

Épreuve de Physique
(2^{ème} Année de Préparation Biologie - Géologie)

Samedi 4 Janvier 2020 de 8h30 à 11h30

DEVIOIR DE SYNTHESE DU 1^{er} SEMESTRE

Problème I : Energie interne et entropie d'un mélange liquide-vapeur

1- Représenter en coordonnées (P, V) la courbe de saturation ainsi que les isothermes d'Andrews T_c , T et $T - dT$.

2- On considère un point A_1 de la courbe d'ébullition à la température $T - dT$, en ce point limite, le fluide est en phase liquide saturant de chaleur massique m . Représenter le point A_1 sur le diagramme (P, V) .

3- Déterminer la quantité de chaleur δQ_1 et le travail δW_1 qu'il faut fournir à l'unité de masse de ce fluide, pour élever sa température d'une quantité dT , en le maintenant à l'état liquide de saturation (cet état est décrit par le point A).

4- Représenter le point A de la courbe d'ébullition à la température T .

5- A partir de A , on effectue une vaporisation isotherme jusqu'au point $M(x)$ où x est le titre massique en vapeur. On appelle L la chaleur latente massique de vaporisation à T . Représenter le point $M(x)$ sur le diagramme (P, V) .

6- Le passage du liquide de saturation au mélange liquide-vapeur à la même température T s'accompagne de l'absorption d'un travail W_2 et d'une quantité de chaleur Q_2 .

a- Montrer que le travail W_2 peut se mettre sous cette forme :

$$W_2 = -P x (V_V - V_L)$$

b- Déterminer la quantité de chaleur Q_2 .

7- Montrer que la variation d'entropie dS de l'état décrit par le point A_1 à l'état décrit par le point $M(x)$ du diagramme (P, V) s'écrit :

$$dS = m \frac{dT}{T} + \frac{L}{T} dx$$

8- Dédurre que l'équation de l'adiabatique du mélange liquide-vapeur est :

$$m \log T + \frac{L}{T} x = Cte$$

9- Sachant que pour des températures éloignées de la température critique, la variation du volume du liquide est négligeable ($dV_L = 0$).

Montrer que l'énergie interne du mélange liquide-vapeur est :

$$U = mT + x[L - P(V_V - V_L)]$$

10- Une chaudière fermée par un robinet à pointeau contient une masse totale de 1 kg d'eau liquide en équilibre avec sa vapeur occupant un volume constant $V = 150\text{ l}$. Initialement, l'eau est à la température $T_1 = 20^\circ\text{C}$ (température ambiante). On porte l'eau à la température $T_2 = 180^\circ\text{C}$. Calculer:

- Le titre x de vapeur saturante à $T_1 = 20^\circ\text{C}$ (noté x_1) et à $T_2 = 180^\circ\text{C}$ (noté x_2).
- La variation d'entropie ΔS du mélange liquide-vapeur.
- Retrouver ΔS en réalisant un bilan entropique du mélange liquide-vapeur à $T_1 = 20^\circ\text{C}$ et à $T_2 = 180^\circ\text{C}$.
- La variation d'énergie interne ΔU du mélange liquide-vapeur.

On donne :

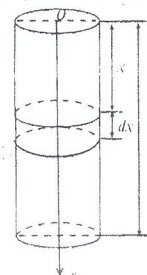
- La masse totale de l'eau à l'état du liquide saturant est 1 kg quelque soit sa température.
- La pression de vapeur d'eau saturante à $T_1 = 20^\circ\text{C}$ ($P_1 = 0,02\text{ bar}$) et à $T_2 = 180^\circ\text{C}$ ($P_2 = 11\text{ bar}$).
- Le volume massique de la vapeur d'eau saturante:
à $T_1 = 20^\circ\text{C}$: $V_{V1} = 57,80\text{ m}^3.\text{kg}^{-1}$ et à $T_2 = 180^\circ\text{C}$: $V_{V2} = 0,175\text{ m}^3.\text{kg}^{-1}$
- Les entropies massiques :
à $T_1 = 20^\circ\text{C}$: $S_{1L} = 0,073\text{ kcal/kg.K}$, $S_{1V} = 2,0662\text{ kcal/kg.K}$
à $T_2 = 180^\circ\text{C}$: $S_{2L} = 0,515\text{ kcal/kg.K}$, $S_{2V} = 1,5670\text{ kcal/kg.K}$
- La chaleur latente de vaporisation de l'eau en kcal/kg , T en degré Celsius: $L = 606 - 0,7 T$.
- La chaleur massique de l'eau: $m = 4,18\text{ kJ/kg.K}$
- $1\text{ kcal} = 4,18\text{ kJ}$.

Problème II : Conduction électrique et thermique en régime permanent

On considère un cylindre circulaire droit, homogène et isotrope, limité par deux sections droites S_1 et S_2 , d'aire S et distantes de L . Ce cylindre conducteur de l'énergie thermique et de l'électricité est plongé dans un milieu parfaitement isolant pour l'énergie thermique et l'électricité.

Les sections terminales S_1 et S_2 sont maintenues simultanément à des températures constantes T_1 et T_2 et à des potentiels constants V_1 et V_2 . Il s'établit un régime permanent, au point de vue électrique comme au point de vue thermique, les surfaces équipotentiellles et les surfaces isothermes étant planes et perpendiculaires à l'axe (Ox) du cylindre.

On admet que les conductivités thermique, λ , et électrique, σ , sont indépendantes de la température dans le domaine considéré et que le cylindre se comporte comme une résistance pure, même si la température n'est pas uniforme.



- Déterminer l'expression de la résistance électrique R_e (cas d'une symétrie axiale).
- Déduire l'expression de la résistance électrique élémentaire dR_e dans le volume élémentaire compris

entre deux plans perpendiculaires à l'axe du cylindre et dont les abscisses sont x et $x + dx$.

3- On désigne par I l'intensité du courant traversant le cylindre. Montrer que de la puissance consommée par effet Joule dans ce volume élémentaire est :

$$d\mathcal{P}_e = \frac{I^2}{S\sigma} dx$$

4-

a- En effectuant un bilan d'énergie thermique, en régime permanent, sur une portion élémentaire du cylindre (entre les abscisses x et $x + dx$), établir l'équation différentielle (du 2^e ordre) vérifiée par $T(x)$.

b- Sachant que les températures des sections terminales S_1 et S_2 étant égales, déduire que la loi de variation de la température $T(x)$ à l'intérieur du cylindre s'écrit sous cette forme :

$$T(x) = \frac{I^2}{2\lambda\sigma S^2} x(L - x) + T(x = 0)$$

c- Calculer la température maximale T_{max} régnant dans le cylindre.

d- Calculer le flux thermique sortant de chacune des sections terminales.

On donne :

$$\sigma = 1,00 \cdot 10^5 \Omega^{-1} \cdot m^{-1}; \lambda = 1,00 W \cdot m^{-1} \cdot K^{-1}; L = 4,00 mm; S = 40,00 mm^2;$$

$$I = 10,0 A; T(x = 0) = T(x = L) = 273 K.$$

Problème III : Membrane cellulaire (transport d'ions)

Une membrane cellulaire est assimilée à un plan yOz à un potentiel négatif (noté V_0). L'axe Ox est perpendiculaire à la membrane, orienté vers l'extérieur de la cellule. Toutes les grandeurs ne dépendant que de x .

Au voisinage de la membrane se trouve un électrolyte contenant des ions de charges opposées $+q$ et $-q$, dont la concentration est fonction de x : $C_+(x)$ et $C_-(x)$ et à pour valeur C_0 loin de la membrane.

1- Tout ion, soumis à un champ électrique \vec{E} et à une force de frottement visqueux $-\beta\vec{v}$ atteint une vitesse limite \vec{v}_ℓ constante de la forme $\mu\vec{E}$.

a- En appliquant la relation fondamentale de la dynamique, exprimer la vitesse \vec{v} en fonction du temps.

b- Déduire qu'en régime permanent \vec{v} tend vers une valeur limite $\vec{v}_\ell = \frac{q}{\beta} \vec{E}$.

c- Déterminer la mobilité μ .

2- Soit une surface S perpendiculaire au champ électrique \vec{E} (selon Ox). On appelle flux ionique la quantité d'ions positifs traversant S par unité de temps dans le sens de l'axe Ox . Ce flux dû au champ électrique est noté $\left(\frac{\delta n_+}{dt}\right)_e$. Exprimer $\left(\frac{\delta n_+}{dt}\right)_e$ en fonction de la concentration molaire C_+ de l'ion, de la section S et de sa vitesse limite notée $v_{\ell+}$.

3- En régime permanent, le flux précédent dû au champ électrique doit se superposer avec un autre flux se propageant en sens contraire dit **flux de diffusion**. Il est régi par la loi :

$$\left(\frac{\delta n_+}{dt}\right)_d = -DS \frac{dC_+}{dx}$$

Où D est la constante de diffusion (on donne $D = \frac{k_B T}{\beta}$, avec k_B constante de Boltzmann).

a- En effectuant un bilan de la quantité d'ions positifs se trouvant entre x et $x + dx$, établir l'équation différentielle reliant le champ électrique $E(x)$ et $C_+(x)$.

b- Dédire que l'équation différentielle reliant le champ électrique $V(x)$ et $C_+(x)$ est :

$$\frac{dC_+(x)}{C_+(x)} = -\frac{q}{k_B T} dV(x)$$

c- Sachant qu'à grande distance le potentiel est nul ($V(x = +\infty) = 0$). Intégrer l'équation différentielle précédente et montrer que la concentration molaire $C_+(x)$ est :

$$C_+(x) = C_0 \exp\left[-\frac{qV(x)}{k_B T}\right]$$

d- Sans nouveau calcul, déduire l'expression de la concentration molaire $C_-(x)$.

e- Dédire que la densité volumique de charge (ions positifs et ions négatifs) de l'électrolyte $\rho(x)$ est:

$$\rho(x) = N_A q C_0 \left[\exp\left(-\frac{qV(x)}{k_B T}\right) - \exp\left(\frac{qV(x)}{k_B T}\right) \right]$$

avec: N_A : Nombre d'Avogadro.

f- Que devient-elle ($\rho(x)$) dans l'hypothèse $qV \ll k_B T$?

On donne: $\exp(x) \approx 1 + x$ si $x \ll 1$