

EXAMEN DU 2^{ème} SEMESTRE

Épreuve de Physique
(2^{ème} Année de Préparation Biologie - Géologie)

Jeudi 03 Juin 2021 de 8h30 à 11h30

Problème 1 : Ondes acoustiques planes

On note $u(z, t)$ le déplacement, $v(z, t)$ la vitesse particulière et $p(z, t)$ la pression acoustique d'une onde acoustique plane sinusoïdale, de fréquence f qui se propage selon l'axe Oz , avec une célérité c , dans un milieu de masse volumique $\rho(z, t) = \rho_0 + \mu(z, t)$ et de coefficient de compressibilité isentropique χ .

I- Préliminaire

On considère une onde sinusoïdale de longueur d'onde λ qui se propage en tout point M d'abscisse z à un instant t . L'onde correspondante en terme de $p(z, t)$ s'écrit en notation complexe:

$$\tilde{p}(z, t) = p_0 \exp j(\omega t - kz)$$

- 1- Caractériser l'onde décrite par la pression acoustique $\tilde{p}(z, t)$.
- 2- Donner l'expression de k en fonction de ω et c .
- 3- Etablir l'équation d'Euler reliant $\frac{\partial \tilde{v}(z, t)}{\partial t}$ et $\frac{\partial \tilde{p}(z, t)}{\partial z}$.
- 4- Déterminer la vitesse particulière $\tilde{v}(z, t)$ en fonction de $\tilde{p}(z, t)$ et déduire qu'elle s'écrit sous la forme suivante : $\tilde{v}(z, t) = v_0 \exp j(\omega t - kz)$.

Exprimer la valeur maximale v_0 en fonction de ρ_0 , c et p_0 .

- 5- Rappeler en quoi consiste l'approximation de l'acoustique.
- 6- Montrer que l'approximation acoustique est vérifiée lorsque la pression acoustique $p_0 = 8 \cdot 10^{-2} \text{ Pa}$.

On donne pour l'air ($T = 25 \text{ °C}$) : $\rho_0 = 1.3 \text{ Kg/m}^3$; $c = 340 \text{ m/s}$.

- 7- Pour l'unité de surface perpendiculaire à la direction de propagation, on définit en notation complexe

l'impédance acoustique du milieu par la relation : $Z_c = \frac{\tilde{p}(z, t)}{\tilde{v}(z, t)}$

7.1- Justifier cette définition en la comparant à celle définie en électrique.

7.2- Exprimer Z_c en fonction de ρ_0 et c .

7.3- Calculer la valeur de Z_c pour l'air et pour l'eau à la température 25 °C . Commenter le résultat.

On donne pour l'eau ($T = 25 \text{ °C}$) : $\rho_0 = 1000 \text{ Kg/m}^3$; $c = 1490 \text{ m/s}$

7.4- Quelle sera l'expression de Z_c dans le cas d'une propagation dans le sens des $z < 0$?

8- Exprimer l'énergie cinétique volumique e_c du fluide en fonction de $v(z, t)$ et de ρ_0 .

9- On définit l'énergie potentielle volumique e_p par : $e_p = \frac{1}{2} \chi p^2(z, t)$. Déduire l'énergie volumique

acoustique totale e en fonction de $v(z,t)$ et de ρ_0 sachant que célérité de propagation de l'onde est

$$c = \frac{1}{\sqrt{\chi\rho_0}}$$

- 10- Déterminer la moyenne temporelle de l'énergie volumique acoustique totale $\langle e \rangle$ en fonction de ρ_0 et v_0 .
- 11- En admettant que l'énergie acoustique se propage à la célérité c , déduire la moyenne temporelle $\langle \mathcal{P} \rangle$ de la puissance transmise de l'onde acoustique à travers une surface S perpendiculaire à la direction de propagation en fonction de S , p_0 , ρ_0 et c .
- 12- On définit l'intensité acoustique par : $I = \frac{\langle \mathcal{P} \rangle}{S}$. Calculer I dans le cas de l'air à la température $T = 25^\circ\text{C}$.
- 13- On définit le niveau sonore, exprimé en décibels (dB) par la relation : $N = 10 \log(I/I_0)$.
Avec : $I_0 = 10^{-12} \text{ W/m}^2$.

Que représente I_0 . Calculer le niveau sonore correspondant à la valeur de I de la question précédente.

- 14- Quelle est la valeur de l'amplitude de la pression acoustique p_0 correspondante à un seuil de niveau sonore dit de « douleur » évalué à 120 dB .

II- Réflexion et transmission d'une onde acoustique

On considère deux fluides (1) et (2) séparés par une surface plane perpendiculaire à l'axe (Oz) en $z = 0$. On désigne par $Z_{c1} = \rho_1 c_1$ et $Z_{c2} = \rho_2 c_2$ leurs impédances acoustiques respectives.

Une onde incidente (OI) acoustique plane progressive monochromatique définie par $v_i(z,t) = v_{0i} \sin(\omega t + k_1 z)$ arrive en incidence normale, au niveau du plan $z = 0$. Elle donne naissance à une onde réfléchie (OR) et à une autre transmise (OT) (**Figure 1**).

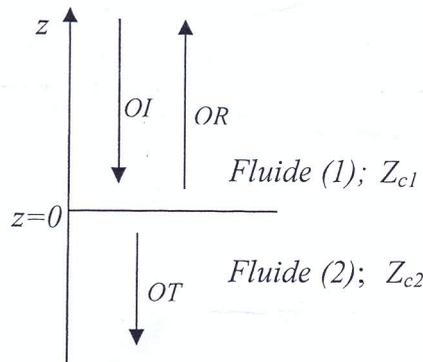


Figure 1

- 1- Donner les expressions de $v_r(z,t)$ de l'onde réfléchie et $v_t(z,t)$ de l'onde transmise en fonction de v_{0i} , v_{0r} , k_1 et k_2 .
- 2- En déduire celles de $p_r(z,t)$, $p_r(z,t)$ et $p_t(z,t)$.
- 3- En utilisant la conservation du débit volumique ($Q_v = S \cdot v$) et de la continuité de la surpression à l'interface séparant les deux fluides, déterminer les coefficients de réflexion et de transmission en vitesse définis par: $r_v = \frac{v_r(z=0,t)}{v_i(z=0,t)}$ et $t_v = \frac{v_t(z=0,t)}{v_i(z=0,t)}$
- 4- On définit l'intensité acoustique par la grandeur $I = \langle |pv| \rangle$
 - 4-1- Donner les expressions des intensités incidente, réfléchie et transmise en fonction de Z_{c1} et Z_{c2} .

4-2- Montrer que les coefficients de réflexion et de transmission en énergie R et T sont donnés par :

$$R = \left(\frac{Z_{c2} - Z_{c1}}{Z_{c2} + Z_{c1}} \right)^2 \text{ et } T = \frac{4Z_{c2}Z_{c1}}{(Z_{c2} + Z_{c1})^2}$$

4-3- Quelle relation a-t-on entre R et T ? Interpréter.

Problème 2 : Mécanique des fluides

I- Ecoulement d'un fluide parfait dans un canal

On considère un écoulement incompressible et stationnaire d'eau dans un canal horizontal à section rectangulaire de largeur l parallèlement à (Oy) et de longueur supposée infinie suivant (Ox) (Figure 2).

L'espace est rapporté au référentiel, $R(Oxyz)$ de base orthonormée directe $(\vec{u}_x, \vec{u}_y, \vec{u}_z)$.

L'eau du canal, assimilée à un fluide parfait, de masse volumique uniforme ρ , surmontée d'air à la pression atmosphérique $P_0 = 10^5 \text{ Pa}$, s'écoule, dans la direction (Ox) , à la vitesse $\vec{v} = v\vec{u}_x$ supposée uniforme sur une section du canal. Le champ de pesanteur est supposé uniforme. On note H la hauteur d'eau dans le canal.

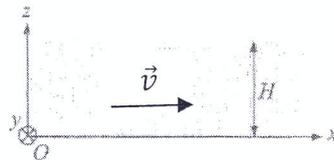


Figure 2

- 1- Déterminer le débit volumique Q en fonction des données du problème.
- 2- Ecrire l'équation de Bernoulli en terme d'énergie et préciser les hypothèses de sa validité.
- 3- On note: $e = gH + v^2/2$. Que représente e ? Que peut-on dire de sa valeur ?
- 4- Déterminer, dans ce cas, l'expression de Q en fonction de e , g , l et H .
- 5- On note Q_m le débit maximal dans le canal. Déterminer Q_m ainsi que la hauteur H_m correspondante.
- 6- Représenter la variation de Q en fonction de H dans un intervalle de H qu'on précisera.

II- Ecoulement réel : Écoulement d'un fluide visqueux

On considère un fluide visqueux, de viscosité dynamique η et de masse volumique ρ , en écoulement incompressible entre l'entrée et la sortie d'un tuyau cylindrique horizontal de rayon a et de longueur L sous l'effet d'une différence de pression $P_e - P_s$. On négligera la pesanteur dans la suite du problème. Le débit volumique Q_v est donné par la loi de Poiseuille: $Q_v = \frac{\pi a^4}{8\eta} \frac{P_e - P_s}{L}$

- 7- Quelles sont les hypothèses de validité de cette loi ?
- 8- Vérifier l'homogénéité dimensionnelle de cette loi.
- 9- Commenter le sens de variation de la perte de charge $P_e - P_s$ en fonction des différents paramètres.
- 10- Rappeler l'expression du nombre de Reynolds. Pour quelles valeurs de a la loi de Poiseuille reste-t-elle vérifiée dans le tuyau cylindrique ?

On donne dans le cas du sang : $\eta = 2 \cdot 10^{-3} \text{ Poiseuille}$, $\rho = 1,03 \cdot 10^3 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$, $v_m = 0,2 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$

Où v_m est la vitesse moyenne d'écoulement.

- 11- La résistance hydrodynamique, notée R_h est reliée au débit volumique Q_v par la relation :

$P_e - P_s = R_h Q_v$; Déterminer R_h .

On étudie, maintenant, l'écoulement incompressible et stationnaire du même fluide dans un tronçon cylindrique constitué de trois cylindres de même longueur ℓ et de rayons respectifs a_1, a_2 et a_3 (Figure 3).

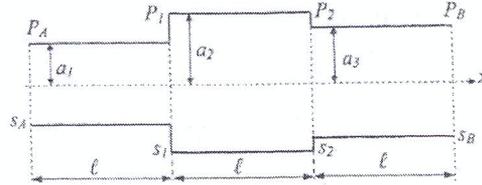


Figure 3

P_A, P_1, P_2 et P_B sont, respectivement, les pressions au niveau des sections S_A, S_1, S_2 et S_B du tronçon cylindrique. On note Q_A, Q_1, Q_2 et Q_B les débits traversant, respectivement, les sections S_A, S_1, S_2 et S_B du tronçon cylindrique. On suppose que la loi de Poiseuille est vérifiée dans les trois cylindres.

12- Justifier que le débit volumique se conserve dans le tronçon cylindrique.

13- En utilisant la conservation du débit, montrer que de la différence de pression

$P_1 - P_2$ du cylindre central est :

$$P_1 - P_2 = \frac{\frac{1}{a_2^4}}{\frac{1}{a_1^4} + \frac{1}{a_2^4} + \frac{1}{a_3^4}} (P_A - P_B)$$

Application : Etude d'un anévrisme

Le sang est un fluide visqueux, de viscosité η et de masse volumique ρ , en écoulement incompressible, laminaire et stationnaire sous l'effet d'une différence de pression $P_A - P_B$ exercée entre l'entrée et la sortie d'une artère. La perte de charge $P_A - P_B$ est supposée constante dans la suite. Une artère saine est modélisée par un cylindre de rayon a et de longueur L (Figure 4). On note R_{h0} sa résistance hydrodynamique.

On appelle, anévrisme, une dilatation localisée d'une artère. Une coupe d'une artère atteinte d'anévrisme est représentée sur la Figure 5. Le tiers central de cette artère possède un rayon $b > a$. P_A, P_{1a}, P_{2a} et P_B sont, respectivement, les pressions au niveau des sections S_A, S_1, S_2 et S_B . On note R_{h1}, R_{h2} et R_{h3} les résistances hydrodynamiques des trois portions de l'artère siège d'anévrisme.

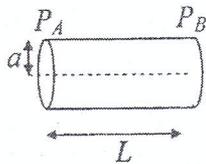


Figure 4

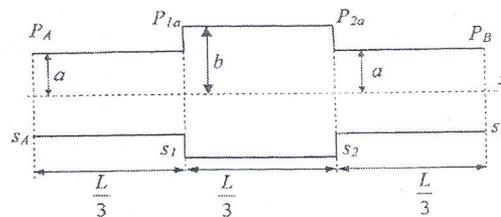


Figure 5

14- Déterminer la résistance hydrodynamique R_{h0} et le débit volumique Q de l'artère saine.

15- Exprimer les résistances hydrodynamiques R_{h1}, R_{h2} et R_{h3} de l'artère atteinte d'anévrisme en fonction de R_{h0} .

16- Montrer que de la différence de pression $P_{1a} - P_{2a}$ du tiers central de l'artère siège d'anévrisme est :

$$P_{1a} - P_{2a} = \frac{P_A - P_B}{1 + 2 \left(\frac{b}{a}\right)^4}$$

17- Déterminer le débit volumique Q_a de l'artère siège d'anévrisme en fonction de Q, a et b .