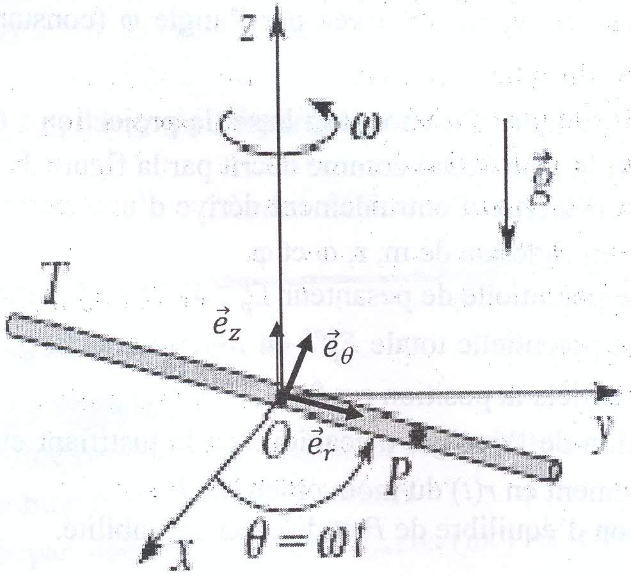
II. Le tube *T* est dans le plan vertical (*yOz*) et tourne autour de l'axe (Ox) selon la figure 2, ($\vec{\omega} = \omega\vec{e}_x$). À l'instant t, le tube fait l'angle $\theta = \omega t$ avec l'axe (Oy). On utilisera la nouvelle base de projection liée au tube : $(\vec{e}_r, \vec{e}_\theta, \overrightarrow{e_x})$

1. Établir l'équation différentielle en $r(t)$ du mouvement de P.

2. Résoudre l'équation en tenant compte des conditions initiales.

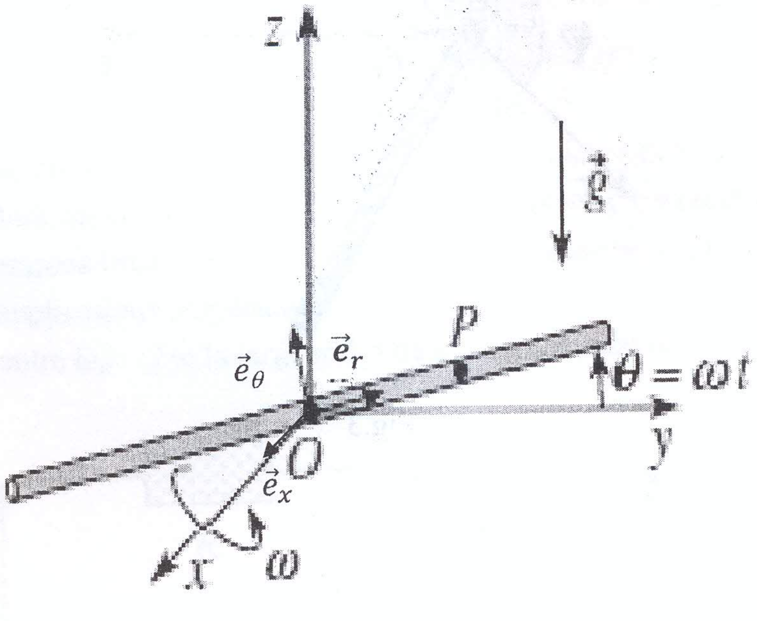
3. Déterminer les composantes de la réaction $\vec{R}$ du tube.

4. Discuter des équilibres possibles de P par rapport au tube. À quelle condition le mouvement est-il sinusoïdal ?



z
ω
$\vec{g}$
T
$\vec{e}_z$
$\vec{e}_\theta$
y
O
$\vec{e}_r$
P
x
$\theta = \omega t$

Fig. 1



z
$\vec{g}$
P
$\vec{e}_\theta$
$\vec{e}_r$
$\theta = \omega t$
y
O
$\vec{e}_x$
x
ω

Fig. 2

III. Le tube T est, dans le plan vertical (xOz) du repère mobile ($Oxyz$) orthonormé, en rotation autour de l'axe (Oz), la vitesse angulaire ω étant constante ($\vec{\omega} = \omega \vec{e}_z$). La position du tube T dans ce repère est fixée par l'angle φ (constante) qu'il fait avec l'axe (Ox) ($0 < \varphi < \frac{\pi}{2}$).

On note $\vec{R}$ la réaction du tube. On choisit la base de projection : $(\vec{e}_r, \vec{e}_\varphi, \vec{e}_y)$ où $\vec{e}_\varphi$ est orthogonal à $\vec{e}_r$ dans le plan (xOz) comme décrit par la figure 3.

1. montrer que la force d'inertie d'entrainement dérive d'une énergie potentielle E_p^{ent}. Exprimer cette énergie en fonction de m, r, ω et φ.
2. Déterminer l'énergie potentielle de pesanteur E_p^{pes} de M en fonction de m, g, r et φ.
3. Déterminer l'énergie potentielle totale E_p^{tot} en fonction de m, g, r et φ. En prenant comme origine des potentiels la position r = 0.
3. Ecrire la conservation de l'énergie mécanique en la justifiant et trouver l'équation différentielle du mouvement en $r(t)$ du mouvement de P.
4. Déterminer la position d'équilibre de P et discuter sa stabilité.

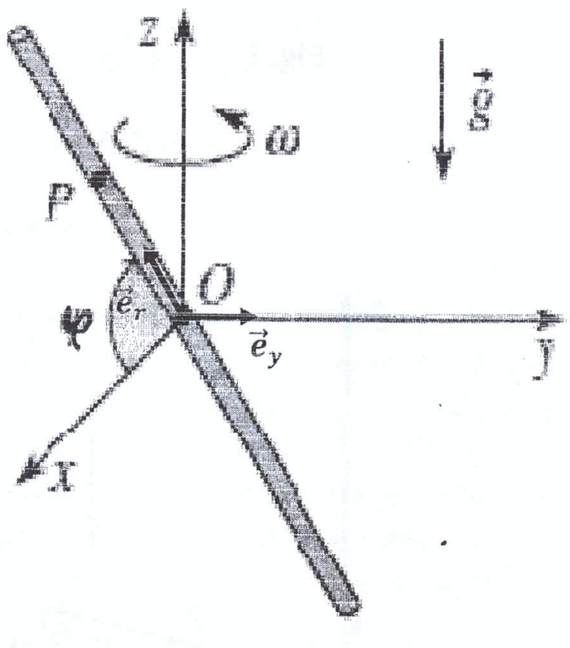


Fig.3