

Données utiles :

$$\cos(p + q) + \cos(p - q) = 2 \cos(p) \cos(q)$$

$$\cos(p + q) - \cos(p - q) = -2 \sin(p) \sin(q)$$

$$1 + \cos(2\theta) = 2 \cos^2(\theta)$$

$$\cos(a + b) = \cos(a) \cos(b) - \sin(a) \sin(b)$$

$$\cos(a - b) = \cos(a) \cos(b) + \sin(a) \sin(b)$$

Le principe de la conversion d'énergie électrique en énergie mécanique repose sur une interaction champ magnétique-courant électrique. Dans la machine synchrone, le stator est alimenté par un système de courants triphasés. Il crée à l'intérieur de la machine un champ tournant. Le rotor s'apparente à une bobine alimentée en courant continu. L'interaction du champ magnétique créé par le stator sur le courant du rotor est à l'origine d'un couple électromagnétique.

PARTIE I

Principe de la conversion d'énergie électromécanique :

A. Etude du stator :

Le stator est constitué de trois bobines, dont les axes principaux contenus dans le plan xOy sont décalés de $\frac{2\pi}{3}$ les uns par rapport aux autres (figure 1). Elles sont alimentées par un système de courant triphasé d'amplitude maximale I_m , (de valeur efficace I_{eff}) et de fréquence f_s (de pulsation ω_s). On a :

$$\begin{cases} i_1(t) = I_m \cos(\omega_s t + \varphi) \\ i_2(t) = I_m \cos(\omega_s t + \varphi - \frac{2\pi}{3}) \\ i_3(t) = I_m \cos(\omega_s t + \varphi + \frac{2\pi}{3}) \end{cases}$$

Chaque bobine crée dans la machine un champ magnétique proportionnel au courant qui la traverse et dirigé suivant son axe principal.

On note K le coefficient de proportionnalité et on a :

$$\vec{B}_j(t) = K i_j(t) \vec{e}_j, \text{ avec } j = 1, 2 \text{ ou } 3.$$

$$\vec{e}_1 = \vec{e}_x$$

\vec{e}_2 et \vec{e}_3 se déduisent de \vec{e}_1 par les rotations d'angle respectif $\frac{2\pi}{3}$ et $-\frac{2\pi}{3}$.

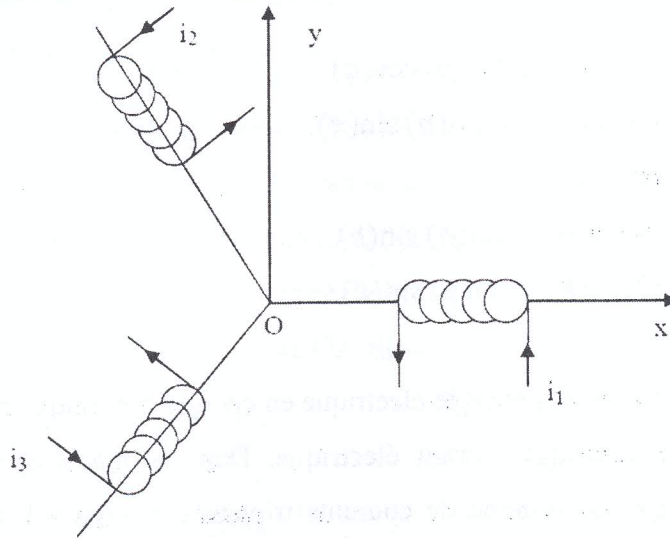


Figure 1

1. Donner l'expression du champ magnétique \vec{B}_S créé par le stator à l'intérieur de la machine dans la base (\vec{e}_x, \vec{e}_y) . On exprimera chaque composante en fonction de K , I_m , $\omega_s t$ et φ .
2. Montrer que ce champ est de norme constante et porté par un vecteur unitaire dont on précisera le sens et la direction dans la base (\vec{e}_x, \vec{e}_y) . Justifier l'appellation de champ tournant et préciser son sens de rotation.
3. On donne $K = 0,05 \text{ T} \cdot \text{A}^{-1}$, $I_{\text{eff}} = 15 \text{ A}$, $f_s = 50 \text{ Hz}$. Calculer la valeur numérique de $\|\vec{B}_S\|$ et la vitesse de rotation de ce champ tournant en tr/min.

B. Couple exercé sur le rotor :

Dans la suite du problème, on pose $\vec{B}_S = B_S \vec{u}_1(t)$ où B_S est l'amplitude du champ magnétique créé par le stator et $\vec{u}_1(t)$ le vecteur unitaire de la base (\vec{e}_x, \vec{e}_y) tel que l'angle $(\vec{e}_x, \vec{u}_1(t)) = \omega_s t + \varphi$.

Le rotor tourne autour de l'axe Oz , à la vitesse angulaire constante $\vec{\Omega} = \Omega \vec{e}_z$. D'un point de vue électrique, il est assimilable à une bobine plate rectangulaire de surface géométrique $S = 2.r_0.H$, de largeur $2.r_0$ et de longueur H suivant Oz . Cette bobine

comporte p spires en série. Elles sont géométriquement confondues. Chaque spire est parcourue par le courant continu d'intensité I (figure 2).

Soit $\vec{n}(t)$ le vecteur unitaire de la base (\vec{e}_x, \vec{e}_y) , normal à la surface S orientée du rotor. On note θ l'angle (\vec{e}_x, \vec{n}) . On pose $\theta = \Omega t + \theta_0$

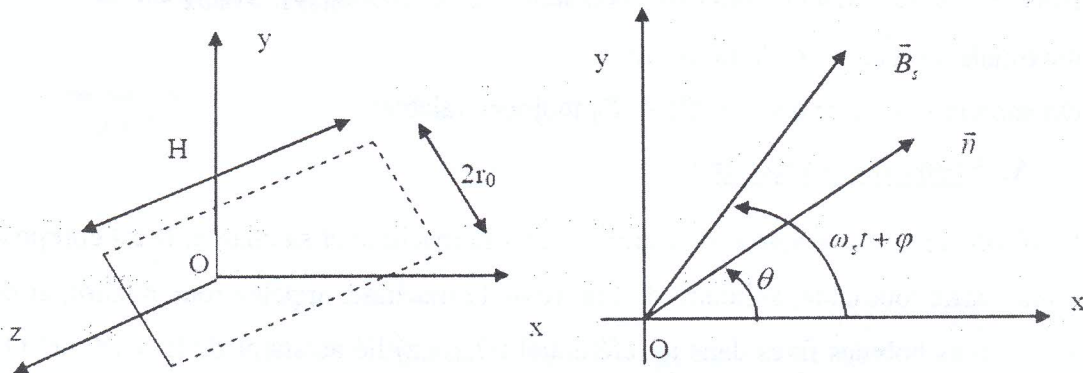


Figure 2

4. Déterminer le moment du couple des forces de Laplace $\vec{\Gamma} = \Gamma(t)\vec{e}_z$, exercé sur le rotor.
5. La pulsation ω_s étant imposée et constante, établir, suivant les valeurs de Ω , le couple moyen $\Gamma_{\text{synchroné}}$ associé à $\Gamma(t)$. Pourquoi ce type de moteur est-il qualifié de synchrone.
6. Tracer la courbe représentant $\Gamma_{\text{synchroné}}$ en fonction du décalage angulaire $\psi = \varphi - \theta_0$. Que vaut ψ lorsque $\Gamma_{\text{synchroné}}$ est maximum ? Donner l'expression de ce couple maximum, noté Γ_{max} .
7. Que vaut le flux magnétique ϕ_{mag} créé par le stator, c'est à dire le flux de \vec{B}_s à travers le rotor lorsque $\Gamma_{\text{synchroné}} = \Gamma_{\text{max}}$.

PARTIE II

Autopilotage de la machine synchrone :

Le principe de l'autopilotage de la machine consiste à mesurer, à l'aide d'un capteur de position angulaire, appelé résolveur, la position θ du rotor de la machine. On alimente alors le stator de la machine par un onduleur (ou alimentation à fréquence variable) qui délivre trois courants triphasés $i_1(t)$, $i_2(t)$ et $i_3(t)$. Ces courants sont asservis en fréquence et en phase de sorte que $\omega_s = \Omega$ et que $\varphi = \theta_0 + \frac{\pi}{2}$.

On obtient alors un fonctionnement intrinsèquement stable de la machine et un couple maximum.

Dans toute cette partie, on supposera que la machine tourne à une vitesse angulaire $\vec{\Omega} = \Omega \vec{e}_z = \frac{d\theta}{dt} \vec{e}_z$. Compte tenu de l'inertie de la machine et des échelles de temps considérées ici, Ω sera supposée constante. $\Omega \in [0, \Omega_{max}]$, Ω_{max} est la vitesse maximale de rotation de la machine.

On supposera la relation $\theta = \Omega t + \theta_0$ toujours valable.

A. Etude du résolveur :

Le résolveur s'insère autour de l'arbre reliant la machine et sa charge. Il est composé d'une partie tournante, solidaire de l'arbre de la machine, appelée roue polaire, et de deux autres bobines fixes dans le référentiel (O, x, y, z) lié au stator de la machine. On définit le référentiel (O, u, v, z) lié à l'arbre de la machine et qui se déduit du référentiel (O, x, y, z) par la rotation autour de l'axe Oz (figure 3).

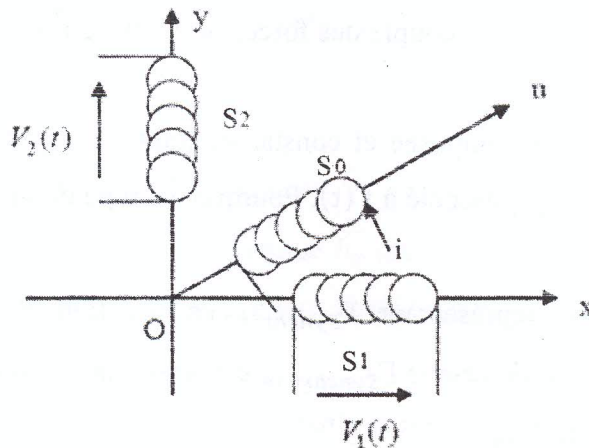


Figure 3

La roue polaire, solidaire de l'arbre de la machine, est assimilable à une bobine S_0 parcourue par un courant i . Cette bobine crée à l'intérieur du résolveur un champ magnétique \vec{B} , dont l'intensité est proportionnelle au courant i et dont le sens et la direction dépendent de la position de l'arbre. On pose $\vec{B} = \alpha i \vec{u}$, ou α est un coefficient de proportionnalité connu et \vec{u} est le vecteur unitaire de l'axe (Ou) du référentiel (O, u, v, z) lié à l'arbre de la machine, en rotation à la vitesse angulaire Ω par rapport au référentiel fixe (O, x, y, z) lié au stator. On a $\theta = (\vec{e}_x, \vec{u})$.

Les deux bobines S_1 et S_2 sont fixes, identiques et ont pour axe principal respectif Ox et Oy . Les spires de ces bobines ont pour vecteur normal respectif \vec{e}_x et \vec{e}_y . Elles ne sont parcourues par aucun courant. Elles possèdent chacune n spires de surface Σ .

8. La bobine S_0 est ici alimentée par un courant continu $i = i_0$. Déterminer en fonction de $\alpha, i_0, \theta, n, \Omega$ et Σ les expressions des tensions $V_1(t)$ et $V_2(t)$ aux bornes des bobines S_1 et S_2 . Ces deux tensions permettent-elles toujours de déterminer la position θ du rotor.

9. On alimente maintenant la bobine S_0 par un courant sinusoïdal de fréquence f_p .

On a : $i(t) = i_{0m} \sin(\omega_p t)$. Dans le cas où la pulsation ω_p est très grande devant Ω , montrer que $V_1(t) = V_{0m} \cos(\omega_p t) \cos(\theta)$. Dédire la valeur de V_{0m} en fonction de $n, \Sigma, \alpha, \omega_p$ et i_{0m} puis déterminer l'expression de $V_2(t)$.

B. Conditionnement du signal délivré par la bobine S_1 :

10. On rappelle que pour un multiplieur de constante multiplicative k (montage de la figure 4), on a $S_m(t) = k \cdot V_1(t) \cdot V_0 \cos(\omega_p t)$.

Donner l'expression de la tension de sortie $S_m(t)$ et représenter son spectre de fréquence.

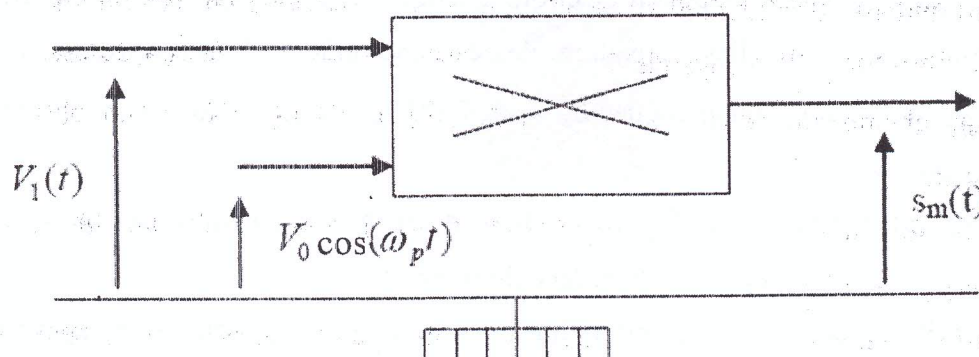


Figure 4

11. Quelle est l'opération de traitement du signal nécessaire pour retrouver un signal proportionnel à $\cos(\theta)$? Proposer un montage ne comportant que des composants passifs permettant d'effectuer cette opération et déterminer sa fonction de transfert.

12. Donner alors l'expression de la tension relevée, en pratique, en sortie de ce dernier montage. On précisera son amplitude et sa phase. En déduire la valeur de l'erreur commise sur θ lorsque $RC\Omega = 1/4$.

PARTIE III

Démarrage en fonctionnement asynchrone :

Lorsque la machine est directement reliée à un réseau de fréquence et de phase fixe, on effectue parfois un démarrage en fonctionnement asynchrone. Lors du démarrage de la machine, la vitesse angulaire Ω du rotor augmente avec le temps. Néanmoins, compte tenu que les constantes de temps électriques sont bien plus petites que les constantes de temps mécaniques, on assimilera Ω à une constante inférieure à ω_s .

Lors de cette phase de démarrage, la bobine plate constituant le rotor n'est pas encore alimentée en courant continu comme en régime établi, mais fermée sur elle-même. Elle est modélisée d'un point de vue électrique par une inductance pure L et une résistance R . La position du rotor est toujours repérée par l'angle θ que fait la normale à la surface de la bobine et l'axe des abscisses. On a toujours $\theta = \Omega t + \theta_0$.

Le stator est toujours alimenté par un système de courant triphasé. Il crée à l'intérieur de la machine un champ tournant $\vec{B}_s = B_s \vec{u}_1(t)$ où B_s est l'amplitude du champ magnétique créé par le stator et $\vec{u}_1(t)$ le vecteur unitaire de la base (\vec{e}_x, \vec{e}_y) tel que l'angle $(\vec{e}_x, \vec{u}_1(t)) = \omega_s t + \varphi$.

De par les phénomènes d'induction électromagnétique, il existe une tension induite dans la bobine du rotor. Elles engendrent des courants induits. L'interaction de ces courants et du champ magnétique $\vec{B}_s = B_s \vec{u}_1(t)$ est à l'origine d'un couple électromagnétique.

13. Donner en fonction de $B_s, p, S, \omega_s, \Omega, \theta_0$ et de φ l'expression de la force électromotrice (f.e.m) induite dans la bobine du rotor.

14. L'intensité du courant électrique induit dans la bobine du rotor est de la forme $i_r(t) = I_r \sin(at + b)$. Représenter le schéma électrique équivalent du rotor et déterminer les expressions de a , b et I_r .

15. Calculer le moment du couple des forces de Laplace.

16. Préciser l'expression de la valeur moyenne dans le temps, noté $\Gamma_{\text{asynchrone}}$, du couple exercé sur le rotor lors de cette séquence de démarrage. Pourquoi ce fonctionnement asynchrone est-il complémentaire du fonctionnement synchrone étudié dans la partie I.