Epreuve de Mécanique des Solides Indéformables (MSI)
MP2-PC2 Date : Mardi 28 Mai 2019 Durée : 1 H 30

Remarque:
Les réponses aux questions de MSI sont à rédiger sur une feuille séparée.

RECTIFIEUSE DE SOUPAPES

Présentation

La figure 1 schématise un appareil de rectification des soupapes. Son support est constitué de deux coulisseaux mobiles actionnés par deux moteurs pas à pas. Le premier coulisseau comporte une meule mise en rotation par un moteur électrique. Le second est composé de la soupape qui est animée, au moyen d'un autre moteur électrique, d'un mouvement de rotation autour de son axe. La rectification d'une soupape est effectuée sur sa partie conique.

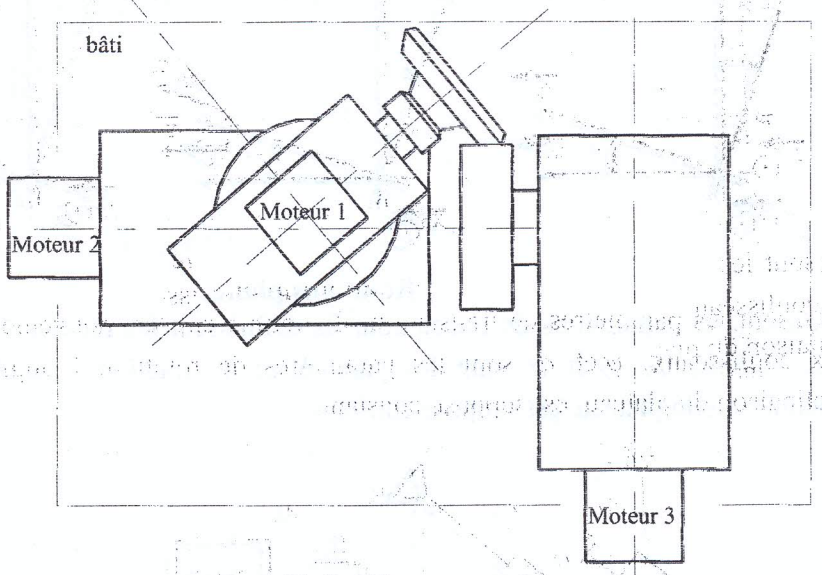


Figure 1 : Rectifieuse de soupapes

Principe de fonctionnement

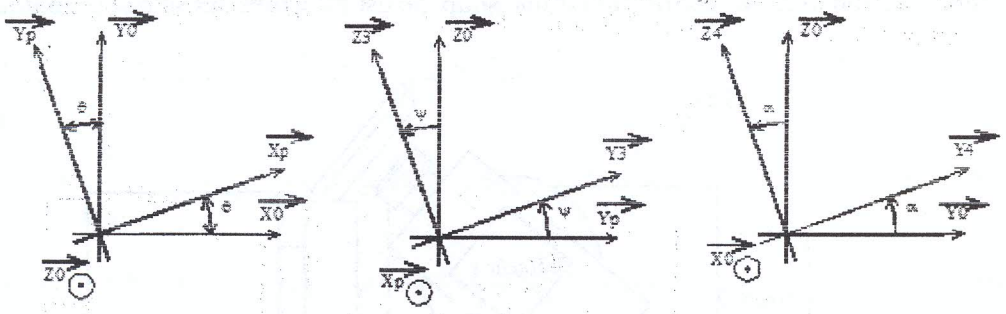
La figure 2 représente la chaîne cinématique minimale de l'appareil. Le coulisseau (1) est en liaison glissière d'axe $(A,\vec{X}_0)$ avec le bâti (0), il est entraîné en translation par le moteur pas à pas (MP_1). Le plateau (P) est équipé d'un moteur électrique (ME1), celui-ci impose sa rotation à l'ensemble porte soupape (3). Ce plateau (P) est menu d'un secteur denté lui permettant, grâce à sa liaison pivot d'axe $(B,\vec{Z}_0)$ avec le coulisseau (1), une inclinaison réglable avec la vis sans fin (V) entraînée par le moteur (M).

Le coulisseau (2) est en liaison glissière d'axe $(D,\vec{Y}_0)$ avec le bâti (0), il est entraîné en translation par le moteur pas à pas (MP_2). Le moteur électrique (ME_2) solidaire de coulisseau (2) entraîne en rotation l'ensemble (4) constitué de la meule et de son système de fixation. Cet ensemble est en liaison pivot d'axe $(E,\vec{X}_0)$ avec le coulisseau (2)

Repères et paramètres

Les repères et les paramètres adoptés pour le mécanisme sont définis relativement à la position de travail comme le montre la figure 2:

- $R_0(O,\vec{X}_0,\vec{Y}_0,\vec{Z}_0)$ repère lié au bâti (0) supposé galiléen;
- $R_1(A,\vec{X}_0,\vec{Y}_0,\vec{Z}_0)$ repère lié au coulisseau (1), tel que: $\vec{OA}=\lambda\vec{X}_0$;
- $R_2(D,\vec{X}_0,\vec{Y}_0,\vec{Z}_0)$ repère lié au coulisseau (2), tel que: $\vec{OD}=a\vec{X}_0+\mu\vec{Y}_0$
- $R_P(B,\vec{X}_P,\vec{Y}_P,\vec{Z}_0)$ repère lié au plateau , tel que : $\theta=(\vec{X}_0,\vec{X}_P)=(\vec{Y}_0,\vec{Y}_P)$
- $R_3(C,\vec{X}_P,\vec{Y}_3,\vec{Z}_3)$ repère lié à l'ensemble (3) , tels que : $\psi=(\vec{Y}_P,\vec{Y}_3)=(\vec{Z}_0,\vec{Z}_3)$
- $R_4(E,\vec{X}_0,\vec{Y}_4,\vec{Z}_4)$ repère lié à l'ensemble (4), tels que : $\alpha=(\vec{Y}_0,\vec{Y}_4)=(\vec{Z}_0,\vec{Z}_4)$



Rotations planes

λ et μ sont les paramètres de translation, ils définissent les mouvements d'approche des deux coulisseaux. ψ et α sont les paramètres de rotation. L'angle θ de réglage de l'inclinaison du plateau est supposé constant.

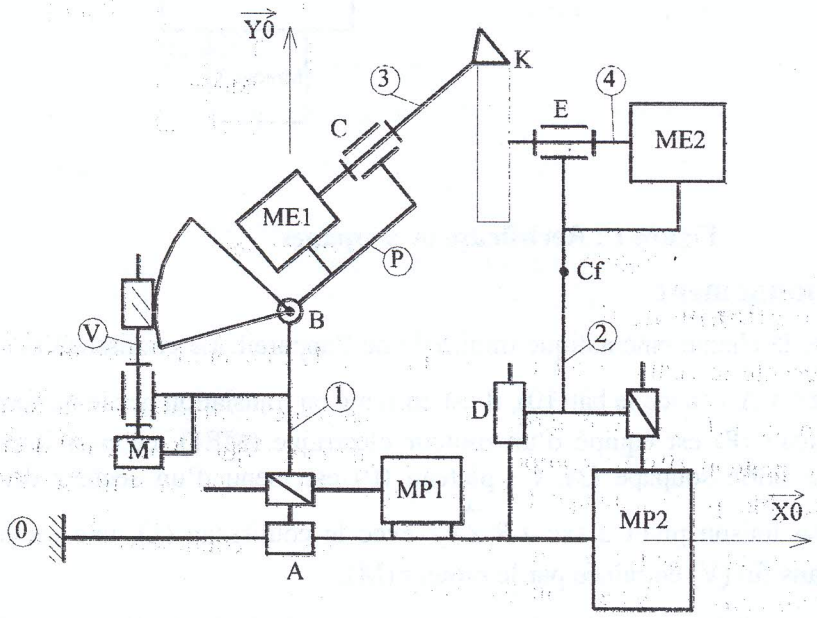
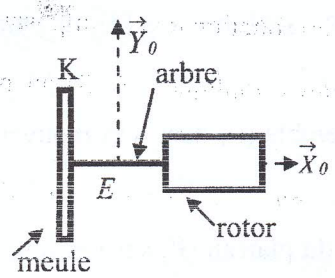


Figure 2 : Schéma cinématique de la rectifieuse

Dans cette étude on admettra que toutes les liaisons sont parfaites sauf **le contact en K entre la meule et la soupape qui est réalisé par frottement caractérisé par le coefficient f**. Tous les composants de la machine sont des solides homogènes, le tableau suivant présente les données géométriques et d'inertie nécessaires au calcul.

Ensemble	Solides constitutifs	Caractéristiques
(3)	Soupape et arbre moteur ME1	Moment d'inertie par rapport à l'axe $(C,\vec{X}_P)$: J_3, masse M_3, centre d'inertie G_3 $\vec{CG_3} = x_3\,\vec{X}_P$ et $\vec{CK} = a_3\,\vec{X}_P + r_3\,\vec{Y}_P$
(4)		Matrice d'inertie : $[I_E(4)] = \begin{bmatrix} A_4 & 0 & 0 \\ 0 & B_4 & 0 \\ 0 & 0 & B_4 \end{bmatrix}_{(\vec{X}_0,\vec{Y}_0,\vec{Z}_0)}$ Centre d'inertie G4 : $\vec{EG_4} = x_4\,\vec{X}_0$ $\vec{EK} = -b\,\vec{X}_0 + R\,\vec{Y}_0$

L'action de la meule sur la soupape au point K est représentée par le torseur :

$$\{\tau_{4/3}\}_K = \begin{Bmatrix} \vec{F}_K = N_K\,\vec{Y}_0 + T_K\,\vec{Z}_0 \\ \vec{M}_K = \vec{0} \end{Bmatrix} \text{ avec } N_K \geq 0$$

la composante normale N_K est définie par la relation : $N_K = k(\mu - \mu_0)$, lorsqu'on a $\mu \geq \mu_0$ (phase de rectification), la constante k est équivalente à une raideur.

Les ensembles (3) et (4) sont en rotation par rapport au bâti (0) à des vitesses angulaires constantes définies respectivement par : $\vec{\Omega}_{3/0} = -\omega_3\,\vec{X}_P$ et $\vec{\Omega}_{4/0} = \omega_4\,\vec{X}_0$ (ω_3 et ω_4 sont des constantes positives).

Les couples moteurs qui s'exercent sur ces ensembles sont représentés par les relations :

$$\vec{C}_{ME1/3} = -C_3\,\vec{X}_P \quad \text{et} \quad \vec{C}_{ME2/4} = C_4\,\vec{X}_0$$

l'accélération de la pesanteur est exprimée par : $\vec{g} = -g\,\vec{Z}_0$.

Partie I : CINÉMATIQUE

Tous les calculs doivent être effectué dans la base $(\vec{X}_0,\vec{Y}_0,\vec{Z}_0)$

I-1. On considère la phase relative aux mouvements d'approche (λ et μ dépendent du temps), calculer les vecteurs vitesses suivants: $\vec{V}(A/R_0)$, $\vec{V}(D/R_0)$, $\vec{V}(K\in 3/R_0)$ et $\vec{V}(K\in 4/R_0)$.

I-2. Déterminer la vitesse de glissement au point de contact K de la soupape par rapport à la meule. Donner la condition traduisant que la vitesse de glissement est située dans le plan tangent commun de contact entre la soupape et la meule.

Partie II : DYNAMIQUE ET ENERGÉTIQUE

On considère la phase de rectification (λ **et** μ **sont indépendants du temps**). Pour représenter l'action du solide (i) sur le solide (j) au point P, on utilisera la notation suivante :

$$\{A_{i/j}\}_P = \begin{Bmatrix} X_{ij} & L_{ij} \\ Yij & M_{ij} \\ Z_{ij} & N_{ij} \end{Bmatrix}_{base\ de\ projection}$$

II-1. Exprimer la composante tangentielle T_K en fonction de la composante normale N_k.

II-2. Donner les torseurs des actions extérieures appliquées à (3) au point C, les exprimer dans la base $(\vec{X}_p, \vec{Y}_p, \vec{Z}_0)$.

II-3. Écrire les équations dynamiques de l'ensemble (3) dans son mouvement par rapport à $R_0(O, \vec{X}_0, \vec{Y}_0, \vec{Z}_0)$.

II-4. Déterminer l'action mécanique au point C du plateau (P) sur l'ensemble (3) ainsi que le couple moteur C_3.

II-5. Donner les torseurs des actions extérieures appliquées à (4) au point E, les exprimer dans la base $(\vec{X}_0, \vec{Y}_0, \vec{Z}_0)$.

II-6. Écrire les équations dynamiques de l'ensemble (4) dans son mouvement par rapport à $R_0(O, \vec{X}_0, \vec{Y}_0, \vec{Z}_0)$.

II-7. Déterminer l'action mécanique au point E du coulisseau (2) sur l'ensemble (4) ainsi que le couple moteur C_4.

II-8. Calculer l'énergie cinétique du système formé des deux ensemble (3) et (4) dans leurs mouvements par rapport à $R_0(O, \vec{X}_0, \vec{Y}_0, \vec{Z}_0)$.

II-9. Écrire l'équation qui découle du théorème de l'énergie cinétique appliqué à ce système, en déduire la relation entre les couples moteurs et le paramètre de réglage λ. Comparer cette relation avec les résultats issus des questions **II-4** et **II-7.**

Université de Sfax
★★★★
Institut Préparatoire aux Etudes d'Ingénieurs de Sfax

A.U : 2018-2019
Date : 28/05/2019
Groupes : PC2-MP2

Examen d'Automatique

➢ Asservissement de position de la monture d'un héliostat :

La concentration des rayons solaires durant la journée est assurée par un dispositif de captation mobile d'un champ d'héliostats. Le rôle de chaque héliostat est de renvoyer le rayonnement parallèlement à l'axe de son paraboloïde (figure 1).

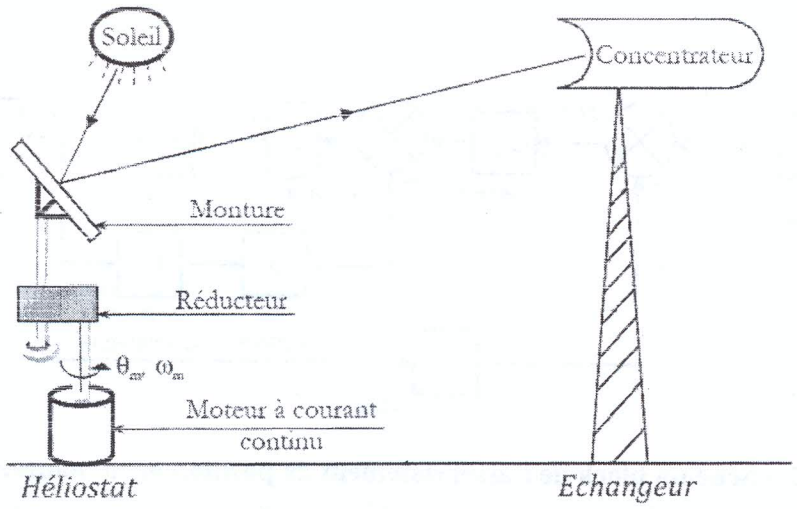


Figure 1 – Description d'une centrale solaire.

Afin d'évaluer l'effet de la correction, nous allons déterminer les caractéristiques d'un asservissement de position de l'orientation de la monture d'un héliostat avec et sans correction tachymétrique. L'élévation selon l'axe vertical de l'héliostat est assurée par un moteur à courant continu.

Le fonctionnement du moteur électrique utilisé est décrit par les équations suivantes :

$$u(t) = R\, i(t) + e(t) \qquad (1)$$

$$e(t) = K_e\, \omega_m(t) \qquad (2)$$

$$c_m(t) = K_c\, i(t) \qquad (3)$$

$$c_m(t) = J\,\frac{d\omega_m(t)}{dt} \qquad (4)$$

Ce moteur est caractérisé par les variables et les paramètres suivants :

Liste des variables	
$u(t)$	Tension de commande du moteur
$i(t)$	Courant d'induit
$e(t)$	Force contre-électromotrice
$\omega_m(t)$	Vitesse de rotation du moteur
$c_m(t)$	Couple moteur

Liste des paramètres	
R	Résistance de l'induit
J	Inertie totale du moteur
K_c	Coefficient du couple moteur
K_e	Coefficient de la force contre-électromotrice

La transformée de Laplace d'une fonction $f(t)$ est notée par $F(p)$ tel que : $F(p) = L[f(t)]$

On donne : $R = 1\ \Omega$; $J = 4\ 10^{-6}\ Kg.m^2$; $K_c = 0.02\ N.m/A$; $K_e = 0.02\ V/rad.s^{-1}$.

On se propose d'asservir la position de la monture de l'héliostat conformément au schéma représenté par la figure 2.

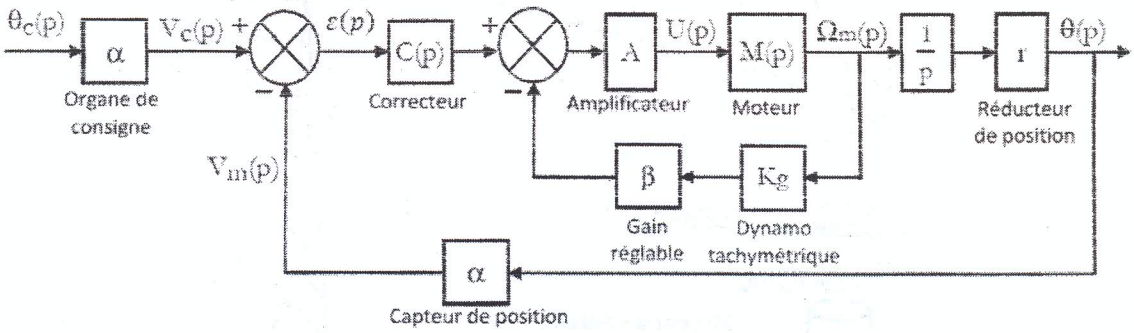


Figure 2 – Schéma block de l'asservissement de position de la monture de l'héliostat.

On prend par la suite : $\alpha = 0.1\ V.rad^{-1}$; $K_g = 0.1\ V.s.rad^{-1}$; $r = 1/50$.

1. Modélisation du moteur :

1.1. Déterminer l'expression de la fonction de transfert du moteur $M(p) = \dfrac{\Omega_m(p)}{U(p)}$, la mettre sous forme canonique $M(p) = \dfrac{K_m}{1+\tau_m p}$.

1.2. En déduire les expressions puis les valeurs de K_m et τ_m.

2. Asservissement de position de la monture de l'héliostat :

2.1. Transformer le schéma fonctionnel de la figure 2 sous forme d'un système à retour unitaire.

2.2. Sans correction tachymétrique : Dans un premier temps, on fixe $\beta = 0$ ce qui revient à supprimer la correction par retour tachymétrique. On fixe $A = 1$.

1^ier^ cas : Le correcteur est de type proportionnel $C(p) = K$ **avec** $K > 0$

2.2.1. Déterminer, en fonction de K, la fonction de transfert en boucle ouverte et en boucle fermée notées respectivement $H_0(p)$ et $H_f(p)$.

2.2.2. Exprimer, en fonction de K, le gain statique (K_s), le facteur d'amortissement (m) et la pulsation propre (ω_n) du système en boucle fermée.

2.2.3. Calculer la valeur de K garantissant une réponse indicielle en boucle fermée caractérisée par un facteur d'amortissement $m = \frac{\sqrt{2}}{2}$.

2.2.4. Pour cette valeur de K, déterminer la marge de phase $m\varphi_1$, le temps de stabilisation approximatif $T_{s1\pm5\%}$, l'erreur de traînage en régime permanent $\varepsilon_{v1}(\infty)$ pour une consigne en rampe unitaire.

2ème cas : Le correcteur est de type proportionnel intégral : $C(p) = K_0\left(1 + \frac{1}{\tau_i p}\right)$

2.2.5. Déterminer, en fonction de K_0 et τ_i, la fonction de transfert en boucle ouverte notée $G_0(p)$.

2.2.6. En utilisant le critère de Routh, étudier la stabilité du système en boucle fermée en fonction de K_0 et τ_i.

2.2.7. Pour $K_0 = 500$ et $\tau_i = 0.1\ s$, on obtient le diagramme de Bode de $G_0(j\omega)$ (figure 3) et la réponse indicielle unitaire du système en boucle fermée notée $G_f(p)$ (figure 4).

Déterminer graphiquement la marge de phase $m\varphi_2$ et le temps de stabilisation $T_{s2\pm5\%}$.

2.2.8. Calculer l'erreur de traînage en régime permanent $\varepsilon_{v2}(\infty)$ pour une consigne en rampe unitaire.

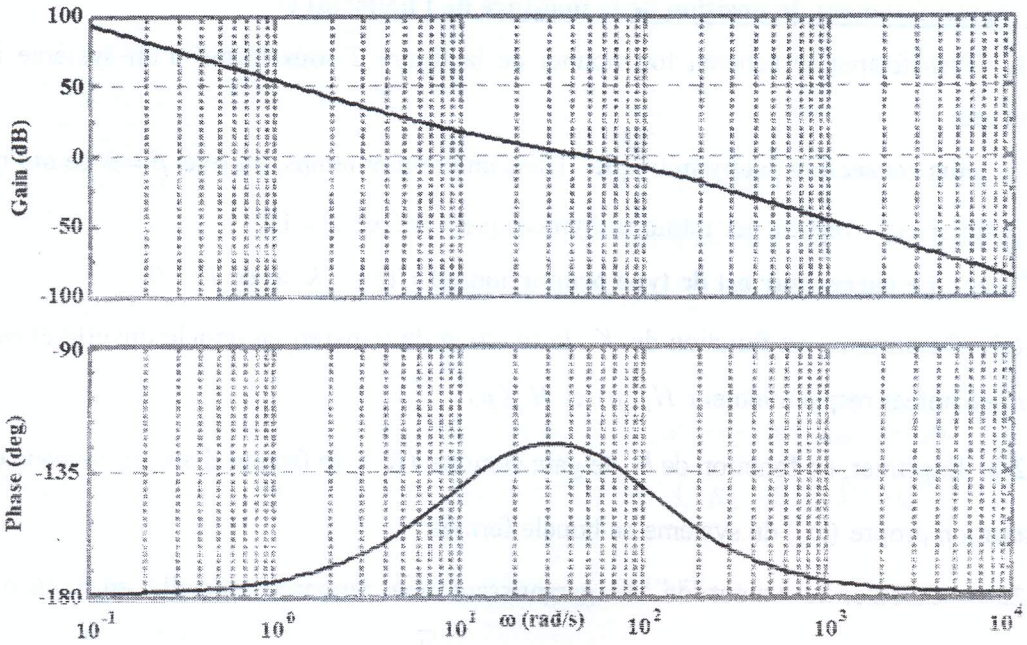


Figure 3 – Diagramme de Bode de $G_0(j\omega)$.

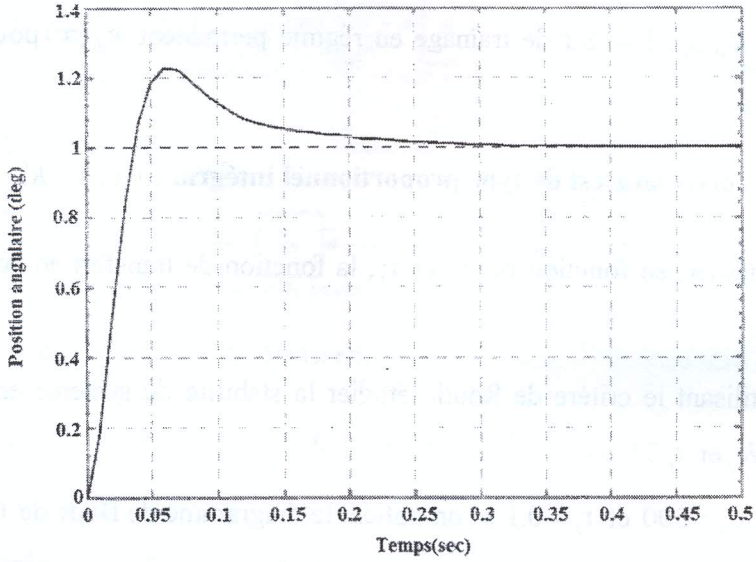


Figure 4 – Réponse indicielle du système en boucle fermée de $G_f(p)$.

2.3. Avec correction tachymétrique : On prend en compte le retour tachymétrique $\beta \neq 0$, on impose $A = 10$ et on considère un correcteur proportionnel : $C(p) = K$ avec K la valeur trouvée dans le paragraphe 2.2.3.

2.3.1. Déterminer, en fonction de β , les fonctions de transfert en boucle ouverte et en boucle fermée notées respectivement $T_0(p)$ et $T_f(p)$.

2.3.2. Monter qu'il est possible de déterminer le gain β de façon que la réponse indicielle en boucle fermée soit caractérisée par un facteur d'amortissement $m = \frac{\sqrt{2}}{2}$.

2.3.3. Pour cette valeur de β, on donne sur la figure 5 le diagramme de Bode du système en boucle ouverte $T_0(j\omega)$. Déterminer graphiquement la marge de phase $m\varphi_3$ et le temps de stabilisation approximatif $T_{s3\pm5\%}$,

2.3.3. Calculer l'erreur de traînage en régime permanent $\varepsilon_{v3}(\infty)$ pour une consigne en rampe unitaire.

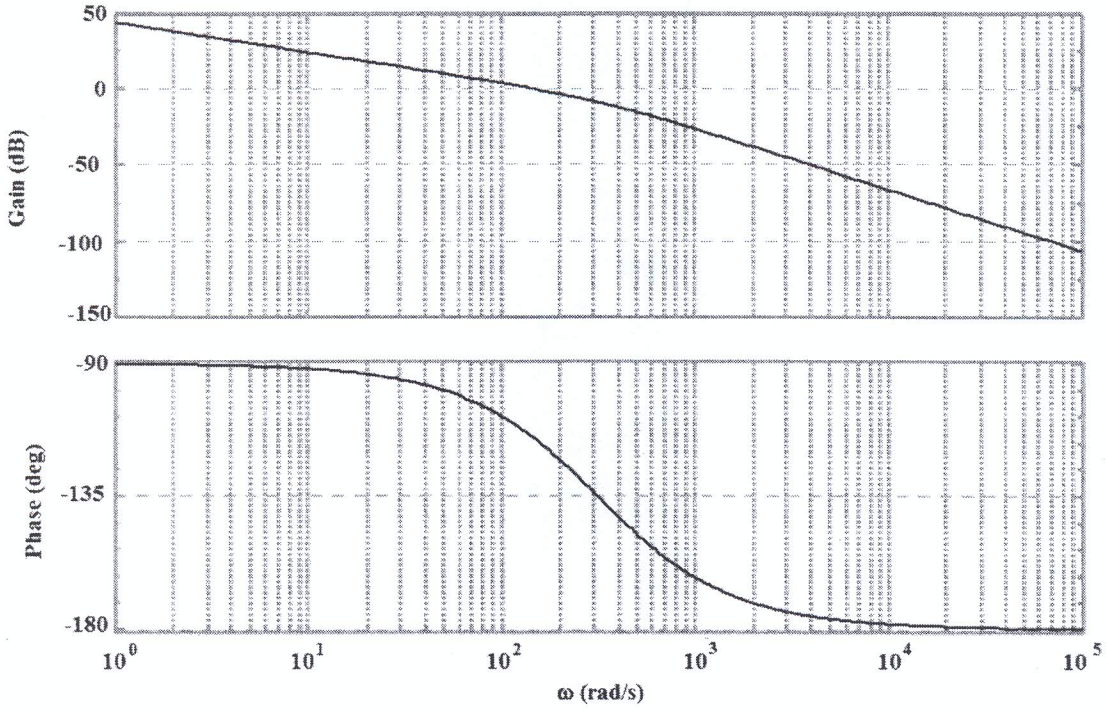


Figure 5 – Diagramme de Bode de $T_0(j\omega)$.

2.3.4. Conclure quant aux performances assurées par les deux configurations sans et avec retour tachymétrique.

Performances	**Critère**	$\beta = 0$		$\beta \neq 0$
		P	PI	P
Stabilité				
Précision				
Rapidité				