INSTITUT PREPARATOIRE AUX ETUDES D'INGENIEURS DE SFAX

Département des Etudes Préparatoires aux Concours de Technologie

Année Universitaire 2021-2022

DEVOIR DE SYNTHESE - 1ère semestre

Épreuve de Physique

(2ème Année de Préparation Biologie - Géologie)

Mardi 14 Décembre 2021 de 8h30 à 11h30

Exercice 1 : Calorimétrie

Un calorimètre contient une masse $m_1 = 250g$ d'eau. La température initiale de l'ensemble est $\theta_1 = 18°C$. On ajoute une masse $m_2 = 300g$ d'eau à la température $\theta_2 = 80°C$.

1- Quelle serait la température d'équilibre thermique θ_e de l'ensemble si la capacité thermique du calorimètre et de ses accessoires est négligeable ?

2-On mesure en fait une température d'équilibre thermique $\theta_e = 50°C$. Déterminer la capacité thermique C du calorimètre et de ses accessoires.

3- Dans le calorimètre précèdent de capacité thermique $C = 130{,}8\,J.K^{-1}$, on place une masse $m_1 = 200g$ d'eau à la température initiale $\theta_1 = 70°C$. On ajoute un glaçon de masse $m_2 = 80g$ sortant du congélateur à la température $\theta_2 = -23°C$. Déterminer la température de l'état final d'équilibre du système.

Données: Chaleur massique de l'eau : $c_e = 4185\,J.kg^{-1}.K^{-1}$;; Chaleur massique de la glace : $c_g = 2090\,J.kg^{-1}.K^{-1}$; Chaleur latente de fusion de la glace: $L_f = 3{,}34.105 J.kg^{-1}$.

Exercice 2 : Conduction thermique

On traite le transfert thermique par conduction dans un cylindre d'axe (Oz) en régime permanent.

1- Rappeler les formules donnant les grandeurs suivantes tout en précisant dans chaque cas les grandeurs intervenant dans ces formules ainsi que leurs unités.

a- La densité de courant thermique dans le système de coordonnées cartésiennes suivant (Oz).

b- Le flux thermique par conduction à travers une surface (S).

2- On considère un barreau cylindrique d'axe (Oz), de section S, de longueur L et de conductivité thermique λ. Dans cette question, on ne tient compte que de la conduction thermique suivant l'axe Oz.

a- Etablir l'équation de chaleur en régime permanent sans source interne.

b- Déterminer sa solution.

On donne $T(z=0) = T_1$, et $T(z=L) = T_2 < T_1$.

c- Déterminer le flux thermique à travers la section du barreau et en déduire l'expression de sa résistance thermique R_c.

3- Le barreau cylindrique d'axe Oz, de section $S = 2\ cm^2$ est constitué de deux barreaux de même sections soudés entre eux. L'un d'eux est en aluminium de conductivité thermique $\lambda_1 = 200\ S.I$ et de longueur $L_1 = 80\ cm$; l'autre est en cuivre de conductivité thermique $\lambda_2 = 380\ S.I$ et de longueur $L_2 = 50\ cm$. Les températures des extrémités libres du barreau d'aluminium et du barreau du cuivre sont respectivement $T_1 = 180\ °C$ et $T_2 = 0\ °C$. Les faces latérales sont isolées.

a- Exprimer et calculer la résistance thermique R_T de l'ensemble de deux barreaux en fonction de L_1, L_2, S, λ_1, λ_2.

b- Déterminer la température T_j au niveau de la jonction de deux barreaux.

c- Calculer le gradient de température le long de chaque barreau. En déduire les densités de courant thermique correspondantes. Commenter.

d- Calculer la quantité de chaleur qui traverse la section commune de deux barreaux en une minute.

4- On considère deux barreaux cylindriques B_1 et B_2 de conductivités thermiques λ_1 et λ_2 inconnues. Leur section commune est $S = 3\ cm^2$, et leurs longueurs sont tels que $L_1 = 80\ cm$ et L_2 variable. L'équation d'évolution de la résistance totale R_T de deux barreaux en fonction de L_2 s'écrit:

$$R_T = 12{,}12 + 8{,}31\ L_2 \text{ ou } R_T \text{ en } W^{-1}\ K \text{ et } L_2 \text{ en } m.$$

a- Déduire la résistance R_1 et la conductivité thermique λ_1 du barreau B_1.

b- Calculer la conductivité λ_2, et la résistance R_2 du barreau B_2 pour $L_2 = 50\ cm$.

Exercice 3 : Diffusion des neutrons

On étudie la diffusion de neutrons dans un matériau homogène, selon la loi de Fick : $\vec{j} = -D\ \overrightarrow{grad}\ n^*$ ou $\vec{j}$ est le vecteur densité de flux de neutrons, n^* est le nombre de neutrons par unité de volume (ou densité de neutrons) et D est une constante positive. La diffusion se fait parallèlement à l'axe (Ox).

Le régime permanent est atteint. Les grandeurs n^* et $\jmath$ ne dépendent alors que de x.

On considère que le matériau qui constitue la tige peut absorber des neutrons, et en produire par des réactions de fission. Le nombre $\delta^2 N_a$ de neutrons absorbés dans un volume élémentaire dV pendant un intervalle de temps dt est donné par : $\delta^2 N_a = \frac{n^*}{\tau} dV\, dt$ où τ est une constante positive. Le nombre $\delta^2 N_p$ de neutrons produits dans le même volume élémentaire dV pendant un intervalle de temps dt est donné par : $\delta^2 N_p = k\, \delta^2 N_a$ où k est une constante positive.

1-En faisant un bilan de particules dans un volume de section S compris entre x et $x + dx$, monter que n^* vérifie l'équation différentielle suivante :

$$D\frac{\partial^2 n^*}{\partial x^2} + (k-1)\frac{n^*}{\tau} = 0$$

2-On suppose dans un premier temps qu'il ne se produit pas de réaction de fission dans le matériau (on a donc $k = 0$).

En outre, on suppose que la tige à une longueur suffisamment importante pour la considérer comme infinie. Un flux de neutrons est imposé en $x = 0$, de densité$\vec{\jmath}(0) = \jmath_0 \vec{u}_x$, avec $\jmath_0 > 0$.

A l'extrémité de la tige ($x \to +\infty$), on supposera que la densité des neutrons est nulle.

a- Monter que l'expression de la densité de neutrons dans la tige est définie par :

$$n^*(x) = n_0 exp\left(-\frac{x}{\sqrt{D\tau}}\right)$$

b- En utilisant la condition en $x = 0$, monter que $n_0$est définie par :

$$n_0 = \sqrt{\frac{\tau}{D}}\jmath_0$$

c- Exprimer la distance δ à partir de laquelle la densité de neutronsest égale à 1%de sa valeur en $x = 0$ en fonction de D et τ.

d- Evaluer cette distance δ pour de l'eau ($\sqrt{D\tau} = 3.10^{-2} SI$) et du carbone ($\sqrt{D\tau} = 0{,}8\ SI$), connaissant ($\ln(100) = 4{,}6$). Quel est le matériau le plus efficace pour absorber des neutrons ?

3-On suppose maintenant que le matériau produit des neutrons par fission et que la quantité de neutrons produits est supérieure à celle des neutrons absorbés (on donc $k > 1$). La tige à une longueur finie L. La densité de neutrons est supposée nulle aux deux extrémités de la tige, et uniquement en ces deux positions. On note n_0^* la valeur maximale de la densité de neutrons à l'intérieur de la tige.

a- Monter que l'expression de la densité de neutrons dans la tige est définie par :

$$n^*(x) = A\cos\left(\sqrt{\frac{k-1}{D\tau}}x\right) + B\sin\left(\sqrt{\frac{k-1}{D\tau}}x\right)$$

A et B sont des constantes.

b- Déterminer les constantes A et B et déduire la longueur de la tige dans chaque cas en fonction de k, D et τ.