UNIVERSITÉ DE SFAX

⋆ ⋆ ⋆ ⋆ ⋆

Institut Préparatoire aux Études d'Ingénieur de Sfax

Année universitaire : 2018/2019

Devoir de contrôle de Mécanique des Solides Indéformables - Semestre N°1
Sections : M.P.2 & P.C.2

Durée :1h30 **Date : 02 Novembre 2018** **Nbre de pages : 4**

N.B : ***Aucun document n'est autorisé.***

Exercice 1 : Étude d'une porte du barrage Thames Barrier

Le Thames Barrier est un barrage spectaculaire conçu pour protéger la ville de Londres des marées exceptionnellement élevées qui peuvent remonter de la mer (Figure 1). Il est constitué de 10 portes en forme de secteur angulaire de 20 m de haut. Chaque porte est totalement effacée dans un berceau en béton coulé au fond de la rivière. En cas de montée des eaux, les portes pivotent en position verticale actionnées par une machinerie hydraulique.

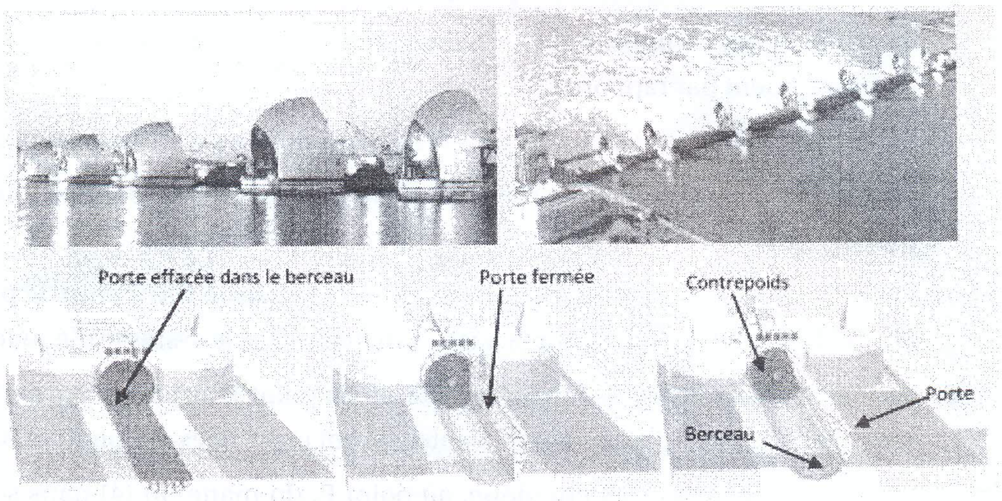

FIGURE 1 – Thames Barrier

Dans la suite, on s'intéresse à la détermination des caractéristiques d'inertie d'une porte du Thames Barrier. Celle-ci peut être décomposée en deux solides élémentaires (Figure 2) :

— (S_1) assimilé à une plaque rectangulaire homogène d'épaisseur négligeable, de longueur L, de largeur l, de masse m_1 et de centre d'inertie G_1. On donne $\overrightarrow{OG_1} = -\frac{L}{2}\vec{z} - R\cos\alpha\vec{y}$

— (S_2) assimilé à un secteur angulaire homogène d'épaisseur e, de rayon extérieur R, de longueur L, de masse m_2 et de centre d'inertie G_2.

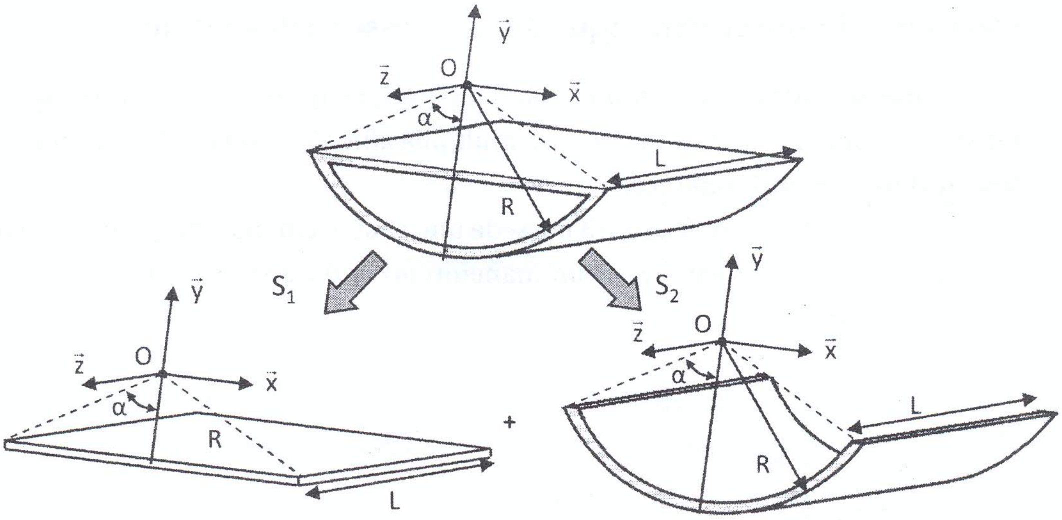

FIGURE 2 – Porte du Thames Barrier

1) Déterminer la position du centre d'inertie G de la porte du Thames Barrier en fonction des données géométriques.
2) Déterminer la forme de la matrice d'inertie de la porte du Thames Barrier au point O dans la base $(\vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$.
3) Déterminer le moment d'inertie de (S_1) par rapport à l'axe $(G_1, \vec{z})$.
4) Déterminer le moment d'inertie de (S_2) par rapport à l'axe $(O, \vec{z})$.
5) Déduire le moment d'inertie de la porte du Thames Barrier par rapport à l'axe $(O, \vec{z})$.

Exercice 2 : Étude cinématique d'une presse hydraulique

Une presse hydraulique est une machine qui fournit une grande force de compression. Elle transmet un déplacement et un effort démultiplié afin d'écraser ou de déformer un objet.

Description du fonctionnement :

La presse représentée par la figure 3 possède une chaîne cinématique composée du vérin de corps (1) et de tige (2), d'un levier (3), d'un maneton (4) et du piston (5). Ce dernier exerce l'effort de compression désiré.

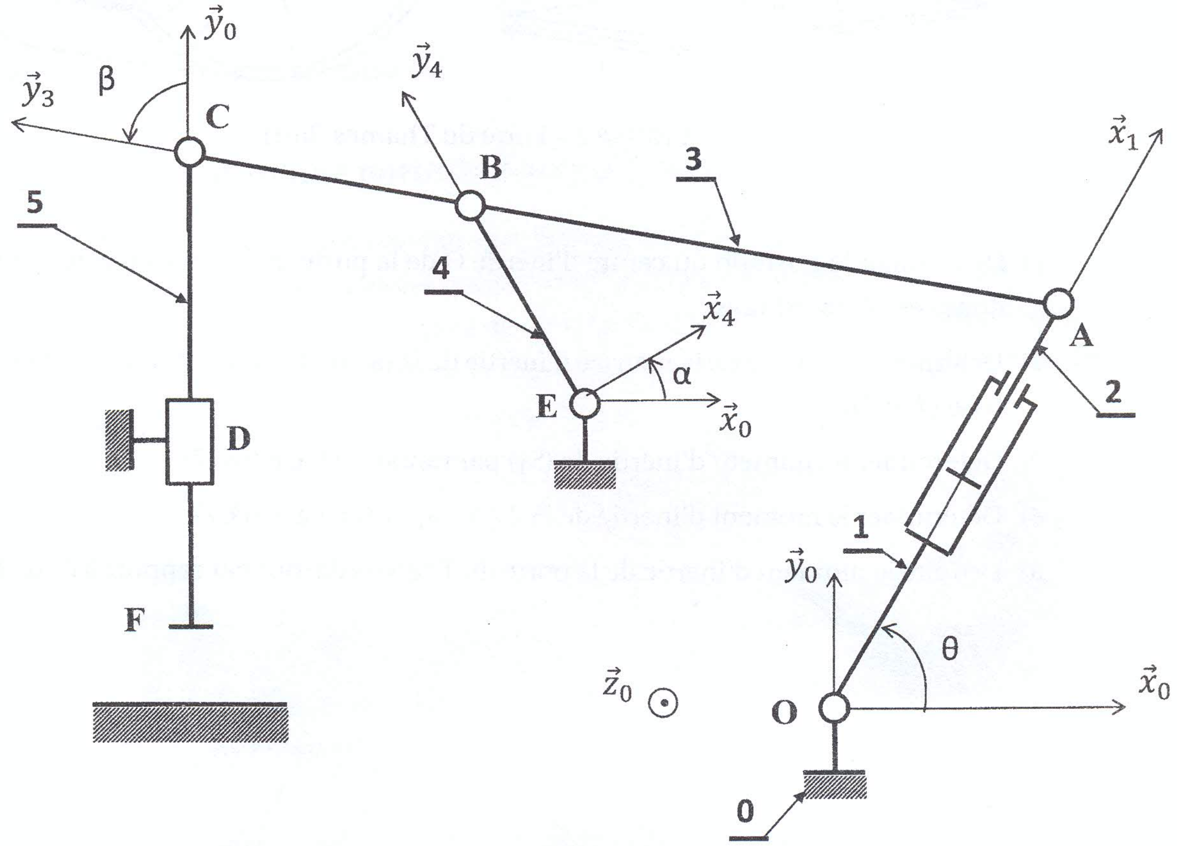

FIGURE 3 – Schémas cinématique minimale d'une presse hydraulique

On propose le paramétrage suivant :

- Le repère $R_0(O, \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$ est lié au bâti (0) ;
- Le repère $R_1(O, \vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_0)$ est lié au corps du vérin (1), avec $\theta = (\vec{x}_0, \vec{x}_1) = (\vec{y}_0, \vec{y}_1)$;
- Le repère $R_2(A, \vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_0)$ est lié à la tige du vérin (2) ;
- Le repère $R_3(A, \vec{x}_3, \vec{y}_3, \vec{z}_0)$ est lié au levier (3), avec $\beta = (\vec{x}_0, \vec{x}_3) = (\vec{y}_0, \vec{y}_3)$;
- Le repère $R_4(E, \vec{x}_4, \vec{y}_4, \vec{z}_0)$ est lié au maneton (4), avec $\alpha = (\vec{x}_0, \vec{x}_4) = (\vec{y}_0, \vec{y}_4)$;
- Le repère $R_5(C, \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$ est lié au piston (5) ;

On donne :

$$\overrightarrow{OA} = \lambda\vec{x}_1\ ,\ \overrightarrow{AC} = L\vec{y}_3,\ \overrightarrow{BC} = a\vec{y}_3,\ \overrightarrow{EB} = b\vec{y}_4$$

$$\overrightarrow{FD} = \eta\vec{y}_0\ ,\ \overrightarrow{OE} = -c\vec{x}_0 + h\vec{y}_0$$

λ, η, α, β et θ sont des paramètres variables en fonction du temps;
L, a, b, c et h sont les constantes positives.

Objectif

L'objectif du travail proposé est de déterminer la vitesse minimale de la tige du vérin qui permet de vérifier le critère imposé par le cahier des charges ci dessous :

Exigence technique	Critère	Niveau
FS1 : Réaliser une forme dans une pièces	Vitesse de déplacement du piston	≥ 20 cm/s

TABLE 1 – Extrait du cahier des charges fonctionnel d'une presse hydraulique

Questions

1) Déterminer le vecteur vitesse de la tige de vérin : $\vec{V}(A \in 2/1)$.
2) Déterminer par composition du mouvement le vecteur vitesse du point A appartenant à (2) en mouvement par rapport à (0).
3) En déduire le vecteur vitesse du point C appartenant à (3) en mouvement par rapport à (0).
4) Déterminer le torseur cinématique, au point F, du piston (5) dans son mouvement par rapport au bâti (0).
5) Écrire la condition cinématique au centre C de la liaison pivot entre le piston (5) et le levier (3). Déduire par projection sur la base B_0 du repère R_0, le système d'équation qui en découle.
6) Exprimer dans la base B_0 le vecteur vitesse du point B appartenant à (3) dans son mouvement par rapport à (0). Les composantes seront exprimées en fonction de $\dot{\eta}$, $\dot{\beta}$ et β.
7) Déterminer le torseur cinématique, au point E, du maneton (4) dans son mouvement par rapport à 0. En déduire le vecteur vitesse $\vec{V}(B \in 4/0)$.
8) Déduire deux relations scalaires entre $\dot{\eta}$, $\dot{\beta}$ et $\dot{\alpha}$.

On propose maintenant d'étudier le système au moment de la percussion avec la pièce.

On donne :

$$\alpha = \frac{\pi}{6}\ ;\ \beta = \frac{2\pi}{3}\ ;\ \theta = \frac{\pi}{2}\ ;\ \lambda = \frac{1}{2}\ ;\ a = \frac{2}{5}\ ;\ b = \frac{1}{4}\ ;\ L = 1$$

9) Récrire les relations obtenues dans les questions 5 et 8. En déduire une relation entre $\dot{\lambda}$ et $\dot{\eta}$.
10) Déterminer la vitesse minimale de la tige de vérin qui permet de vérifier le critère imposé par le cahier des charges.