Institut Préparatoire aux Etudes d'Ingénieurs de Sfax

IPEIS

14/12/2021
PT1
Durée : 3 heures

Examen de Physique

Exercice 1: (Force centrale)

On se propose d'étudier le mouvement d'un satellite M, de masse m=150 kg, dans un référentiel géocentrique R_g lié au centre O de la terre et supposé galiléen. Dans un premier temps, une fusée ramène le satellite sur une orbite circulaire basse ($r_1=R+h_1$) située à une altitude h_1=222 km.
On suppose que le satellite n'est soumis qu'à la force de gravitation terrestre. On fera cette étude dynamique dans la base polaire ($\vec{u}_r$, $\vec{u}_\theta$) et le système des coordonnées polaires (r, θ).

Données numériques :

- Masse de la Terre $M_T = 6\ 10^{24}\ kg$
- Rayon de la Terre $R = 6378\ km$
- Constante de gravitation universelle $G = 6{,}67 10^{-11}\ N.m^2.kg^{-2}$
- Accélération de pesanteur au niveau du sol $g_0 = 9{,}8\ ms^{-2}$

Mouvement circulaire sur l'orbite basse

1) Déterminer l'expression du module $g(r)$ du champ gravitationnel terrestre en fonction de r, R et g_0.
2) Déterminer les vecteurs vitesse et accélération du satellite lors de son mouvement circulaire.
3) Démontrer que le mouvement est uniforme.
4) Exprimer la vitesse du satellite en fonction de g_0, R et r. Calculer sa valeur $V_1(r=r_1)$.
5) Exprimer l'énergie cinétique E_c et l'énergie potentielle de gravitation E_p du satellite en orbite circulaire en fonction de m, g_0, R et r. Sachant que $E_p(\infty) = 0$.
6) Exprimer l'énergie mécanique du satellite en fonction de son énergie cinétique.

Trajectoire de transfert et mise en orbite géostationnaire

Par la suite, le satellite est lancé d'un point A de l'orbite circulaire basse (r_1 ,θ_A=0) vers un deuxième orbite circulaire plus loin (l'orbite géostationnaire) situé à un altitude $h_2=622\ km$ (voir la figure 1). Soit B (r_2 ,θ_B) le point d'intersection entre l'orbite géostationnaire et la trajectoire de transfert (ζ_{AB}) entre les deux orbites circulaires.

On rappelle que l'énergie mécanique et l'équation de la trajectoire d'un point matériel soumis à une force centrale de gravitation sont données par : $r = \frac{P}{1+e\cos(\theta)}$ et $E_m = \frac{K}{2P}(e^2-1)$ avec $k = GmM_T$

7) Calculer l'excentricité e et le paramètre P de la trajectoire de transfert. Déduire la distance a de demi-grand axe de l'ellipse.
8) Déterminer l'expression et la valeur de l'énergie mécanique sur l'orbite de transfert.
9) Déterminer la durée nécessaire t_f du transfert du satellite de l'orbite basse vers l'orbite géostationnaire.

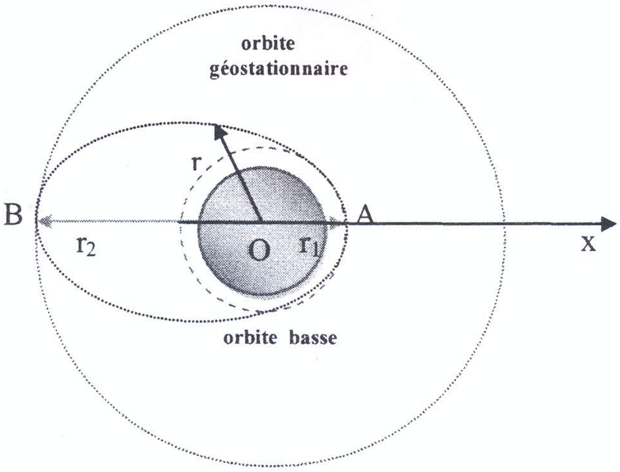

Figure 1

Exercice 2: (Energétique)

Dans le plan vertical (Oxz), un petit chariot M, de masse m, glisse sans frottement sur une piste $(ABCDEF)$ se terminant par une boucle circulaire de rayon R (voir figure 2). L'étude du mouvement de M sur la boucle $(BCDE)$ se fait naturellement en coordonnées polaires (R,θ) et la base associée $(\overrightarrow{e_r}, \overrightarrow{e_\theta})$.
On appellera $\vec{F}$ la réaction normale de la piste sur le chariot (F existe $\forall\, \theta$, $F(\theta) > 0$). On notera V_M la vitesse du point M repéré par l'angle θ.

L'objectif de l'exercice est de calculer la valeur minimale de l'altitude h du point A pour que le chariot abandonné en A sans vitesse initiale ($V_A = 0$) puisse faire le tour complet de la boucle en restant en contact avec la piste tout le long du trajet. On choisit l'origine de l'énergie potentielle au niveau du sol ($E_P(B) = 0$)

1) Donner les expressions de l'énergie potentielle $E_P(A)$ et $E_P(M)$ en fonction de m, g, h, R et θ.
2) Écrire l'énergie mécanique totale aux points A et M. Conclure.
3) En déduire la relation $\frac{V_M^2}{R}$ en fonction de g, R, h et θ.
4) Appliquer le principe fondamental de la dynamique sur la partie circulaire et exprimer la réaction F.
5) Utiliser les questions 3 et 4, pour exprimer F/m en fonction de h, g, R et θ.
6) Pour la valeur de l'angle $\theta=\pi$, la réaction F est minimale. Dans ce cas, déterminer l'altitude minimale h pour que le chariot fasse un tour complet sur la boucle circulaire sans quitter la piste.

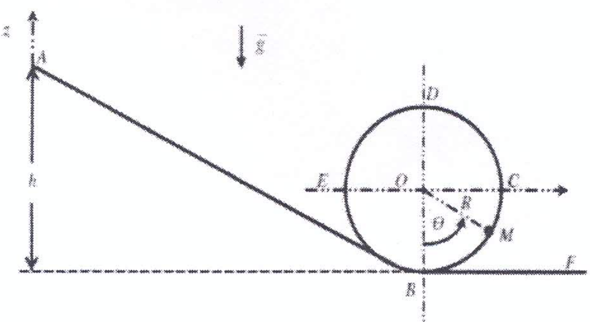

Figure 2

Exercice 3: (Optique géométrique)

On considère un doublet de lentilles minces non accolées L_1 ($O_1, f'_1=6\ cm$) et L_2 ($O_2, f'_2=12\ cm$).

Un objet droit AB est placé $24\ cm$ avant la lentille L_1.

La distance entre les deux lentilles est notée : $e= O_1O_2 =30\ cm$.

1) **a/** Calculer l'intervalle optique $\Delta = \overline{F'_1F_2}$ où F'_1 est le foyer image de L_1 et F_2 le foyer objet de L_2.
   b/ Calculer la vergence totale du doublet en utilisant la formule de Gullstrand : $V=V_1+V_2-eV_1V_2$
2) Calculer les positions de l'image A_1B_1 donnée par la première lentille et celle de l'image $A'B'$ obtenue par la deuxième lentille.
3) Faire une construction géométrique et décrire le sens, la nature des images formées.
4) Calculer le grandissement γ du doublet de lentilles.
5) Déterminer la position $\overline{O_2C}$ et le diamètre D du cercle oculaire qui est l'image de la lentille L_1 (de diamètre $d=6\ cm$) par la deuxième lentille L_2. Faire une construction géométrique.