

Devoir de Contrôle N° 1



Une grande importance sera attachée à la rigueur du raisonnement, à la clarté de la rédaction et au soin de la présentation.

### ? Exercice 1

Soient  $x \in \mathbb{R}$  et  $n \in \mathbb{N}^*$ . Calculer les sommes suivantes :

$$S_1 = \sum_{k=0}^n \cos(kx)$$

$$S_2 = \sum_{k=1}^n \sin(kx)$$

$$S_3 = \sum_{1 \leq i, j \leq n} \min(i, j)$$

$$S_4 = \sum_{1 \leq i \leq j \leq n} C_j^i$$

### ? Exercice 2

Soit  $n$  un entier supérieur ou égal à 3. Pour tout  $k \in \{0, \dots, n-2\}$ , on note  $A_k$  le point d'affixe  $z_k$  défini comme suit :

$$z_0 = 1 \quad \text{et} \quad z_{k+1} = z_k e^{\frac{2i\pi}{n}}$$

1. Donner l'écriture complexe d'une rotation de centre  $I$  et d'angle  $\theta$ .
2. Montrer que les points  $A_0, \dots, A_{n-1}$  forment un polygone régulier.
3. Résoudre l'équation suivante :

$$(E) : z^n = 1.$$

4. Calculer par deux méthodes :

$$S = \sum_{k=0}^{n-1} z_k \quad \text{et} \quad P = \prod_{k=0}^{n-1} z_k.$$