UNIVERSITÉ DE SFAX
Institut Préparatoire aux Études d'Ingénieur de Sfax

A.U : 2018/2019

Notes de correction de l'examen de fin du premier semestre
Systèmes Techniques Automatisés

Partie Mécanique des solides indéformables
Sections : M.P.2 & P.C.2

Étude d'un Mécanisme de levage

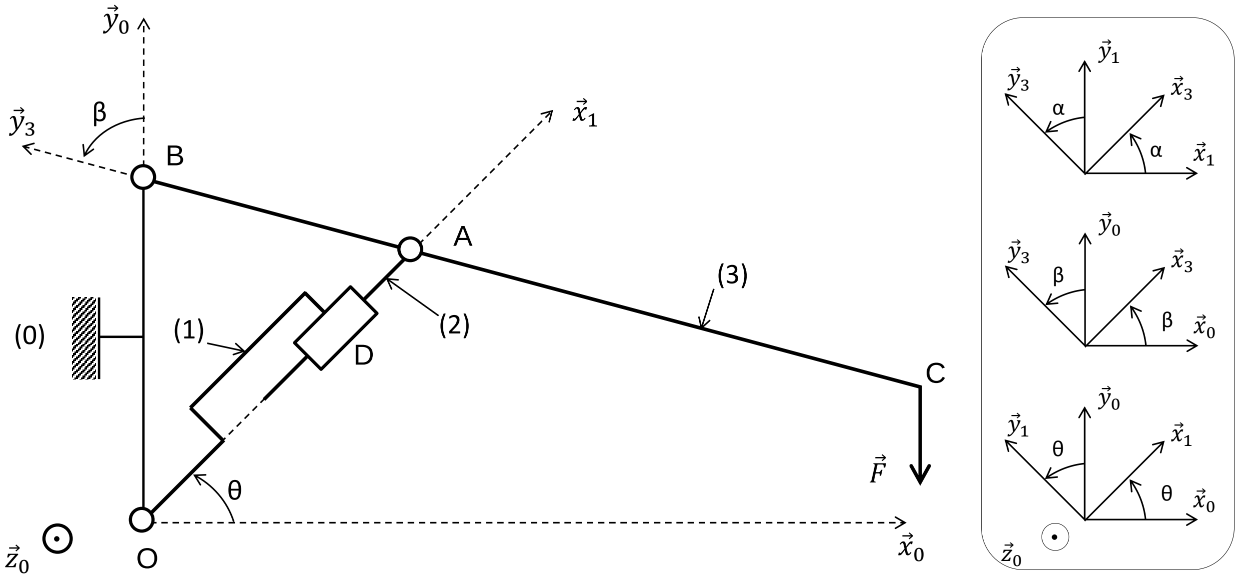

FIGURE 1 – Schéma cinématique minimal du dispositif de levage

Étude cinématique

L'objectif de l'étude cinématique est de déterminer la variation de la vitesse de rotation du levier (3) *en fonction de la vitesse d'ouverture de la tige du vérin.*

1) $\overrightarrow{\Omega}(1/0) = \dot{\theta}\vec{z}_0 \quad ; \quad \overrightarrow{\Omega}(3/0) = \dot{\beta}\vec{z}_0$

2) $\overrightarrow{\Omega}(2/1) = \overrightarrow{0}$ (liaison glissière)
$\overrightarrow{V}(A \in 2/1) = \left.\frac{d\overrightarrow{OA}}{dt}\right|_1 = \dot{\lambda}\vec{x}_1$

$$\left\{\vartheta_{(2/1)}\right\}_A = \left\{\begin{array}{c} \vec{0} \\ \dot{\lambda}\vec{x}_1 \end{array}\right\}$$

3) $\overrightarrow{V}(A \in 2/0) = \overrightarrow{V}(A \in 2/1) + \overrightarrow{V}(A \in 1/0) = \overrightarrow{V}(A \in 2/1) + \underbrace{\overrightarrow{V}(O \in 1/0)}_{=\vec{0}} + \vec{\Omega}_{(1/0)} \wedge \overrightarrow{OA}$

$$\vec{V}(A \in 2/0) = \dot{\lambda}\vec{x}_1 + (\lambda + d)\,\dot{\theta}\vec{y}_1$$

4) $\overrightarrow{V}(B \in 3/0) = \vec{0} \qquad \Rightarrow \qquad \left\{\vartheta_{(3/0)}\right\}_B = \left\{ \begin{array}{c} \dot{\beta}\vec{z}_0 \\ \vec{0} \end{array} \right\}$

$\overrightarrow{V}(A \in 3/0) = \overrightarrow{V}(B \in 3/0) + \vec{\Omega}_{(3/0)} \wedge \overrightarrow{BA} = a\dot{\beta}\vec{x}_3$

$$\overrightarrow{V}(A \in 3/0) = a\dot{\beta}\,(\cos\alpha\ \vec{x}_1 + \sin\alpha\ \vec{y}_1)$$

5) $\overrightarrow{V}(A \in 3/2) = \vec{0} \quad \overrightarrow{V}(A \in 3/0) = \overrightarrow{V}(A \in 2/0)$

$$\left\{ \begin{array}{l} \dot{\lambda} = a\dot{\beta}\cos\alpha \\ (\lambda + d)\,\dot{\theta} = a\dot{\beta}\sin\alpha \end{array} \right.$$

Étude cinétique

L'objectif de cette étude est de déterminer la masse équivalente M_{eq} du système ramenée sur la tige du vérin.

1) **a)** $\left\{\mathcal{C}_{(1/0)}\right\}_O = \left\{ \begin{array}{c} m_1 c\dot{\theta}\vec{y}_1 \\ I_1\dot{\theta}\vec{z}_0 \end{array} \right\}$

b) $\left\{\mathcal{C}_{(2/0)}\right\}_{G_2} = \left\{ \begin{array}{c} m_2\left(\dot{\lambda}\vec{x}_1 + \lambda\dot{\theta}\vec{y}_1\right) \\ I_2\dot{\theta}\vec{z}_0 \end{array} \right\}$

c) $\left\{\mathcal{C}_{(3/0)}\right\}_B = \left\{ \begin{array}{c} m_3 e\dot{\beta}\vec{x}_3 \\ I_3\dot{\beta}\vec{z}_0 \end{array} \right\}$

2) $E_{c(S/0)} = E_{c(1/0)} + E_{c(2/0)} + E_{c(3/0)}$

$E_{c(1/0)} = \frac{1}{2}I_1\dot{\theta}^2 \quad ; \quad E_{c(2/0)} = \frac{1}{2}\left[m_2\left(\dot{\lambda}^2 + \lambda^2\dot{\theta}^2\right) + I_2\dot{\theta}^2\right] \quad ; \quad E_{c(3/0)} = \frac{1}{2}I_3\dot{\beta}^2$

$$E_{c(S/0)} = \frac{1}{2}\left[\left(I_1 + I_2 + m_2\lambda^2\right)\dot{\theta}^2 + m_2\dot{\lambda}^2 + I_3\dot{\beta}^2\right]$$

3) d'après la cinquième question de l'étude cinématique, on a :

$\dot{\beta} = \frac{\dot{\lambda}}{a\cos\alpha}$

$\dot{\theta} = \frac{a\dot{\beta}}{\lambda+d} = \frac{\dot{\lambda}\tan\alpha}{\lambda+d}$

$$E_{c(S/0)} = \frac{1}{2}M_{eq}\dot{\lambda}^2$$

$$M_{eq} = \left(I_1 + I_2 + m_2\lambda^2\right)\frac{\tan^2\alpha}{(\lambda+d)^2} + m_2 + \frac{I_3}{a^2\cos^2\alpha}$$

Étude Dynamique

L'objectif de cette étude est la caractérisation du vérin.

1) $\left\{\tau_{(0\to1)}\right\}_O = \left\{\begin{matrix} X_{01} & 0 \\ Y_{01} & 0 \\ 0 & 0 \end{matrix}\right\}_{B_1}$; $\left\{\tau_{(2\to1)}\right\}_D = \left\{\begin{matrix} 0 & 0 \\ Y_{21} & 0 \\ 0 & N_{21} \end{matrix}\right\}_{B_1}$

$\left\{\tau_{(3\to2)}\right\}_A = \left\{\begin{matrix} X_{32} & 0 \\ Y_{32} & 0 \\ 0 & 0 \end{matrix}\right\}_{B_1}$; $\left\{\tau_{(0\to3)}\right\}_B = \left\{\begin{matrix} X_{03} & 0 \\ Y_{03} & 0 \\ 0 & 0 \end{matrix}\right\}_{B_1}$

2) $\vec{\delta}_{O(1/0)} = \overrightarrow{M}_{O(\bar{1}\to1)}$

$\vec{M}_{O(\bar{1}\to1)} = \vec{M}_{O(0\to1)} + \vec{M}_{O(2\to1)} = \vec{M}_{O(0\to1)} + \vec{M}_{D(2\to1)} + \vec{R}_{(2\to1)} \wedge \overrightarrow{DO} = (N_{21} + hY_{21})\,\vec{z}_0$

$\vec{\delta}_{O(1/0)} = \left.\frac{d\vec{\sigma}_{O(1/0)}}{dt}\right|_0 = I_1\ddot{\theta}\vec{z}_0$

$$I_1\ddot{\theta} = (N_{21} + hY_{21}) \quad (1)$$

3) $\left\{\tau_{(\bar{2}\to2)}\right\}_{G_2} = \left\{\tau_{(1\to2)}\right\}_{G_2} + \left\{\tau_{(3\to2)}\right\}_{G_2} + \left\{\tau_{(fluide\to2)}\right\}_{G_2}$

$\left\{\tau_{(1\to2)}\right\}_D = -\left\{\tau_{(2\to1)}\right\}_D = \left\{\begin{matrix} 0 & 0 \\ -Y_{21} & 0 \\ 0 & -N_{21} \end{matrix}\right\}_{B_1}$

$\vec{M}_{G_2(1\to2)} = \vec{M}_{D(1\to2)} + \vec{R}_{(1\to2)} \wedge \overrightarrow{DG_2} = \left[(\lambda - h)\,Y_{21} - N_{21}\right]\vec{z}_0$

$\vec{M}_{G_2(3\to2)} = \vec{M}_{A(3\to2)} + \vec{R}_{(3\to2)} \wedge \overrightarrow{AG_2} = dY_{32}\vec{z}_0$

$$\left\{\tau_{(\bar{2}\to2)}\right\}_{G_2} = \left\{\begin{matrix} F_V + X_{32} & 0 \\ -Y_{21} + Y_{32} & 0 \\ 0 & (\lambda - h)\,Y_{21} - N_{21} + dY_{32} \end{matrix}\right\}_{B_1}$$

4) $\vec{\mathcal{A}}_{(2/0)} = \left.\frac{d\vec{P}_{(2/0)}}{dt}\right|_0 = m_2\left[\left(\ddot{\lambda} - \lambda\dot{\theta}^2\right)\vec{x}_1 + \left(\lambda\ddot{\theta} + 2\dot{\lambda}\dot{\theta}\right)\vec{y}_1\right]$

$\vec{\delta}_{G_2(2/0)} = \left.\frac{d\vec{\sigma}_{G_2(2/0)}}{dt}\right|_0 = I_2\ddot{\theta}\vec{z}_0$

$$\left\{\mathcal{D}_{(2/0)}\right\}_{G_2} = \left\{\begin{matrix} m_2\left[\left(\ddot{\lambda} - \lambda\dot{\theta}^2\right)\vec{x}_1 + \left(\lambda\ddot{\theta} + 2\dot{\lambda}\dot{\theta}\right)\vec{y}_1\right] \\ I_2\ddot{\theta}\vec{z}_0 \end{matrix}\right\}$$

5) $\left\{D_{(2/0)}\right\}_{G_2} = \left\{\tau_{(\bar{2}\to2)}\right\}_{G_2}$

$$\left\{\begin{array}{ll} m_2\left(\ddot{\lambda} - \lambda\dot{\theta}^2\right) = F_V + X_{32} & (2) \\ m_2\left(\lambda\ddot{\theta} + 2\dot{\lambda}\dot{\theta}\right) = -Y_{21} + Y_{32} & (3) \\ I_2\ddot{\theta} = (\lambda - h)\,Y_{21} - N_{21} + dY_{32} & (4) \end{array}\right.$$

6) $\vec{\delta}_{B(3/0)} = \overrightarrow{M}_{B(\bar{3}\to3)}$

$\vec{\delta}_{B(3/0)} = \left.\frac{d\vec{\sigma}_{B(3/0)}}{dt}\right|_0 = I_3\ddot{\beta}\vec{z}_0$

$\vec{M}_{B(\bar{3}\to3)} = \vec{M}_{B(2\to3)} + \vec{M}_{B(ch\arg e\to3)} + \vec{M}_{B(0\to3)}$

$\vec{M}_{B(2\to3)} = \vec{M}_{A(2\to3)} + \vec{R}_{(2\to3)} \wedge \overrightarrow{AB} = -a\,(X_{32}\cos\alpha + Y_{32}\sin\alpha)\,\vec{z}_0$

$\vec{M}_{B(ch\arg e\to3)} = \vec{M}_{C(ch\arg e\to3)} + \vec{R}_{(ch\arg e\to3)} \wedge \overrightarrow{CB} = -FL\sin\beta\vec{z}_0$

$\vec{M}_{B(0\to3)} = \vec{0}$

$$I_3\ddot{\beta} = -a\,(X_{32}\cos\alpha + Y_{32}\sin\alpha) - FL\sin\beta \qquad (5)$$

7) Les inconnues sont $\{F_V, Y_{21}, N_{21}, X_{32}, Y_{32}\}$ et le nombre d'équations est égal à 5 $\Rightarrow$ la démarche ainsi réalisée permet de caractériser la force F_V du vérin.