Université De Sfax
Institut Préparatoire aux Etudes d'Ingénieur de Sfax
****

A.U : 2018-2019
Niveau : *PC1*

Devoir de contrôle N° 1 : **Analyse**
Durée : 1H

Aucun document n'est autorisé .

Exercice 1
Soit $f(x) = \arcsin\Big(\cos(2x - \frac{\pi}{3})\Big)$.

1. Déterminer le domaine de définition de f.
2. (a) Donner le domaine de dérivabilité de f et calculer f'.
   (b) En déduire une expression simplifiée de f sur $[\frac{\pi}{6}, \frac{2\pi}{3}]$.
3. (a) Montrer que la courbe de f est symétrique par rapport à la droite $D : x = \frac{\pi}{6}$.
   (b) Montrer que f est $\pi-$périodique.
   (c) En déduire la courbe de f sur $\mathbb{R}$.

Exercice 2
Donner la solution générale rélle du problème de Cauchy suivant:

$$\begin{cases} y'' + y = \cos(x) \\ y(0) = 0 \\ y'(0) = 1 \end{cases}$$

Exercice 3
Soit l'équation différentielle $(E) : (x + i)y' + y = 1 + 2x \arctan(x)$.

1. Montrer que $\forall x \in \mathbb{R}$,

$$\cos(\arctan(x)) = \frac{1}{\sqrt{1+x^2}} \quad et \quad \sin(\arctan(x)) = \frac{x}{\sqrt{1+x^2}}.$$

2. Montrer que la solution homogène de (E) est donnée par

$$y_0(x) = \frac{\lambda}{1 - ix}, \quad \lambda \in \mathbb{C}.$$

3. (a) Donner une solution particulière (apparante) de (E_1) : $(x+i)y'+y=1$.
   (b) Donner une solution particulière de (E_2) : $(x+i)y'+y=2x\arctan(x)$.
   (c) En déduire une solution particulière de (E).
4. Donner l'ensemble des solutions de (E).

◇ **Bon travail** ◇