Institut Préparatoire aux Etudes
d'Ingénieurs de Sfax

A.U 2019-2020
1ère année PC

Devoir de Contrôle de Physique du Premier Semestre

(Durée : 1H30mn)

Exercice : (6 points)

Le mouvement d'une particule M se déplaçant dans le plan (xoy) est décrit par les équations suivantes :

$x(t) = v_0t \cos\omega t$ et $y(t) = v_0t \sin\omega t$ où t est le temps, vo (vitesse) et ω (pulsation) sont des constantes positives.

1- Déterminer les coordonnées polaires (ρ,θ) du point M.

2- Déterminer les composantes du vecteur vitesse et son module dans la base polaire $(\vec{e}_\rho,\vec{e}_\theta)$.

3- Déterminer les composantes du vecteur accélération et son module dans la base polaire.

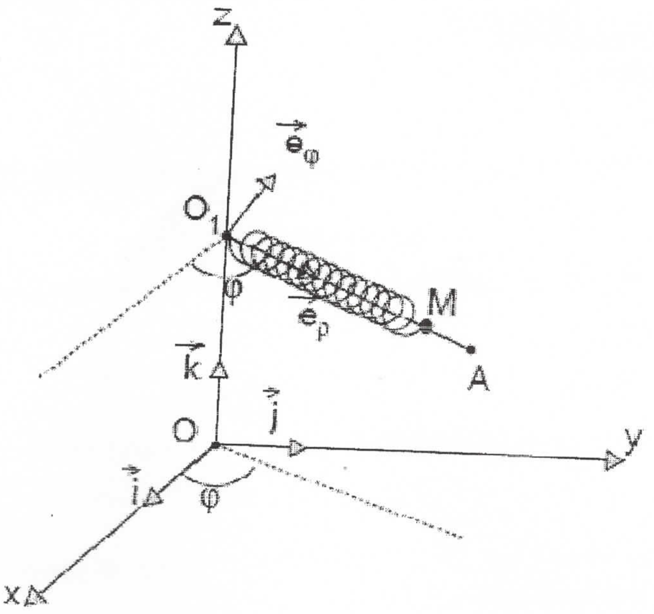
4- Déterminer les vecteurs unitaires tangent $\vec{\tau}$ et normale $\vec{N}$ de la base de Serre- Frenet sachant que le vecteur binormale $\vec{B}=\vec{k}$.

6- Déterminer les expressions des composantes tangentielle et normale de l'accélération.

7- Déduire le rayon de courbure de la trajectoire.

Problème : (14 points)

Un anneau assimile à un point matériel M de masse m se déplace **sans frottement** sur un axe (O_1A). Le point M est attaché à l'extrémité d'un ressort de constante de raideur k et de longueur à vide ℓ_o. L'autre extrémité du ressort est fixée au point O_1, voir figure ci-dessous. L'axe (O_1A) est horizontal et animée d'un mouvement de rotation uniforme autour de l'axe Oz avec une vitesse angulaire constante ω. Le point O_1 est repéré par $\overrightarrow{OO_1} = V_o t\vec{k}$; t étant le temps et V_o est une constante positive.



Figure

Soient $\mathcal{R}$ $(\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ le repère du laboratoire supposé galiléen et le repère $\mathcal{R}_1$ $(O_1,\vec{e}_\rho,\vec{e}_\varphi,\vec{k})$ lié à l'axe (O_1A). Le point M est repéré dans le référentiel $\mathcal{R}_1$ par $\overrightarrow{O_1M} = \rho\,\vec{e}_\rho$ et $(\vec{i},\vec{e}_\rho) = \varphi = \omega t$.

Toutes les grandeurs vectorielles doivent être exprimées dans la base $(\vec{e}_\rho,\vec{e}_\varphi,\vec{k})$.

I- Partie cinématique

1- Montrer que $\vec{\omega}(\mathcal{R}_1)/\mathcal{R}) = \dot{\varphi}\,\vec{k}$

2- Déterminer les expressions du vecteur vitesse $\vec{V}(M/\mathcal{R}_1)$ dans $\mathcal{R}_1$ et du vecteur vitesse d'entraînement $\vec{V}_e$ (M).

3- En déduire l'expression du vecteur vitesse $\vec{V}(M/\mathcal{R})$ dans $\mathcal{R}$.

4- Déterminer les expressions du vecteur accélération $\vec{a}(M/\mathcal{R}_1)$ dans $\mathcal{R}_1$, du vecteur accélération d'entrainement $\vec{a}_e$ (M) et du vecteur accélération de Coriolis $\vec{a}_c$ (M).

5- En déduire l'expression du vecteur accélération $\vec{a}(M/\mathcal{R})$ dans $\mathcal{R}$.

II- Partie dynamique

6- Faire le bilan des forces appliquées au point matériel M dans le référentiel $\mathcal{R}_1$ en donnant l'expression de chacune d'elles.

7- Appliquer le principe fondamental de la dynamique dans le référentiel $\mathcal{R}_1$.

8- En déduire les composantes de la réaction $\vec{R}$ de l'axe (O_1A) sur M.

9- Déterminer l'équation différentielle vérifiée par ρ.

10- Donner la solution de l'équation différentielle dans les deux cas : $\sqrt{\frac{k}{m}} > \omega$ et $\sqrt{\frac{k}{m}} < \omega$.

On suppose qu'à t = 0, $\rho(0) = \ell_o$ et $\dot{\rho}(0) = 0$.