

Sections : BG 2

Date : 18-10-2022

Matière : Mathématiques

Durée : 1h 30 min

Devoir de Contrôle N° 01

Exercice 1

Soit $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ la suite définie par $u_0 = 1$ et $u_{n+1} = \frac{u_n}{2u_n + 3}$ pour tout $n \in \mathbb{N}^*$.

1. Montrer que pour tout $n \in \mathbb{N}$, $u_n > 0$.
2. Etudier le sens de variation de la suite $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$.
3. Déterminer la nature de la suite $(w_n)_{n \in \mathbb{N}}$ définie par :

$$w_n = \frac{1}{u_n}.$$

4. En déduire l'expression de w_n puis de u_n en fonction de n .

Exercice 2

Déterminer la nature des séries suivantes :

$$\sum_{n \geq 1} \frac{\cos(n)}{n^2}$$

$$\sum_{n \geq 0} \frac{2^{-n}}{3^n + 2}$$

$$\sum_{n \geq 1} \ln \left(\cos\left(\frac{2}{n}\right) \right)$$

Exercice 3

Montrer que les séries suivantes sont convergentes et calculer leurs sommes :

$$\sum_{n \geq 2} \frac{1}{(n^2 - 1)(n + 2)}$$

$$\sum_{n \geq 0} \frac{2n^2 + n + 1}{3^n}$$