Institut Préparatoire aux Etudes d'Ingénieurs de Sfax	IPEIS	PT1 A.U. : 2021-2022 Durée : 1,5 h

Devoir de Physique N°1

Exercice 1 :

On considère un cylindre d'axe vertical, de rayon R et de hauteur h, auquel est lié le repère cartésien orthonormé direct $\Re\left(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$ (voir figure 1).

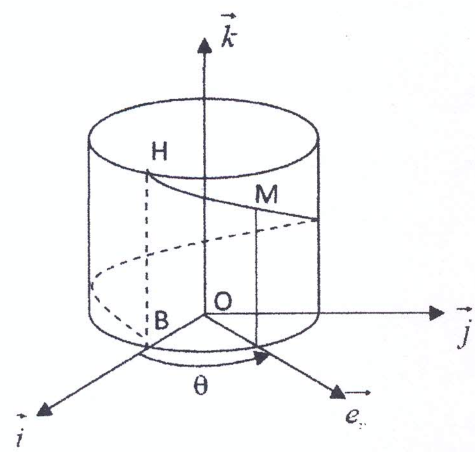

Figure 1

La surface latérale du cylindre porte un tube mince de forme hélicoïdale HB dans lequel se déplace un point matériel M. Les équations paramétriques de la trajectoire du point M sont données par :

$$\begin{cases} x = R\cos\theta \\ y = R\sin\theta, \qquad 0 \le \theta \le 2\pi \\ z = R(2\pi - \theta) \end{cases}$$

1) Donner le vecteur position du point M dans la base cylindrique $\left(\vec{e}_r,\ \vec{e}_\theta,\ \vec{k}\right)$
2) Déterminer le vecteur vitesse $\vec{v}(M)$ du point M. Quelle est sa norme ?
3) Déterminer l'abscisse curviligne s du point M sachant que $s=0$ lorsque $\theta=0$.
4) Déterminer le vecteur accélération $\vec{\gamma}(M)$ dans la base cylindrique, et calculer sa norme.
5) Montrer que le vecteur unitaire tangent au point M est,

$$\vec{T} = \frac{1}{\sqrt{2}}\left(-\sin\theta\,\vec{i} + \cos\theta\,\vec{j} - \vec{k}\right)$$

6) Déterminer les composantes des accélérations tangentielle γ_T et normale γ_N du point M.
7) Déduire le rayon de courbure R_C de la trajectoire en M.

Exercice 2 :

Soient $\Re(O,x,y,z)$ *un référentiel absolu muni de la base* $\left(\vec{\mathbf{i}},\vec{\mathbf{j}},\vec{\mathbf{k}}\right)$ *et* $\Re_1\left(O_1,\vec{\mathbf{i}}_1,\vec{\mathbf{j}}_1,\vec{\mathbf{k}}\right)$ le référentiel relatif dont l'origine O_1 est en mouvement rectiligne sur l'axe(Oz). On donne $\overline{OO_1} = at\,\vec{\mathbf{k}}$ où a est une constante positive et t le temps. En plus, $\Re_1$ tourne autour de l'axe (Oz) avec une vitesse angulaire constante ω_1 telle que $\vec{\Omega}\left(\Re_1/\Re\right) = \omega_1\,\vec{\mathbf{k}}$ $\left(\omega_1 = \dfrac{d\theta}{dt} = \dot{\theta}\right)$.

Dans le plan horizontal$\left(O_1,\vec{\mathbf{i}}_1,\vec{\mathbf{j}}_1\right)$, une tige (T) tourne autour de l'axe (Oz) avec une vitesse angulaire constante ω_2, tel que $\varphi = \omega_2 t = \left(\widehat{\vec{\mathbf{i}}_1,\vec{\mathbf{e}}_\rho}\right)$.

Un point M est assujetti à se déplacer sur la Tige(T). Il est repéré dans le référentiel mobile $\Re_1$ par :

$$\overline{O_1M} = \rho\,\vec{\mathbf{e}}_\rho$$

où $\vec{\mathbf{e}}_\rho$ est le vecteur unitaire radial porté par la tige (voir figure 2).

N.B. : ***Toutes les expressions vectorielles doivent être exprimées dans la base mobile*** $\left(\vec{\mathbf{e}}_\rho,\vec{\mathbf{e}}_\varphi,\vec{\mathbf{k}}\right)$.

1) Déterminer $\vec{\mathbf{v}}_r(M)$ la vitesse relative de *M*.

2) Déterminer $\vec{\mathbf{v}}_e(M)$ la vitesse d'entrainement de *M*.

3) En déduire $\vec{\mathbf{v}}_a(M)$ la vitesse absolue de *M*.

4) Déterminer $\vec{\gamma}_r(M)$ l'accélération relative de *M*.

5) Déterminer $\vec{\gamma}_e(M)$ l'accélération d'entrainement de *M*.

6) Déterminer $\vec{\gamma}_c(M)$ l'accélération de Coriolis de *M*.

7) En déduire $\vec{\gamma}_a(M)$ l'accélération absolue de *M*.

8) Retrouver, par calcul direct, la vitesse absolue $\vec{\mathbf{v}}_a(M)$.

9) Retrouver , par calcul direct, l'expression $\vec{\gamma}_a(M)$ de l'accélération absolue de *M*.

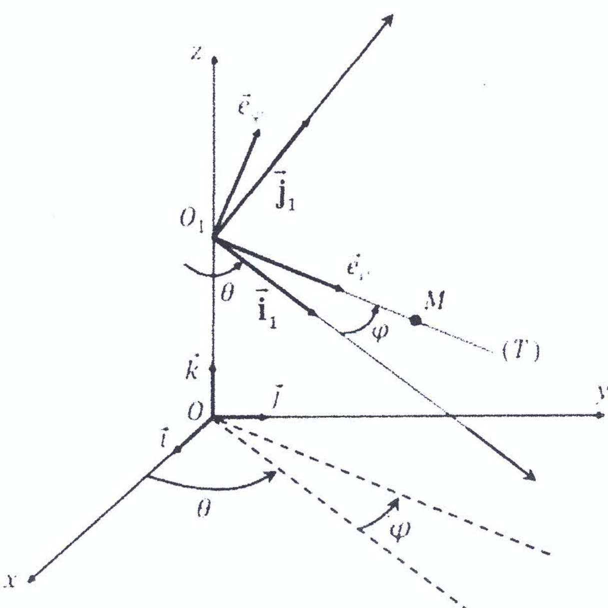

Figure 2