Institut Préparatoire aux Etudes d'Ingénieurs de Sfax

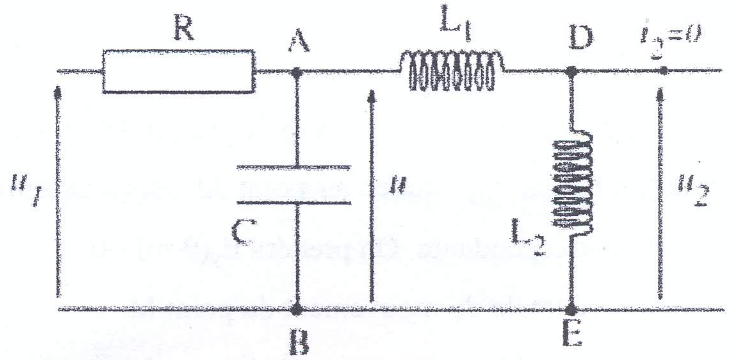
A.U 2022-2023
1ère année PC

Devoir de Synthèse de Physique du premier Semestre

(Durée : 3H)

PARTIE ÉLECTROCINÉTIQUE (7 PTS)

On considère le montage ci-dessous :



Dans tout l'exercice, on prendra : $L = L_1 = L_2 = 1.0$ mH, C= 0.20 µF et R = 2 kΩ.

1) En considérant son comportement asymptotique à haute et basse fréquence, déterminer sans calcul la nature du filtre.
2) En utilisant le théorème de Millman, déterminer le potentiel $\underline{V}_A$ au point A.
3) Donner l'expression de la tension $\underline{u}_2$ en fonction de $\underline{V}_A$.
4) Ecrire la fonction de transfert sous la forme canonique :

$$\underline{H}(j\omega) = H_0 \frac{j\frac{x}{Q}}{1 - x^2 + j\frac{x}{Q}}.$$

Q représente le facteur de qualité et $x = \frac{\omega}{\omega_0}$ est la pulsation réduite. Déterminer les expressions de la pulsation ω_0 et du facteur de qualité Q en fonction de R, L et C. Donner les valeurs numériques de H_0, ω_0 et Q.

5) Tracer le diagramme de Bode en Gain ($G_{dB}(x) = 20log|\underline{H}|$) et en phase $\varphi(x)$ de ce filtre. On précisera les équations des asymptotes.

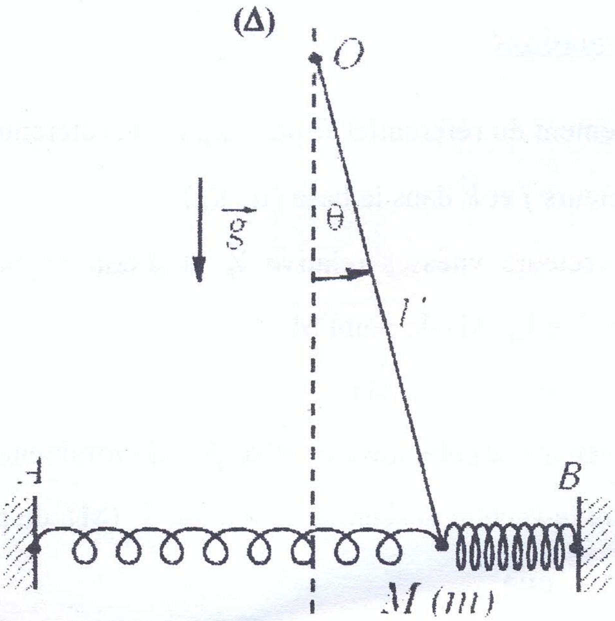
PARTIE MÉCANIQUE (13 PTS)

Exercice : (3 pts)

On considère un pendule constitué d'une tige de longueur l rigide de masse négligeable. Elle peut tourner librement sans frottement autour d'un axe Δ passant par son extrémité supérieure O. À l'extrémité inférieure de la tige (M) est fixée une masse m que l'on supposera ponctuelle. Par ailleurs, ce point M est relié à deux ressorts identiques (k, l_0) eux-mêmes accrochés à des points symétriques A et B de façon que lorsque l'ensemble est en équilibre la tige OM est verticale. On écarte très légèrement le système de cette position d'équilibre.

En appliquant le théorème du moment cinétique en O, montrer que le mouvement est sinusoïdal et que la période des petites oscillations s'écrit :

$$T = \frac{2\pi}{\sqrt{\dfrac{g}{l} + \dfrac{2k}{m}}}$$



PROBLÈME : (10 PTS)

L'espace physique est rapporté au référentiel absolu, supposé galiléen, $\mathcal{R}_O(O,X,Y,Z)$ muni de la base orthonormée directe $(\vec{I},\vec{J},\vec{K})$, avec l'axe OZ vertical ascendant.

On considère une circonférence C de centre O' et de rayon a dans un plan vertical qui est solidaire à l'axe OZ à l'aide d'une tige horizontale OA (OA=a). On désigne par $\mathcal{R}(O',x,y,z)$ le référentiel relatif lié à la circonférence et muni de la base orthonormée directe $(\vec{\imath},\vec{\jmath},\vec{k}=\vec{K})$. La circonférence et la tige OA tournent autour de l'axe OZ à la vitesse angulaire constante ω; $\vec{\omega}=\omega\,\vec{k}$ étant le vecteur rotation instantané.

On se propose d'étudier le mouvement d'un anneau assimilé à un point matériel M qui glisse **sans frottement** sur la circonférence C située dans le plan vertical (yO'z).

La position du point M est repérée par l'angle $\theta=(\vec{\jmath},\overrightarrow{O'M})$ et par le vecteur $\overrightarrow{O'M}=a\vec{u}_r$.

On exprimera toutes les grandeurs vectorielles dans la base $\mathcal{B}$ $(\vec{u}_r,\vec{u}_\theta,\vec{\imath})$.

I. Etude cinématique

I.1. Quel est le mouvement du référentiel $\mathcal{R}$ par rapport au référentiel $\mathcal{R}_O$?

I. 2. Exprimer les vecteurs $\vec{\jmath}$ et $\vec{k}$ dans la base $(\vec{u}_r,\vec{u}_\theta)$.

I.3. Déterminer les vecteurs vitesses relative $\vec{V}_r$ et d'entraînement $\vec{V}_e$ du point M. Déduire la vitesse absolue $\vec{V}_a$ (M) du point M.

I.4. Retrouver par le calcul direct $\vec{V}_a$ (M).

I.5. Déterminer les vecteurs accélération relative $\vec{\gamma}_r$, d'entraînement $\vec{\gamma}_e$ et de Coriolis $\vec{\gamma}_c$ du point M. Déduire le vecteur accélération absolue $\vec{\gamma}_a$ (M), du point M.

II. Etude dynamique

L'expression générale de la réaction $\vec{R}$ de la circonférence sur M peut s'écrire sous la forme : $\vec{R}=R_r\vec{u}_r+R_\theta\vec{u}_\theta+R_x\vec{\imath}$

II.1. Justifier que la composante R_θ de la réaction $\vec{R}$ est nulle.

II.2. Faire le bilan des forces qui s'exercent sur le point M dans le référentiel $\mathcal{R}$.

II. 3. Ecrire le principe fondamental de la dynamique appliquée au point M dans le référentiel $\mathcal{R}$ et le projeter dans la base $\mathcal{B}$.

II. 4. En déduire l'équation différentielle du mouvement du point M.

II.5. En déduire les composantes de la réaction de la circonférence sur le point matériel M.

II. 6. En appliquant le théorème du moment cinétique au point O', retrouver l'équation différentielle du mouvement du point M par rapport au référentiel $\mathcal{R}$.

III. Etude Energétique

III. 1. Énoncer le théorème de l'énergie mécanique.

III. 2. Donner l'expression du travail élémentaire de chaque force s'exerçant sur M.

III. 3. Montrer que les forces appliquées au point M sont conservatives et calculer l'énergie potentielle E_p correspondante. On prendra $E_p(\theta=0) = 0$

III. 4. Déterminer l'énergie totale du mouvement du point M.

a- Discuter qualitativement la conservation de l'énergie mécanique.

b- Retrouver l'équation différentielle du mouvement du point M dans le référentiel $\mathcal{R}$.