INSTITUT PREPARATOIRE AUX ETUDES
D'INGENIEURS DE SFAX

Département des Etudes Préparatoires
aux Concours de Technologie

Année Universitaire
2022 - 2023

EXAMEN DU 2ème SEMESTRE (Devoir de contrôle)

Épreuve de Physique
(2ème Année de Préparation Biologie - Géologie)

Mercredi 22 Février 2023 de 8h30 à 10h30

Problème I

I. Application des principes de la thermodynamique à un système fermé en mouvement

L'objectif de cette étude est d'établir une expression générale permettant de calculer les variations des grandeurs thermodynamiques caractéristiques d'un gaz qui s'écoule dans un élément mécanique : conduite, tuyère, échangeur thermique, turbine, compresseur, etc. L'évolution d'un fluide gazeux dans une installation industrielle est schématisée par la figure 1 ci-dessous.

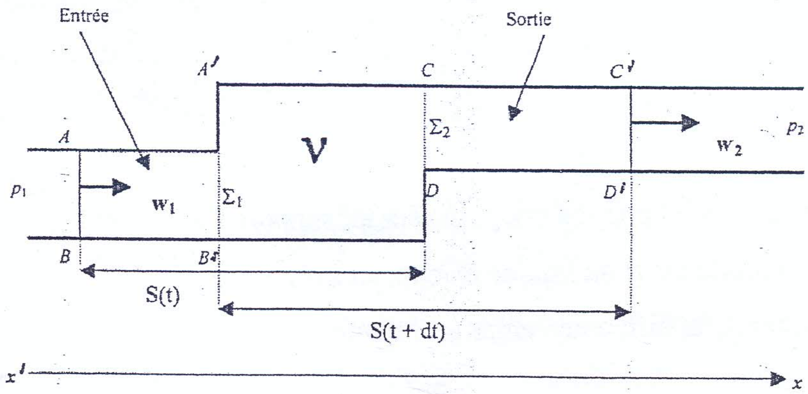

Figure 1

Le fluide gazeux s'écoule dans la direction et le sens de l'axe horizontal $x'x$.

Le volume v délimité par les plans $A'B'$ et CD constitue un volume de contrôle qui peut, éventuellement contenir une machine : compresseur, turbine, etc.

Le fluide entre dans v par une conduite cylindrique dont l'aire de la section droite est notée Σ_1, et dont l'axe, parallèle à $x'x$, est situé à l'altitude z_1, dans le champ de pesanteur. Il en ressort par une conduite cylindrique, dont la section droite a une aire Σ_2, et dont l'axe, parallèle à $x'x$, est situé à l'altitude z_2, dans le champ de pesanteur. On désigne par w le vecteur vitesse des particules fluides et on admet que la viscosité du fluide est négligeable, le vecteur vitesse reste donc constant en tout point d'un plan de section droite perpendiculaire à l'écoulement.

On désigne par $m, p, T, E, E_c, E_p, U, H$ et S, respectivement, la masse, la pression, la température, l'énergie totale, l'énergie cinétique macroscopique, l'énergie potentielle de pesanteur, l'énergie interne, l'enthalpie et l'entropie du fluide. Les valeurs massiques des différentes grandeurs extensives seront représentées par des lettres minuscules. Ces grandeurs seront affectées de l'indice 1 ou de l'indice 2 suivant qu'elles caractériseront l'état du gaz à l'entrée ou à la sortie du volume v.

I.1. Définir l'énergie totale E d'un système thermodynamique.

I.2. Ecrire le premier principe de la thermodynamique, sous sa forme générale, pour un système fermé, en mouvement dans le champ de pesanteur, qui, au cours d'une transformation ouverte, reçoit les quantités d'énergie Q par transfert thermique et W par transfert mécanique.

I.3. A l'instant t le système fermé considéré, désigné par $S(t)$ sur la figure 1, occupe le volume compris entre les plans AB et CD. Il comprend le fluide contenu dans v à cet instant et le fluide qui va entrer dans v pendant la durée dt. Son énergie totale est notée $E(t)$.

A l'instant $t + dt$ ce même système, désigné par $S(t + dt)$, occupe le volume délimité par les plans $A'B'$ et $C'D'$. Il comprend le fluide contenu dans v à l'instant $t + dt$ et le fluide qui est sorti de v pendant la durée dt. Son énergie totale est notée $E(t + dt)$.

Entre les instants t et $t + dt$ le fluide gazeux reçoit les quantités algébriques d'énergie δQ par transfert thermique (chaleur), $\delta W'$ par transfert mécanique dû au travail des forces de pression d'entrée et de sortie et δW par transfert mécanique avec une machine qui se trouve dans v. On suppose que le régime stationnaire est atteint et on admet que les pressions p_1, et p_2 respectivement en amont de l'entrée dans v et en aval de la sortie de v, restent constantes au cours du transfert du fluide. Les vitesses w_1 et w_2, du fluide, dans les conduites d'entrée et de sortie, sont constantes.

I.3.1. ρ_1, w_1, Σ_1; ρ_2, w_2, Σ_2, désignent la masse volumique, la vitesse du fluide et l'aire de la section droite des conduites, respectivement, à l'entrée et à la sortie de v.

Montrer, à partir d'un bilan de masse sur le système fermé considéré, entre les instants t et $t + dt$, que l'on a :

$$\rho_1 \Sigma_1 w_1 = \rho_2 \Sigma_2 w_2$$

L'expression $\rho \, \Sigma \, w$ représente le flux de masse à travers la section droite d'une conduite dans laquelle le fluide s'écoule avec la vitesse w, c'est-à-dire le débit massique q_m du fluide exprimé en $kg.s^{-1}$.

I.3.2. On désigne par δm la masse de fluide qui traverse le volume v pendant la durée dt.

On note g l'intensité du champ de pesanteur et on fixe l'origine de l'énergie potentielle de pesanteur au niveau $z = 0$.

Par application du premier principe de la thermodynamique au fluide gazeux, entre les instants t et $t + dt$, établir la relation :

$$\delta m \left\{ \left[\frac{1}{2} w_2^2 + g\, z_2 + h_2 \right] - \left[\frac{1}{2} w_1^2 + g\, z_1 + h_1 \right] \right\} = \delta Q + \delta W$$

I.3.3. A partir de l'expression établie à la question **I.3.2**, définir les conditions expérimentales qui permettent de faire subir au fluide une détente de Joule Thomson.

II. Détente d'un fluide gazeux dans une tuyère

Le fluide gazeux se détend, de manière adiabatique, dans une tuyère dans laquelle sa vitesse varie. La tuyère est constituée d'un tube de révolution autour d'un axe horizontal $x'x$ (figure 2 ci-contre).

La section droite, d'abscisse x, de la tuyère a une aire $\Sigma(x)$ variable le long de l'axe $x'x$. On admet que cette variation est assez lente pour que le vecteur vitesse des éléments de volume du gaz qui s'écoule reste, pratiquement, parallèle à $x'x$, de même sens et que sa composante $w(x)$ ait la même valeur pour tous les éléments de volume situés dans une tranche de gaz, d'abscisse x, perpendiculaire à $x'x$.

On suppose que le régime d'écoulement stationnaire est atteint et on néglige toute perte d'énergie, par frottement, le long des parois de la tuyère.

On note $H(x)$ l'enthalpie d'une mole de gaz sous la pression $p(x)$, à la température $T(x)$.

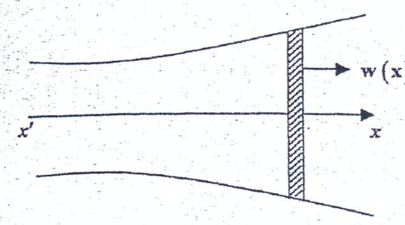

Figure 2

On désigne par M la masse molaire du gaz et par $\rho(x)$ sa masse volumique à l'abscisse x.

$w_1, p_1, T_1, H_1, \rho_1$; $w_2, p_2, T_2, H_2, \rho_2$: désignent, respectivement, les valeurs de : $w(x), p(x), T(x), H(x), \rho(x)$ dans la section droite d'entrée de surface Σ_1, et dans la section droite de sortie de surface Σ_2.

II.1. On considère l'évolution d'une mole de gaz entre son entrée dans la tuyère et son passage dans la tranche d'abscisse x.

A partir de la relation générale établie à la question **I.3.2** et compte tenu des conditions de fonctionnement de la tuyère, établir la relation suivante :

$$\left[\frac{1}{2}w^2(x) + M\,H(x)\right] - \left[\frac{1}{2}w_1^2 + M\,H_1\right] = 0$$

II.2. Aucune hypothèse n'est faite sur l'équation d'état du gaz.

On admet que chaque élément de volume du gaz subit, dans la tuyère, une détente adiabatique réversible. Montrer que, dans ces conditions :

$$\frac{1}{2}w^2(x) - \frac{1}{2}w_1^2 + \int_{p_1}^{p(x)} \frac{dp}{\rho(x)} = 0$$

II.3. On suppose, maintenant, que le gaz est un gaz parfait pour lequel le rapport $\gamma = C_p/C_v$, est indépendant de la température et on admet que son évolution, dans la tuyère, se produit de manière adiabatique et réversible. On pose $\varepsilon = p(x)/p_1$ et on désigne par C_p, la capacité thermique molaire à pression constante du gaz.

II.3.1. Monter que l'on a :

$$w^2(x) = w_1^2 - \frac{2\,T_1\,C_p}{M}\left(\varepsilon^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} - 1\right)$$

N.B : $\int p^{-\frac{1}{\gamma}}\,dp = \frac{\gamma}{\gamma-1}p^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}$.

II.3.2. Exprimer le débit massique q_m du gaz, à l'abscisse x, en fonction de : $\rho_1, \varepsilon, \gamma, \Sigma(x)$ et $w(x)$.

II.3.3. On suppose que la section d'entrée de surface Σ_1, de la tuyère est très grande. On peut alors considérer $w_1 \sim 0$.

Montrer que, dans ces conditions, le débit massique s'écrit : $q_m = K_1\,\Sigma(x)\,f(\varepsilon)$, expression dans laquelle K_1, ne dépend que des caractéristiques du gaz et des valeurs des paramètres relatifs à l'entrée de la tuyère et $f(\varepsilon)$ est une fonction de ε. On explicitera K_1, et $f(\varepsilon)$.

Problème II

On s'intéresse à l'étude de phénomènes liés à la tension superficielle, notée σ, qui se manifestent à la surface de séparation entre deux milieux fluides.

On suppose que le champ de pesanteur est uniforme : $g = 9{,}8\,m.s^{-2}$.

I. Formule de Laplace

I.1. On considère une goutte de liquide, supposée sphérique, de rayon R. Sachant qu'une augmentation réversible de la surface dA s'accompagne d'un travail élémentaire δW, montrer que la différence de pression entre l'intérieur et l'extérieur de la goutte est :

$$P_{int} - P_{ext} = \frac{2\,\sigma}{R}$$

I.2. Les alvéoles pulmonaires sont les lieux des échanges gazeux entre l'air et le sang. Une alvéole est assimilée à une sphère de rayon R, couverte par un film mince aqueux (voir Figure 3).

La différence de pression entre les points M et N, situés de part et d'autre de l'interface, est donnée par la formule de Laplace.

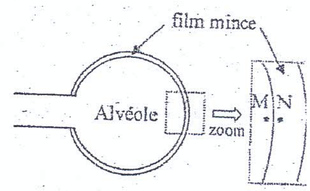

Figure 3

I.2.a. En supposant que le film aqueux est formé de l'eau pure, calculer $\Delta P = P_M - P_N$.

On donne : R 0,05mm (lors de l'expiration), $\sigma_{eau} = 72,10^{-3} N.m^{-1}$.

I.2.b. En réalité, le liquide constituant le film aqueux est un liquide physiologique aqueux appelé surfactant pulmonaire et la différence de pression est $\Delta P = 533\ Pa$. Calculer la valeur de σ correspondante. Quel est, alors, le rôle du surfactant pulmonaire ?

II. Angle de raccordement

On considère une goutte de liquide immobile déposée sur un support solide.

II.1. Définir l'angle de raccordement θ du liquide en contact avec le solide.

II.2. Expliquer, sur un schéma, la différence entre un liquide mouillant et un liquide non mouillant. Donner un exemple pour chaque cas.

III. Loi de Jurin

En plaçant un tube capillaire dans une cuve remplie d'eau, de masse volumique ρ, on remarque que l'eau monte à une hauteur h et que l'interface entre l'eau et l'air est une calotte sphérique de rayon R (voir Figure 4).

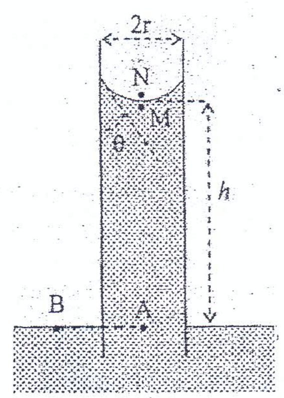

Figure 4

III.1. Exprimer le rayon R de l'interface entre l'eau et l'air en fonction du rayon r du tube et de l'angle de raccordement θ de l'eau avec la surface du tube.

III.2. En appliquant la loi de l'hydrostatique, déterminer la différence de pression entre les points M et N.

III.3. Montrer, alors, que la hauteur h est donnée par :

$$h = \frac{2\,\sigma\,cos\theta}{\rho\,g\,r}$$

III.4. On remplace l'eau par du mercure. Calculer la valeur de h dans un tube de verre de rayon $r = 1\,mm$. Faire un schéma.

Données : $\theta_{mercure/verre} = 135{,}20°$, $\rho_{mercure} = 13600\ kg.m^{-3}$, $\sigma_{mercure} = 0{,}5\,N.m^{-1}$.

III.5. Dans les arbres, la sève conduit l'eau et les éléments nutritifs des racines aux feuilles. Elle est transportée dans des tubes capillaires fins appelés xylèmes.

On veut expliquer le mécanisme permettant la montée de la sève dans les grands arbres. Dans la suite, la sève sera assimilée à de l'eau pure ($\rho_{sève} = 10^3\ kg.m^{-3}$) et on s'intéressera à des arbres de hauteur $H = 50\ m$. Le rayon d'un xylème est $r = 15\ \mu m$.

III.5.1. En appliquant la loi de Jurin, calculer la hauteur que peut atteindre la sève dans un arbre. On supposera que la sève est parfaitement mouillante. Commenter,

III.5.2. L'eau, au niveau des feuilles, s'évapore sous l'effet du rayonnement solaire. La pression au niveau des racines est $P_{atm} = 1\ bar$.

En appliquant la loi de l'hydrostatique, déterminer la pression P_f au niveau des feuilles. Calculer cette pression. Commenter.

III.5.3. On veut estimer la pression qu'il faut exercer pour diviser la colonne de sève dans le xylème en deux, ce qui consiste à faire apparaitre deux interfaces air-eau (voir figure 5). Pour cela, on assimilera cette colonne à un cylindre de section S. Une force de traction F, constante, est appliquée au niveau de la face supérieure de la colonne (voir figure 5).

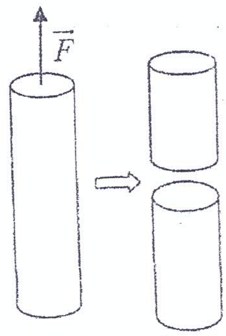

Figure 5

III.5.3.a. Exprimer le travail W nécessaire pour rompre la colonne en deux en fonction de σ et S.

III.5.3.b. En supposant que le travail des forces de courte portée ℓ s'exerçant sur les molécules situées de part et d'autre de la surface de séparation est $W = F\ \ell$, déterminer la valeur de la pression P_ℓ.

On prendra : $\ell = 10\ nm$.

III.5.3.c. En comparant les valeurs des pressions P_f et P_ℓ, déduire le mécanisme expliquant la montée de la sève dans les arbres.