

DEVOIR DE SYNTHÈSE – 2^{ème} SEMESTRE

Épreuve de Physique
(2^{ème} Année de Préparation Biologie - Géologie)

Jeudi 04 Mai 2017 de 8h30 à 11h30

Problème 1 : Ondes acoustiques

On note $u(z, t)$ le déplacement, $v(z, t)$ la vitesse particulaire et $p(z, t) = P(z, t) - P_0$ la pression acoustique d'une onde acoustique plane sinusoïdale, de fréquence f qui se propage selon l'axe Oz , avec une célérité c , dans un milieu de masse volumique $\rho(z, t) = \rho_0 + \mu(z, t)$ et de coefficient de compressibilité isentropique χ .

I- Préliminaire

On considère une onde sinusoïdale de longueur d'onde λ qui se propage en tout point M d'abscisse z à un instant t . L'onde correspondante en terme de $p(z, t)$ s'écrit en notation complexe:

$$\tilde{p}(z, t) = p_0 \exp(j(\omega t - kz))$$

- 1- Caractériser l'onde décrite par la pression acoustique $\tilde{p}(z, t)$.
- 2- Donner l'expression de k en fonction de ω et c .
- 3- Par application de la relation fondamentale de la dynamique à une tranche du fluide comprise entre z et $z + dz$, de section S et de masse élémentaire dm , établir la relation suivante :

$$\frac{\partial \tilde{p}(z, t)}{\partial z} = -\rho_0 \frac{\partial \tilde{v}(z, t)}{\partial t}$$

- 4- Déterminer la vitesse particulaire $\tilde{v}(z, t)$ en fonction de $\tilde{p}(z, t)$ et déduire qu'elle s'écrit sous la forme suivante : $\tilde{v}(z, t) = v_0 \exp(j(\omega t - kz))$.

Exprimer la valeur maximale v_0 en fonction de ρ_0 , c et p_0 .

- 5- Rappeler en quoi consiste l'approximation de l'acoustique.
- 6- Montrer que l'approximation acoustique est vérifiée lorsque la pression acoustique $p_0 = 8 \cdot 10^{-2} \text{ Pa}$.

On donne pour l'air ($T = 25^\circ \text{C}$) : $\rho_0 = 1.3 \text{ Kg/m}^3$; $c = 340 \text{ m/s}$.

- 7- Pour l'unité de surface perpendiculaire à la direction de propagation, on définit en notation complexe l'impédance acoustique du milieu par la relation :

$$Z_c = \frac{\tilde{p}(z, t)}{\tilde{v}(z, t)}$$

7.1- Justifier cette définition en la comparant à celle définie en électrique.

7.2- Exprimer Z_c en fonction de ρ_0 et c .

7.3- Calculer la valeur de Z_c pour l'air et pour l'eau à la température $T = 25^\circ\text{C}$. Commenter le résultat.

On donne pour l'eau ($T = 25^\circ\text{C}$): $\rho_0 = 1000 \text{ Kg/m}^3$; $c = 1490 \text{ m/s}$

7.4- Quelle sera l'expression de Z_c dans le cas d'une propagation dans le sens des z décroissant?

8- Exprimer l'énergie cinétique volumique e_c du fluide en fonction de $v(z, t)$ et de ρ_0 .

9- On définit l'énergie potentielle volumique e_p par : $e_p = \frac{1}{2} \chi p^2(z, t)$. Déduire l'énergie volumique acoustique totale e en fonction de $v(z, t)$ et de ρ_0 sachant que célérité de propagation de l'onde est $c = \frac{1}{\sqrt{\chi \rho_0}}$.

10- Déterminer la moyenne temporelle de l'énergie volumique acoustique totale $\langle e \rangle$ en fonction de ρ_0 et v_0 .

11- En admettant que l'énergie acoustique se propage à la célérité c , déduire la moyenne temporelle $\langle \mathcal{P} \rangle$ de la puissance transmise de l'onde acoustique à travers une surface S perpendiculaire à la direction de propagation en fonction de S , p_0 , ρ_0 et c .

12- On définit l'intensité acoustique par : $I = \frac{\langle \mathcal{P} \rangle}{S}$. Calculer I dans le cas de l'air à la température $T = 25^\circ\text{C}$.

13- On définit le niveau sonore, exprimé en décibels (dB) par la relation : $N = 10 \log(I/I_0)$

Avec : $I_0 = 10^{-12} \text{ W/m}^2$.

Que représente I_0 . Calculer le niveau sonore correspondant à la valeur de I de la question précédente.

14- Quelle est la valeur de l'amplitude de la pression acoustique p_0 correspondante à un seuil de niveau sonore dit de « douleur » évalué à 120 dB .

II- Réflexion et transmission d'une onde acoustique

On considère deux fluides (1) et (2) séparés par une surface plane perpendiculaire à l'axe (Oz) en $z = 0$. On désigne par $Z_{c1} = \rho_1 c_1$ et $Z_{c2} = \rho_2 c_2$ leurs impédances acoustiques respectives.

Une onde incidente (OI) acoustique plane progressive monochromatique définie par $v_i(z, t) = v_{0i} \sin(\omega t + k_1 z)$ arrive en incidence normale, au niveau du plan $z = 0$. Elle donne naissance à une onde réfléchie (OR) et à une autre transmise (OT) (Figure 1).

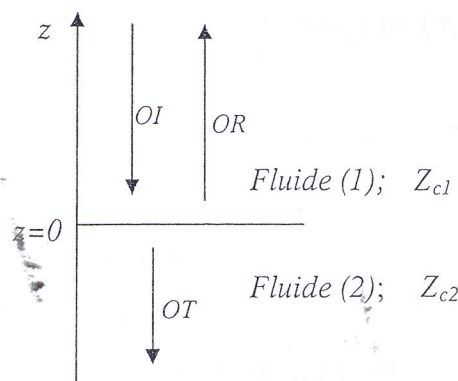


Figure 1

1- Donner les expressions de $v_r(z, t)$ de l'onde réfléchie et $v_t(z, t)$ de l'onde transmise en fonction de v_{0i} , v_{0t} , k_1 et k_2 .

2- En déduire celles de $p_i(z, t)$, $p_r(z, t)$ et $p_t(z, t)$.

3- En utilisant la conservation du débit volumique ($Q_v = S \cdot v$) et de la continuité de la surpression à

l'interface séparant les deux fluides, déterminer les coefficients de réflexion et de transmission en vitesse définis par:

$$r_v = \frac{v_r(z=0,t)}{v_i(z=0,t)} \quad \text{et} \quad t_v = \frac{v_t(z=0,t)}{v_i(z=0,t)}$$

4- On définit l'intensité acoustique par la grandeur $I = \langle |pv| \rangle$

4.1- Donner les expressions des intensités incidente, réfléchie et transmise en fonction de Z_{c1} et Z_{c2} .

4.2- Montrer que les coefficients de réflexion et de transmission en énergie R et T sont donnés par :

$$R = \left(\frac{Z_{c2} - Z_{c1}}{Z_{c2} + Z_{c1}} \right)^2 \quad \text{et} \quad T = \frac{4Z_{c2} Z_{c1}}{(Z_{c2} + Z_{c1})^2}$$

4.3- Quelle relation a-t-on entre R et T ? Interpréter.

Problème 2 : Mécanique des fluides

I- Fluide parfait

On étudie un écoulement unidimensionnel, stationnaire à la vitesse \vec{v} d'un fluide incompressible, non visqueux de masse volumique ρ .

1- Ecrire le bilan d'énergie mécanique pour un système fermé entre t et $t + dt$. Dédurre la relation de Bernoulli en supposant l'absence du travail utile.

2- Interpréter les différents termes de la relation de Bernoulli.

3- Retrouver la relation fondamentale de l'hydrostatique.

4- Un jardinier arrose sa pelouse. Quand il se trouve limité par la longueur du tuyau, il aurait le réflexe de minimiser la section de sortie de ce tuyau. Ceci lui permettrait d'augmenter considérablement la vitesse de l'écoulement et donc de couvrir un maximum de pelouse. On modélise la partie du tuyau se trouvant dans la main du jardinier par un convergent cylindrique horizontal présentant deux sections différentes S_A et $S_B < S_A$ (Figure 2).

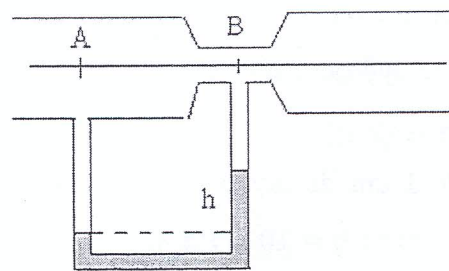


Figure 2

4.1- Déterminer la relation entre $\Delta p = p_A - p_B$, ρ , v_A et v_B (A et B sont dans la même hauteur).

4.2- Exprimer Δp en fonction de ρ , v_B , S_A et S_B .

4.3- Comparer alors p_A et p_B .

5- On introduit une canalisation en U reliant A et B . Cette canalisation contient du mercure de masse volumique ρ' (Figure 2).

5.1- On observe une différence de niveau h entre les deux surfaces libres du mercure. Etablir la relation entre Δp , ρ , ρ' , g et h .

5.2- Montrer que le débit massique D_m peut s'écrire sous la forme : $D_m = \sqrt{\frac{2\rho(\rho' - \rho)gh}{k}}$.

k est un coefficient de forme que l'on exprimera en fonction de S_A et S_B .

5.3- Le débit massique D_m est proportionnelle à \sqrt{h} . Calculer le coefficient de proportionnalité noté α .
On donne : $\rho = 1000 \text{ Kg/m}^3$, $\rho' = 13579 \text{ Kg/m}^3$, $h = 2.5 \text{ cm}$, $g = 9.81 \text{ m/s}^2$, $S_A = 3 \text{ cm}^2$ et $S_B = 0.2 \text{ cm}^2$.

II- Fluide Réel

Dans un second temps, on étudie l'écoulement unidimensionnel, stationnaire d'un fluide newtonien en tenant compte de sa viscosité dynamique η tout en négligeant l'effet de pesanteur. Le système est une conduite cylindrique d'axe horizontal Oz , de rayon R et de longueur L (Figure 3).

Soient p_E la pression du fluide à la section d'entrée et p_S la pression du fluide à la section de sortie de la conduite. L'écoulement rectiligne uniforme est suffisamment lent pour être assimilé à un écoulement laminaire.

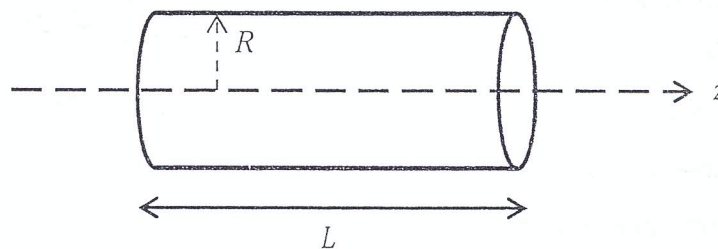


Figure 3

- 6- Déterminer l'expression de la vitesse $v(r)$ du fluide en fonction de $r, R, \Delta p = p_E - p_S, L$ et η .
- 7- Déduire la vitesse maximale v_{max} au niveau de l'axe de la conduite et la vitesse moyenne du fluide v_{moy} du fluide.
- 8- Donner l'allure du profil de la vitesse.
- 9- Soit D_v le débit volumique de l'écoulement. On pose $\Delta p = R_H D_v$.
9.1- Justifier l'appellation de la résistance hydrodynamique attribuée à R_H . Donner son expression et son unité.
9.2- Dans cette conduite cylindrique de 1 cm de rayon et de 20 m de longueur circule 1 litre d'eau seconde. Calculer v_{moy} , R_H et Δp . On donne : $\eta = 10^{-3} \text{ Pa.s}$.
- 10- Montrer que la perte de charge $\Delta p = p_E - p_S$ peut se mettre sous la forme : $\Delta p = \frac{64}{Re} \times \frac{1}{2} \rho v_{moy}^2 \times \frac{L}{D}$
 Re est le nombre de Reynolds de l'écoulement et D le diamètre de la conduite.

III- Perte de charge dans une seringue

On considère une seringue cylindrique de rayon $R = 0.8 \text{ cm}$ et de longueur $L = 9 \text{ cm}$. Elle est prolongée par une aiguille cylindrique de rayon $r = 0.8 \text{ mm}$ et de longueur $\ell = 3 \text{ cm}$ (figure 4). Cette seringue contient un sérum de viscosité $\eta = 3 \cdot 10^{-3} \text{ Pa.s}$ et de masse volumique $\rho = 1.005 \cdot 10^3 \text{ Kg/m}^3$. Elle est menue d'un piston coulissant sans frottement. Ce sérum est injecté dans la veine d'un patient.

Soit Δp_1 la perte de charge du sérum dans la seringue et Δp_2 la perte de charge du sérum dans l'aiguille. L'ensemble seringue/aiguille est en position horizontale.

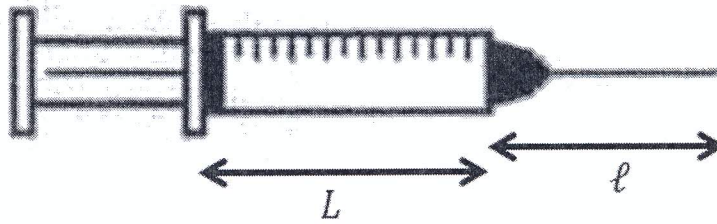


Figure 4

- 11- Montrer que Δp_1 et Δp_2 vérifient l'équation : $\frac{\Delta p_1}{\Delta p_2} = \frac{L}{l} \left(\frac{r}{R} \right)^4$.
- 12- Dédire qu'on peut considérer que le fluide est parfait dans la seringue.
- 13- Déterminer Δp_2 dans l'aiguille pour l'injection d'un volume $V = 1 \text{ cm}^3$ pendant une durée $\Delta t = 2 \text{ s}$.
- 14- La pression dans la veine du patient vaut $2 \cdot 10^4 \text{ Pa}$, déterminer la pression exercée sur le piston pour injecter le sérum.
- 15- De quel type d'écoulement s'agit-il ?