

Sections : BG 2

Date : 18-10-2022

Matière : Mathématiques

Durée : 1 h 30 min

## Devoir de Contrôle N° 01

### Exercice 1

Soit  $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$  la suite définie par  $u_0 = 1$  et  $u_{n+1} = \frac{u_n}{2u_n + 3}$  pour tout  $n \in \mathbb{N}^*$ .

1. Montrer que pour tout  $n \in \mathbb{N}$ ,  $u_n > 0$ .
2. Etudier le sens de variation de la suite  $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ .
3. Déterminer la nature de la suite  $(w_n)_{n \in \mathbb{N}}$  définie par :

$$w_n = \frac{1}{u_n}.$$

4. En déduire l'expression de  $w_n$  puis de  $u_n$  en fonction de  $n$ .

### Exercice 2

Déterminer la nature des séries suivantes :

$$\sum_{n \geq 1} \frac{\cos(n)}{n^2}$$

$$\sum_{n \geq 0} \frac{2^{-n}}{3^n + 2}$$

$$\sum_{n \geq 1} \ln \left( \cos\left(\frac{2}{n}\right) \right)$$

### Exercice 3

Montrer que les séries suivantes sont convergentes et calculer leurs sommes :

$$\sum_{n \geq 2} \frac{1}{(n^2 - 1)(n + 2)}$$

$$\sum_{n \geq 0} \frac{2n^2 + n + 1}{3^n}$$