

DEVOIR DE CONTROLE - 1^{ère} semestre

Épreuve de Physique
(2^{ème} Année de Préparation Biologie - Géologie)
Mercredi 19 Octobre 2016 de 8h30 à 10h30

Exercice I : Etude thermodynamique de la traction d'une barre

On considère une barre métallique homogène de longueur l , de section constante s , de masse volumique ρ et de chaleur massique constante c , sur laquelle on exerce une force F dans le sens de la longueur. On admet que l'état de la barre est alors bien défini par la température T et la force F ; ainsi, l est une fonction de F et de T .

1. Soit dl l'allongement de la barre correspondant à des variations dF et dT de F et T . La chaleur reçue par la barre pendant une transformation réversible peut s'écrire :

$$\delta Q = K(F, T) dF + A(F, T) dT$$

Écrire les expressions des différentielles de l'énergie totale U et de l'entropie S correspondant aux variations dF et dT de F et T .

2. En écrivant que dU et dS sont des différentielles totales exactes montrer que :

$$K(F, T) = T \left(\frac{\partial \ell}{\partial T} \right)_F \text{ et } \left(\frac{\partial A}{\partial F} \right)_T = T \left(\frac{\partial^2 \ell}{\partial T^2} \right)_F$$

3. Soit le coefficient de dilatation linéaire λ , $\lambda = \frac{1}{\ell} \left(\frac{\partial \ell}{\partial T} \right)_F$.

Déduire l'équation d'état de la barre.

4. On suppose maintenant la traction adiabatique réversible.

4.1. Exprimer le rapport $\frac{dT}{dF}$ en fonction de λ, c, ρ, s et T sachant que le coefficient A est définie par

$$A = \left(\frac{\partial Q}{\partial T} \right)_F = mc ; c, \rho \text{ et } s \text{ sont respectivement la capacité thermique, la masse volumique et la section}$$

de la barre métallique.

4.2 Application numérique : Calculer la variation de température qu'entraîne une traction adiabatique de 100 N/mm^2 d'une barre d'aluminium, à 27°C , pour laquelle : $\lambda = 2,5 \cdot 10^{-5} \text{ S.I.}$, $c = 930 \text{ J/(Kg.K)}$ et $\rho = 2,7 \text{ g/cm}^3$.

5. On chauffe maintenant la barre réversiblement en maintenant sa longueur constante.

Soit le module d'élasticité isotherme E_T défini par : $\frac{1}{E_T} = \frac{s}{\ell} \left(\frac{\partial \ell}{\partial F} \right)_T$

5.1. Exprimer le rapport $\frac{dT}{dF}$ en fonction de λ, E_T et s .

5.2 Application numérique : Pour la barre précédente : $E_T = 12 \cdot 10^{10} \text{ N/m}^2$. Quelle force par unité de surface faut-il exercer pour élever sa température de 1°C , en maintenant sa longueur constante ?

Exercice II : Détermination de la masse molaire

On refroidit une solution liquide de provitamine A dans le benzène (qui joue le rôle alors de solvant), et on note T_B la température lorsque la solution liquide est en équilibre avec du solide.

Soit T_B^* la température du benzène lorsque le benzène solide est en équilibre avec le benzène liquide.

On suppose que la solution liquide de provitamine A dans le benzène est idéale, le solide n'est constitué que de benzène et on néglige l'influence de la pression.

1. Exprimer le potentiel chimique $\mu_{B,s}^*(T)$ du benzène dans le solide en fonction du potentiel chimique standard du benzène solide $\mu_{B,s}^o(T)$.

Le potentiel chimique $\mu_{B,\ell}(T)$ du benzène dans la solution idéale s'écrit :

$$\mu_{B,\ell}(T) = \mu_{B,\ell}^o(T) + RT \ln x_B$$

$\mu_{B,\ell}^o(T)$ est potentiel chimique standard du benzène liquide.

2. Comment traduit-on que la solution liquide est en équilibre avec le solide ?

3. Rappeler la relation de Gibbs-Helmholtz sur les grandeurs molaires.

4. Dédurre des deux questions précédentes une expression de $\frac{d \ln x_B}{dT}$ en fonction des enthalpies molaires standard du benzène liquide et solides, notées respectivement $H_{m,B\ell}^o$ et $H_{m,Bs}^o$, de la constante des gaz parfaits R et de la température T .

5. Montrer alors que $\ln x_B = \frac{H_{m,B\ell}^o - H_{m,Bs}^o}{R} \left(\frac{1}{T_B^*} - \frac{1}{T_B} \right)$.

6. En faisant des approximations appropriées, montrer que $T_B^* - T_B = K x_A$ où x_A est la fraction molaire de la provitamine A et K est une grandeur que l'on exprimera en fonction des données thermodynamiques propres au benzène.

7. Application numérique : Calculer la masse molaire de la provitamine A sachant qu'une solution de $0,855 \text{ g}$ de provitamine A dans $25,000 \text{ g}$ de benzène donne $T_B^* - T_B = 0,324^\circ\text{C}$.

On donne pour le benzène $H_{m,\ell}^o - H_{m,s}^o = 10,6 \text{ kJ} \cdot \text{mol}^{-1}$; la température de fusion du benzène est de $T_B^* = 6^\circ\text{C}$. On donne les masses molaires $M_C = 12,01 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$ et $M_H = 1,01 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$ et la constante des gaz parfaits $R = 8,314 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{mol}^{-1}$.