Université De Sfax
Institut Préparatoire aux Etudes d'Ingénieur de Sfax
****

A.U : 2019-2020
Section : PC1

Devoir de contrôle N° 1 : **Analyse**
Durée : 1H

N.B: Aucun document n'est autorisé et l'usage de la calculatrice est interdit.

Exercice 1
Soit f la fonction définie par $f(x) = \arccos(\cos(x)) + \arcsin(\cos(2x))$.

1. Donner le domaine de définition D_f de f.
2. Etudier la périodicité et la parité de f.
3. On pose $g(x) = \arcsin(\cos(2x))$.
   (a) Donner le domaine de dérivabilité de g et calculer $g'(x)$.
   (b) Déduire une expression simplifiée de $g(x)$ sur $\left[0, \frac{\pi}{2}\right]$ puis sur $\left[\frac{\pi}{2}, \pi\right]$.
   (c) i. Donner la relation liant $\arccos(x)$ et $\arcsin(x)$ (sans donner la preuve).
   ii. Retrouver alors l'expression simplifiée de $g(x)$ sur $\left[0, \frac{\pi}{2}\right]$.
4. Déduire que $f(x) = \frac{\pi}{2} - x,\ \forall x \in \left[0, \frac{\pi}{2}\right]$ et $f(x) = \frac{-3\pi}{2} + 3x,\ \forall x \in \left[\frac{\pi}{2}, \pi\right]$.
5. Tracer alors la courbe représentative de f sur au moins deux périodes.

Exercice 2
Soit

$$F(x) = \int \frac{2 - chx + shx}{2chx} dx.$$

1. En effectuant un changement de variable, montrer que $F(x) = \displaystyle\int \frac{2t-1}{t(t^2+1)} dt$.
2. Chercher les réels a, b et c vérifiant $\dfrac{2t-1}{t(t^2+1)} = \dfrac{a}{t} + \dfrac{bt+c}{t^2+1}$.
3. Déduire $F(x)$.