Institut Préparatoire Aux Études d'Ingénieur de Sfax	DEVOIR DE CONTRÔLE DE PHYSIQUE (DEUXIÈME SEMESTRE)
	Section : MP2-PT2 **Date : Mercredi 20 février 2019** **Durée : 2 heures**

Généralités sur les ondes lumineuses

Une source lumineuse ponctuelle située en S émet, de manière pulsée, des trains d'ondes lumineuses supposées de même pulsation ω. Dans le modèle scalaire de la lumière, la fonction de l'onde monochromatique est caractérisée en un point M et à l'instant t par le ***signal lumineux*** ou ***vibration lumineuse*** $s(M,t) = a.cos\big(\omega t - \varphi(M,t)\big)$, où a est l'amplitude supposée constante de l'onde et $\varphi(M,t)$ son retard de phase par rapport à la source S. La grandeur complexe associée à $s(M,t)$ est le ***signal analytique*** $\underline{s}(M,t) = a.expj\big(\omega t - \varphi(M,t)\big)$ où j est le nombre complexe pour lequel $j^2 = -1$. Le complexe conjugué de $\underline{s}(M,t)$ sera noté $\underline{s}^*(M,t)$.

Le retard de phase $\varphi(M,t)$ peut s'exprimer par $\varphi(M,t) = \frac{2\pi}{\lambda_0} L_{SM} + \varphi_s(t)$, où λ_0 est la longueur d'onde dans le vide, L_{SM} est le chemin optique suivi par un rayon lumineux de la source S vers un point M et $\varphi_s(t)$ est la phase initiale de la source. Cette dernière prend une nouvelle valeur aléatoire à chaque nouveau train d'onde.

1°/ La lumière se propage de S à M le long d'un rayon lumineux avec une vitesse, en un point du milieu, $v(P) = \frac{c}{n(P)}$, où $c = 3.10^8 m.s^{-1}$ est la vitesse de la lumière dans le vide, $n(P)$ est l'indice du milieu au point P. Par définition le chemin optique de S à M est donné par $L_{SM} = \int_S^M n(P)d\ell(P)$, où $d\ell(P)$ est l'élément d'arc de la courbe suivie par la lumière.

- ***a.*** Montrer que L_{SM} peut s'écrire sous la forme $L_{SM} = c.t$, où t est la date d'arrivé de la lumière au point M. Le départ de la lumière de la source est pris comme origine de temps.
- ***b.*** Définir une surface d'onde. Que peut-on dire du chemin optique sur une même surface d'onde ?
- ***c.*** Justifier le caractère d'onde sphérique associé au signal lorsque celui-ci se propage dans un milieu d'indice n constant.
- ***d.*** Énoncer le théorème de Malus.
- ***e.*** Quel instrument optique permet d'obtenir une onde plane à partir d'une source ponctuelle? Illustrer votre réponse à l'aide d'un schéma faisant apparaitre les surfaces d'onde.

Généralités sur les interférences lumineuses

2°/ L'intensité lumineuse $I(M)$ est mesurée par un détecteur quadratique placé en M sensible à la valeur moyenne temporelle de $s^2(M,t)$. Il est conventionnellement défini, à une constante multiplicative près, par :

$I(M) = \langle \underline{s}(M,t)\underline{s}^*(M,t)\rangle = \langle \left|\underline{s}(M,t)\right|^2\rangle$

Cette moyenne est effectuée sur un temps de réponse τ_R du détecteur, toujours très grand devant le temps de cohérence temporelle τ_C de la source. Ce temps de cohérence est la durée moyenne de passage des trains d'ondes en un point donné de l'espace.

En un point M de l'espace, se superposent deux vibrations lumineuses provenant respectivement de deux sources ponctuelles S_1 et S_2 d'intensités respectives $I_1 = {a_1}^2$ et $I_2 = {a_2}^2$.

$$s_1(M,t) = a_1 cos\left(\omega_1 t - \frac{2\pi}{\lambda_{01}} L_{S_1M} - \varphi_{s1}(t)\right) \quad \text{et} \quad s_2(M,t) = a_2 cos\left(\omega_2 t - \frac{2\pi}{\lambda_{02}} L_{S_2M} - \varphi_{s_2}(t)\right)$$

- ***a.*** Montrer que l'intensité lumineuse au point M s'écrit sous la forme :

$$I(M) = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2}\,\langle cos\left((\omega_2 - \omega_1)t - 2\pi\left(\frac{L_{S_2M}}{\lambda_{02}} - \frac{L_{S_1M}}{\lambda_{01}}\right) - \left(\varphi_{s_2}(t) - \varphi_{s1}(t)\right)\right)\rangle$$

- ***b.*** Déduire les conditions d'interférence.

3°/ Les deux ondes arrivant au point M sont parfaitement cohérentes ; les deux sources émettent dans le vide deux ondes monochromatiques de même longueur d'onde λ_0. L'intensité lumineuse au point M est donnée par : $I(M) = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} cos\left(2\pi \frac{\delta}{\lambda_0}\right)$, où $\delta = L_{S_2M} - L_{S_1M}$ est la différence de marche entre les deux rayons qui interfèrent.

a. Tracer $I(M)$ en fonction du déphasage $\varphi = 2\pi \frac{\delta}{\lambda_0}$. Exprimer et préciser sur le graphe les intensités maximale I_{max} et minimale I_{min}.

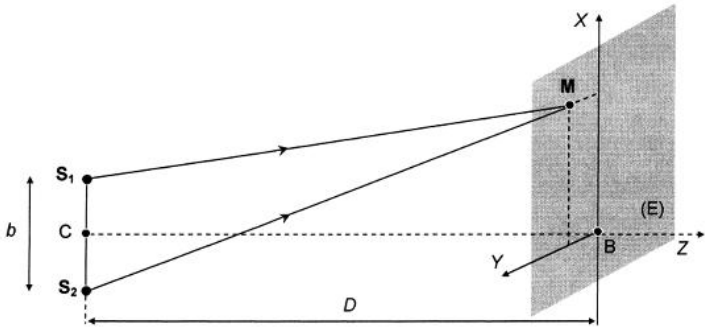
b. Déterminer le contraste, défini par $C = \frac{I_{max} - I_{min}}{I_{max} + I_{min}}$, en fonction de I_1 et I_2 puis en fonction de la variable $x = \sqrt{\frac{I_2}{I_1}}$.

c. Représenter, en fonction de x, la variation du contraste. Dans quelle situation le contraste est-il maximal?

<u>Figure d'interférence</u>

Les deux ondes qui interfèrent ont maintenant la même amplitude a_0. L'intensité lumineuse obtenue sur l'écran, en occultant l'une de deux sources, est noté I_0. L'intensité lumineuse, en un point M de l'écran, est donnée par : $I(M) = 2I_0\left(1 + cos\left(2\pi \frac{\delta}{\lambda_0}\right)\right)$.

4°/ Un écran (E) d'observation est placé parallèlement à la droite (S_1S_2) et situé à la distance D de celle-ci.



Les deux sources S_1 et S_2 sont distantes de b et symétrique par rapport à C. La droite normale à l'écran passant par C définit l'axe de système et cet axe coupe l'écran en B. Les sources S_1 et S_2 sont dans le plan (BXZ). Le point M, de coordonnées $(X, Y, 0)$dans le repère (B, X, Y, Z), est un point de l'écran proche de B et suffisamment éloigné des sources pour que $D \gg b, D \gg X$ et $D \gg Y$.

a. Déterminer l'expression de la différence de marche δ entre les deux rayons qui interfèrent.

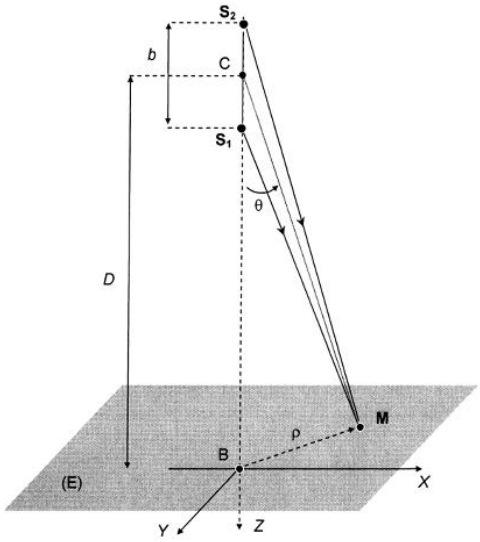
b. En déduire l'intensité lumineuse $I(M)$ en fonction de X, b, D, λ_0 et I_0. Quelle est alors la forme des franges d'interférence observées?

c. Déterminer les positions des franges brillantes et des franges sombres. En déduire l'interfrange i en fonction de λ_0, b et D.

5°/ Un écran (E) est maintenant placé perpendiculairement à la droite (S_1S_2) en B supposé centre de l'écran. Il est situé à la distance D du point milieu C entre les deux sources. Un point d'observation est repéré par $\rho = BM$ avec $D \gg b$ et $D \gg \rho$.

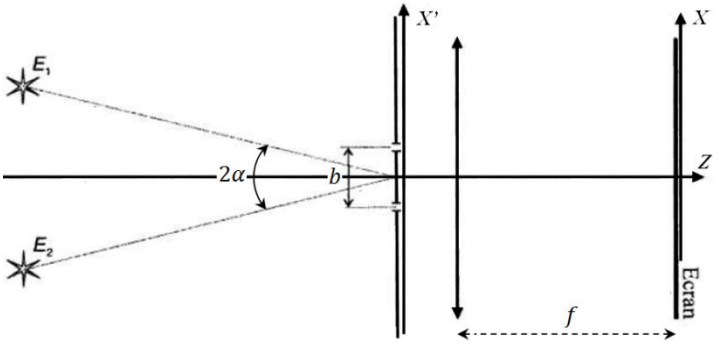
a. Déterminer l'expression de la différence de marche δ entre les deux rayons qui interfèrent, en fonction de b et de l'angle $\theta = \left(\widehat{\overrightarrow{CB}, \overrightarrow{CM}}\right)$.

b. En déduire l'intensité lumineuse $I(M)$ en fonction de θ, b, λ_0 et I_0, puis en fonction de ρ, D, b, λ_0 et I_0. Quelle est alors la forme des franges d'interférence observées ?



Application 1 : Distance angulaire d'une étoile double

6°/ Un dispositif de fentes d'Young pointe vers le centre d'un système d'étoile double (E_1, E_2) faisant entre elles un angle de 2α.



Ce système d'étoile double se comporte comme deux sources lumineuses incohérentes de même intensité lumineuse I_0. Les deux fentes fines, parallèles à l'axe (YY'), sont distantes d'une distance b réglable. L'observation se fait dans le plan focal image d'une lentille convergente de distance focale f. Un monochromateur (non schématisé) disposé devant l'ensemble sélectionne la longueur d'onde $\lambda = 550\ nm$.

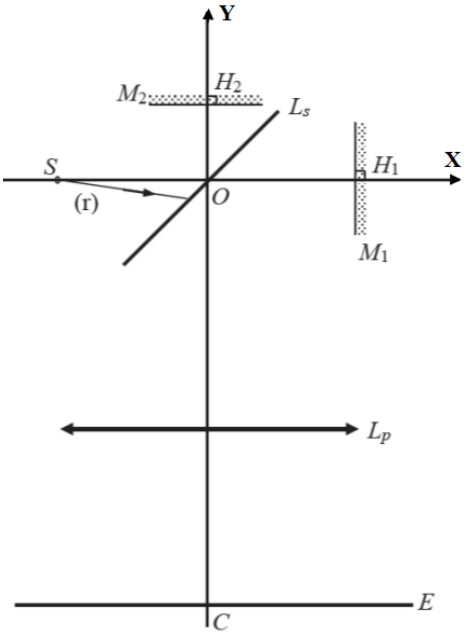
a. Établir l'expression de l'intensité I_1 sur l'écran dûe à l'étoile E_1, puis l'intensité I, celui dûe à l'étoile double. Exprimer I sous la forme $I = 2I_0\left(1 + \gamma\cos\left(2\pi\frac{bx}{\lambda f}\right)\right)$. Préciser l'expression et le sens physique de γ et de $|\gamma|$.

b. Pour quelle valeur minimale de la distance b entre les deux fentes y a-t-il brouillage du phénomène d'interférence ? En déduire la distance angulaire 2α qui sépare les étoiles sachant que $b_{min} = 116{,}5\ mm$.

Application 2 : Résolution interférométrique d'un doublet spectral

Les moyens spectroscopiques conventionnels (spectroscope à prisme ou à réseau) peuvent se révéler insuffisants quand il s'agit de résoudre un doublet à très faible écart spectral. On peut alors avoir recours à des méthodes interférométriques. Il est question dans cette partie de l'utilisation de l'interféromètre de Michelson.

La figure ci-contre donne le schéma de principe d'un interféromètre de Michelson réglé en lame d'air. On note (Ox) et (Oy) deux axes perpendiculaires définissant les directions des deux bras de l'interféromètre. S est une source lumineuse large et monochromatique de longueur d'onde λ située sur (Ox). M_1 et M_2 sont deux miroirs plans parfaitement réfléchissants, disposés perpendiculairement à (Ox) en H_1 et respectivement à (Oy) en H_2.



Le trait incliné à 45°, noté Ls, schématise un groupe de deux lames à faces parallèles. Ce groupe est supposé n'introduire aucune différence de marche sur les trajets lumineux. Lp désigne une lentille mince convergente de distance focale f placée à la sortie de l'interféromètre de manière à ce que son axe optique soit confondu avec l'axe (Oy). Un écran E est placé dans le plan focal image de Lp. On note C le foyer image de Lp.

7°/ Nommer les lames qui composent **Ls**. Qu'est-ce qui les distingue ? Expliquer la nécessité pratique d'utiliser deux lames.

8°/ Un rayon lumineux, noté (r), émis par S sous incidence « i », a été représenté. Reproduire le schéma ci-dessus sur la copie avec SO = OH_1 = 2 OH_2 et le compléter en faisant un tracé soigné des deux rayons r_1 et r_2 qui émergent de l'interféromètre après division de r.

9°/

- ***a.*** En raisonnant sur la lame d'air équivalente d'épaisseur « e », déterminer la différence de marche $\delta(M)$ entre les deux rayons r_1 et r_2 qui interfèrent au point M de l'écran. Indiquer quelle est la forme des franges d'interférence observées sur l'écran. Comment nomme-t-on ces franges ?
- ***b.*** Calculer l'ordre d'interférence p en un point M du champ d'interférence, en fonction de e, i et λ puis en fonction de p_0 et i (p_0 est l'ordre d'interférence au centre C). L'incidence $i$étant faible, déterminer les rayons « R_n » du n^{ième} anneau brillant et « R_m » du m^{ième} anneau sombre, en fonction de f, λ, e, n ou m et de l'excédent fractionnaire ε défini par $p_0 = k + \varepsilon$ où $k \in \mathbb{N}$ et $0 < \varepsilon < 1/2$.

10°/ On insère sur le trajet OH_2 de la lumière une lame mince de verre d'indice n et d'épaisseur ℓ constante, disposée parallèlement au miroir M_2. On observe le défilement de N franges au centre de l'écran. Déduire l'expression de l'épaisseur ℓ de la lame de verre.

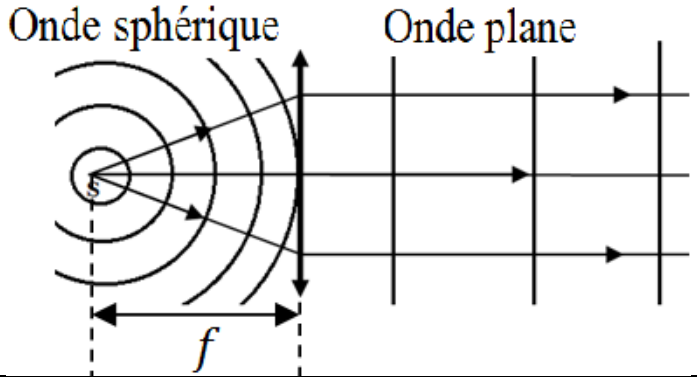
11°/ On étudie le cas où la source de lumière utilisée présente un doublet spectral de nombres d'ondes $\sigma_1 = 1/\lambda_1$ et $\sigma_2 = 1/\lambda_2$.

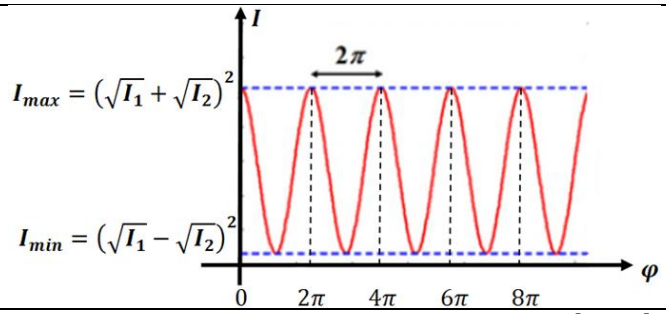
- ***a.*** Donner la différence de marche δ au centre C de l'écran.
- ***b.*** En déduire l'expression des ordres d'interférence p_1 et p_2 en C pour chaque radiation du doublet en fonction de δ, σ_1 et σ_2.
- ***c.*** Pour quelles valeurs de la différence $p_1 - p_2$ y-a-t-il brouillage en C ?
- ***d.*** En pratique la totalité de la figure d'interférences est affectée et on perd la visibilité des franges partout sur l'écran. En déduire, en fonction de l'écart spectral $\Delta\sigma = \sigma_1 - \sigma_2$, la variation $\Delta\delta$ de la différence de marche entre deux situations consécutives de brouillage.

  Comment nomme-t-on ces situations ?

<u>Application numérique :</u> Dans le cas du doublet Hα (écart spectral $\Delta\sigma_{exp} = 0{,}360\ cm^{-1}$), calculer la variation Δe de l'épaisseur de la lame d'air pour passer d'une situation de brouillage à la situation de brouillage directement consécutive.

Devoir de contrôle de Physique N°2
(Correction-Barème /50)

N°	***Généralités sur les ondes lumineuses***	Bar
1°/a-	Par définition on a $L_{SM} = \int_S^M n(P)d\ell(P)$. Avec $n(P) = \frac{c}{V(P)}$ et $d\ell(P) = V(P)dt$, nous trouvons $L_{SM} = \int_S^M cdt$. D'où $L_{SM} = c(t_M - t_S) = c.t.$	1
1°/b-	On appelle surface d'onde, le lieu des points atteints simultanément par les rayons lumineux isogènes ; c'est à dire émis par une même source ponctuelle. ➢ Sur une même surface d'onde on a $L_{SM} = cte$	1
1°/c-	Sur une même surface d'onde on a $L_{SM} = nSM = cte$. Comme $n = cte$ alors $SM = cte$. D'où le caractère d'onde sphérique associé au signale lorsque celui-ci se propage dans un milieu d'indice n constant.	1
1°/d-	**Énoncé du théorème de Malus :** Les rayons lumineux sont normaux aux surfaces d'ondes.	1
1°/e-	Pour obtenir une onde plane à partir d'une source ponctuelle, il suffit de placer cette dernière dans le plan focal objet d'une lentille convergente.  	1 1
	<u>Généralités sur les interférences lumineuses</u>	
2°/a-	$I(M) = \langle\left(\underline{s}_1(M,t) + \underline{s}_2(M,t)\right)\left(\underline{s}_1^*(M,t) + \underline{s}_2^*(M,t)\right)\rangle$ $I(M) = \langle\underline{s}_1(M,t)\underline{s}_1^*(M,t) + \underline{s}_2(M,t)\underline{s}_2^*(M,t) + \underline{s}_1(M,t)\underline{s}_2^*(M,t) + \underline{s}_2(M,t)\underline{s}_1^*(M,t)\rangle$ $I(M) = \langle\underline{s}_1(M,t)\underline{s}_1^*(M,t)\rangle + \langle\underline{s}_2(M,t)\underline{s}_2^*(M,t)\rangle + 2\langle Re\left(\underline{s}_2(M,t)\underline{s}_1^*(M,t)\right)\rangle$ $I = {a_1}^2 + {a_2}^2 + 2\langle a_1 a_2 exp\left(\varphi_2(M) - \varphi_1(M)\right)\rangle$ $I(M) = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2}\,\langle cos\left((\omega_2 - \omega_1)t - 2\pi\left(\frac{L_{S_2M}}{\lambda_{02}} - \frac{L_{S_1M}}{\lambda_{01}}\right) - \left(\varphi_{s_2}(t) - \varphi_{s1}(t)\right)\right)\rangle$	1 1
2°/b-	Le terme $2\sqrt{I_1.I_2}\langle cos\left(\varphi_2(M) - \varphi_1(M)\right)\rangle$ s'appelle terme d'interférence. Pour que ce terme soit non nul, il faut qu'il soit indépendant du temps. Il faut alors : ▪ $\omega_2 = \omega_1$: sources isochrones ; ▪ $\varphi_{s_2}(t) = \varphi_{s1}(t)$: les deux sources secondaires S_1 et S_2 doivent provenir d'une même source primaire pour neutraliser le caractère aléatoire relatif à l'émission lumineuse de ces deux sources ; c'est la cohérence mutuelle. D'où la nécessité d'un système interférentiel. ➢ $I(M) = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2}cos\left(2\pi\frac{\delta}{\lambda_0}\right)$, où $\delta = L_{S_2M} - L_{S_1M}$ est la différence de marche entre les deux rayons qui interfèrent.	0.5 0.5 1
3°/a-	$I_{max} = \left(\sqrt{I_1} + \sqrt{I_2}\right)^2$ $I_{min} = \left(\sqrt{I_1} - \sqrt{I_2}\right)^2$ La variation de l'intensité lumineuse en fonction du déphasage φ est donnée sur la figure ci-dessous :	1



1

3°/b- Le contraste de la figure d'interférence est défini par $C = \frac{I_{max} - I_{min}}{I_{max} + I_{min}}$. En utilisant les expressions des l'intensité maximale $I_{max} = \left(\sqrt{I_1} + \sqrt{I_2}\right)^2$ et de l'intensité minimale $I_{min} = \left(\sqrt{I_1} - \sqrt{I_2}\right)^2$, nous povon montrer que le contraste est égale à :

$$C = \frac{2\sqrt{I_1}\sqrt{I_2}}{I_1 + I_2} = \frac{2\sqrt{\frac{I_2}{I_1}}}{1 + \frac{I_2}{I_1}}$$

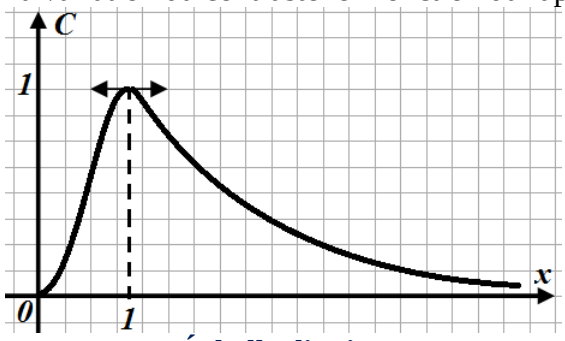
0.5

Posons $x = \sqrt{\frac{I_2}{I_1}}$. Le contraste s'écrit sous la forme :

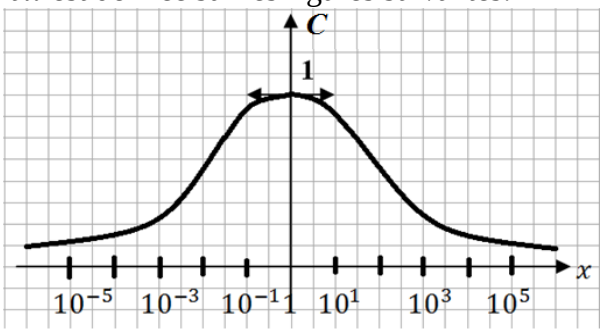
$$C = \frac{2x}{1 + x^2}$$

0.5

3°/c- La variation du contraste en fonction du rapport x est donnée sur les figures suivantes:



Échelle linaire



Échelle logarithmique

1

Dans le cas particulier où les deux vibrations ont la même amplitude c'est-à-dire que $I_1 = I_2 = I_0$, nous *aurons* $I = 2I_0\left(1 + cos(\varphi)\right)$ et $C = C_{max} = 1$.

1

Dans ces conditions la variation de $I = f(\varphi)$ sera donnée sur la figure ci-dessous:

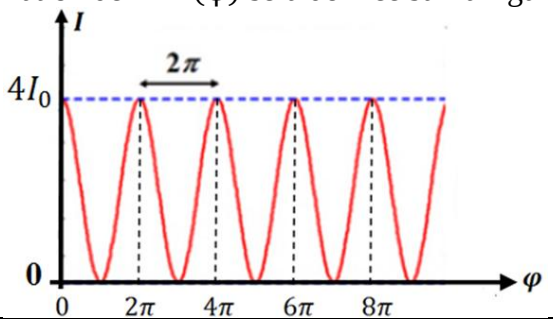


Figure d'interférence

4°/a-

$$\delta = S_2M - S_1M$$

Les cordonnées des vecteurs $\overrightarrow{S_1M}$ et $\overrightarrow{S_2M}$ sont :

$$\overrightarrow{S_1M}\begin{pmatrix} X - \frac{b}{2} \\ Y - 0 \\ 0 + D \end{pmatrix} \text{ et } \overrightarrow{S_2M}\begin{pmatrix} X + \frac{b}{2} \\ Y - 0 \\ 0 + D \end{pmatrix}$$

	$$S_1M=\left[\left(X-\frac{b}{2}\right)^2+Y^2+D^2\right]^{\frac{1}{2}}=D\left[\left(\frac{X}{D}-\frac{b}{2D}\right)^2+\left(\frac{Y}{D}\right)^2+1\right]^{\frac{1}{2}}$$ Le terme $\left(\frac{X}{D}-\frac{b}{2D}\right)^2+\left(\frac{Y}{D}\right)^2$ est négligeable devant 1 puisque $D>>X, D>>Y$, et $D>>b$ ***(conditions de Gauss)***. En utilisant l'approximation $(1+\varepsilon)^\alpha\approx 1+\alpha.\varepsilon$ si ε tend vers zéro, S_1M devient : $$S_1M\approx D\left[1+\frac{1}{2}\left(\frac{X}{D}-\frac{b}{2D}\right)^2+\frac{1}{2}\left(\frac{Y}{D}\right)^2\right]$$ En remplaçant b par $(-b)$, nous pouvons trouver : $$S_2M\approx D\left[1+\frac{1}{2}\left(\frac{X}{D}+\frac{b}{2D}\right)^2+\frac{1}{2}\left(\frac{Y}{D}\right)^2\right]$$ La différence de marche devient $\delta=\frac{D}{2}\left[\left(\frac{X}{D}+\frac{b}{2D}\right)^2-\left(\frac{X}{D}-\frac{b}{2D}\right)^2\right]$. D'où le résultat final : $$\boxed{\boldsymbol{\delta=\frac{b.X}{D}}}$$	0.5 0.5 1
4°/b-	Dans le cas de l'interférence à deux ondes de même intensité I_0, la répartition de l'intensité lumineuse sur l'écran est donnée par l'expression : $$I(M)=2I_0\left(1+cos\left(\frac{2\pi}{\lambda_0}\delta\right)\right)=4I_0cos^2\left(\frac{\pi}{\lambda_0}\delta\right)$$ $$I(M)=2I_0\left(1+cos\left(\frac{2\pi}{\lambda_0}\frac{b.X}{D}\right)\right)=4I_0cos^2\left(\frac{\pi}{\lambda_0}\frac{b.X}{D}\right)$$ L'intensité lumineuse est constante si $X=cte$. Les franges d'interférences sont alors rectilignes et parallèles à l'axe (Oy).	0.5 0.5 1
4°/c-	Les franges d'interférences sont tel que $\delta=p\lambda$ avec $p\epsilon\mathbb{Z}$ pour les franges brillantes et $p=k+\frac{1}{2}$, où $K\epsilon\mathbb{Z}$ pour les franges sombres. $$\frac{b.x}{D}=p\lambda$$ $$\boxed{x_p=p\frac{\lambda D}{b}\text{ avec }\left\vert\begin{array}{l}p\ entier\ pour\ les\ franges\ brillantes\\ p\ demi-entier\ pour\ les\ franges\ sombres\end{array}\right.}$$ L'interfrange est la distance qui sépare deux franges consécutives de même nature (deux brillantes ou deux sombres). $$\boxed{i=x_{p+1}-x_p=\frac{\lambda D}{b}}$$ ***<u>Autrement :</u>*** L'expression de la distribution d'intensité sur l'écran, en fonction de l'interfrange i s'écrit $I(M)=2I_0\left(1+cos\left(2\pi\frac{x}{i}\right)\right)=4I_0cos^2\left(\pi\frac{x}{i}\right)$, où $i=\frac{\lambda D}{b}$ est la période de cette fonction.	1 1
5°/a-	$$\delta=S_2M-S_1M$$ $$\overrightarrow{S_2M}=\overrightarrow{S_2C}+\overrightarrow{CM}=\overrightarrow{CM}-\overrightarrow{CS_2}\Rightarrow S_2M=\left[\overrightarrow{CM}^2+\overrightarrow{CS_2}^2-2\overrightarrow{CM}.\overrightarrow{CS_2}\right]^{\frac{1}{2}}$$ $$S_2M=\left[CM^2+\left(\frac{b}{2}\right)^2-CM.b.cos(\pi-\theta)\right]^{\frac{1}{2}}=CM\left(1+\left(\frac{b}{2CM}\right)^2+\frac{b}{CM}.cos(\theta)\right)^{\frac{1}{2}}$$ $$CM\gg b\Longrightarrow S_2M\approx CM\left(1+\frac{1}{2}\left(\frac{b}{2CM}\right)^2+\frac{1}{2}\frac{b}{CM}.cos(\theta)\right)$$ De même :	0.5

$$\overrightarrow{S_1M} = \overrightarrow{S_1C} + \overrightarrow{CM} = \overrightarrow{CM} - \overrightarrow{CS_1} \Rightarrow S_2M = \left[\overrightarrow{CM}^2 + \overrightarrow{CS_1}^2 - 2\overrightarrow{CM}.\overrightarrow{CS_1}\right]^{\frac{1}{2}}$$

$$S_2M = \left[CM^2 + \left(\frac{b}{2}\right)^2 - CM.b.cos(\theta)\right]^{\frac{1}{2}}$$

$$S_1M \approx CM\left(1 + \frac{1}{2}\left(\frac{b}{2CM}\right)^2 - \frac{1}{2}\frac{b}{CM}.cos(\theta)\right)$$ 0.5

La différence de marche devient $\delta \approx CM\left(\frac{b}{CM}.cos(\theta)\right)$. D'où le résultat final : 1

$$\boxed{\boldsymbol{\delta} = b.cos(\theta)}$$

5°/b- La répartition de l'intensité lumineuse sur l'écran est donnée par l'expression :

$I(M) = 2I_0\left(1 + cos\left(\frac{2\pi}{\lambda_0}\delta\right)\right)$ avec $\boldsymbol{\delta} = b.cos(\theta)$. D'où :

$$I(M) = 2I_0\left(1 + cos\left(\frac{2\pi}{\lambda_0}b.cos(\theta)\right)\right)$$

Dans l'approximation de Gauss, l'angle θest faible.

$$cos(\theta) \approx 1 - \frac{1}{2}\theta^2 = 1 - \frac{1}{2}\left(\frac{\rho}{D}\right)^2$$

$$I(M) = 2I_0\left(1 + cos\left(\frac{2\pi}{\lambda_0}b.\left(1 - \frac{1}{2}\theta^2\right)\right)\right)$$ 0.5

$$I(M) = 2I_0\left(1 + cos\left(\frac{2\pi}{\lambda_0}b.\left(1 - \frac{1}{2}\left(\frac{\rho}{D}\right)^2\right)\right)\right)$$ 0.5

L'intensité lumineuse est constante si $\rho = cte$. Les franges d'interférences sont alors circulaires d'axe de révolution (S_1S_2). 1

<u>Application1 :</u> Distance angulaire d'une étoile double

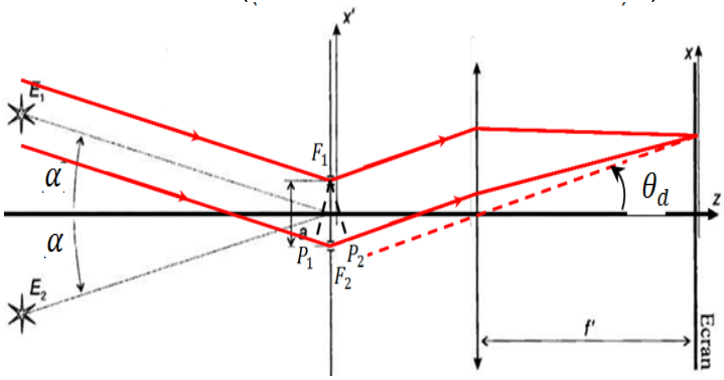
6°/a- La contribution de l'étoile E_1 dans la répartition de l'intensité lumineuse sur l'écran est donnée par :

$$I_1(M) = 2I_0\left(1 + cos\left(\frac{2\pi}{\lambda}\delta_1\right)\right)$$

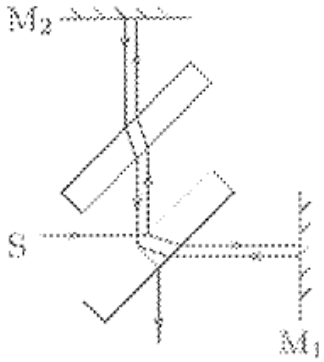
Avec $\delta_1 = P_1F_2 + P_2F_2 = b.sin\,(\alpha) + b.sin(\theta_d)$

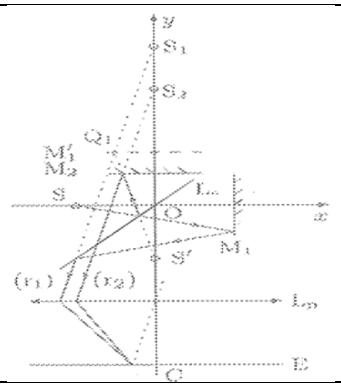
Dans l'approximation de Gauss $sin(\theta_d) \approx tang(\theta_d) = \frac{X}{f}$. D'où $\delta_1 = b.\left(sin(\alpha) + \frac{X}{f}\right)$

$$I_1(M) = 2I_0\left(1 + cos\left(\frac{2\pi}{\lambda}b.\left(\frac{X}{f} + sin(\alpha)\right)\right)\right)$$ 1



La contribution de l'étoile E_2 dans la répartition de l'intensité lumineuse sur l'écran est donnée par :

	$$I_2(M) = 2I_0\left(1 + cos\left(\frac{2\pi}{\lambda}b.\left(\frac{X}{f} - sin(\alpha)\right)\right)\right)$$ Ces deux étoiles sont mutuellement incohérentes. $$I(M) = I_1(M) + I_2(M)$$ $$I(M) = 2I_0\left(2 + cos\left(\frac{2\pi}{\lambda}b.\left(\frac{X}{f} + sin(\alpha)\right)\right) + cos\left(\frac{2\pi}{\lambda}b.\left(\frac{X}{f} - sin(\alpha)\right)\right)\right)$$ $$I(M) = 2I_0\left(2 + 2cos\left(\frac{2\pi}{\lambda}b.sin(\alpha)\right)cos\left(\frac{2\pi}{\lambda}b.\frac{X}{f}\right)\right)$$ $$I(M) = 4I_0\left(1 + cos\left(2\pi\frac{b.sin(\alpha)}{\lambda}\right)cos\left(2\pi\frac{bX}{\lambda f}\right)\right)$$ Ou : $$\boxed{I(M) = 4I_0\left(1 + \gamma(b)cos\left(2\pi\frac{bX}{\lambda f}\right)\right) \text{ avec } \gamma(b) = cos\left(2\pi\frac{b.sin(\alpha)}{\lambda}\right)}$$ $\gamma(b)$ est la visibilité de la figure d'interférence. $\lvert\gamma(b)\rvert$ est le contraste de la figure d'interférence.	0.5 1 0.5
6°/b-	Il brouillage de la figure d'interférence si le contraste $\lvert\gamma(b)\rvert = \left\lvert cos\left(2\pi\frac{b.sin(\alpha)}{\lambda}\right)\right\rvert = 0$ si : $$2\pi\frac{b.sin(\alpha)}{\lambda} = \frac{\pi}{2} + k\pi \text{ avec } k \in \mathbb{Z}$$ $$a_k = \left(\frac{1}{2} + k\right)\frac{\lambda}{2\,sin(\alpha)} \text{ avec } k \in \mathbb{Z}$$ La plus petite valeur de la distance a_k est $b_{min} = \frac{\lambda}{4\,sin(\alpha)}$. α est faible. D'où : $$a_{min} = \frac{\lambda}{4\alpha}$$ D'où la distance angulaire : $$2\alpha = \frac{\lambda}{2b_{min}}$$ A.N : $2\alpha = \frac{550.10^{-9}}{252.10^{-3}} = 5{,}310^{-6}rad$	1 1
7°/	Dans l'interféromètre de Michelson, Ls est composé d'une lame séparatrice et d'une lame compensatrice. Alors que ces deux lames ont même épaisseur et même indice de réfraction, la séparatrice possède une face semi-réfléchissante, contrairement à la compensatrice.  Sans compensatrice, le rayon lumineux passant par le bras 2 traverserait une fois la séparatrice pendant que le rayon passant par le bras 1 la traverse 3 fois. En plaçant la lame compensatrice sur le bras 2, elle est traversée deux fois (aller-retour. L'ensemble est alors équivalent à une lame d'épaisseur négligeable.	3

8°/	On note M'_1 le miroir fictif image de M_1 à travers la lame L_s. Pour déterminer les directions successives des rayons r_1 et r_2, on place le point S', image virtuelle de S par Ls. On place également les points S_1 et S_2 image de S' par rapport au miroir M'_1 et M'_2. En sortie de l'interféromètre, les rayons r_1 et r_2 sont parallèles : ils se coupent dans le plan focal image de la lentille convergente Lp, correspondant au plan de l'écran (E).  	3
9°/a-	$\delta = 2e\cos(i)$ (dém) En configuration lame d'air, les franges d'interférences sont des anneaux concentriques de centre C. un anneau correspondant à un angle d'incidence donnée pour le rayon (r). On parle de franges d'égale inclinaison.	2 1
9°/b-	$$p = \frac{\delta}{\lambda} = \frac{2e\cos(i)}{\lambda} = p_0\cos(i) \approx p_0\left(1 - \frac{i^2}{2}\right) = p_0\left(1 - \frac{R^2}{2f^2}\right)$$ $$R = f\sqrt{\frac{\lambda}{e}(p_0 - p)}$$ L'ordre du n^ième^ anneau brillant est : $p_n = k - n + 1$ ➔ $R_n = f\sqrt{\frac{\lambda}{e}(\varepsilon + n - 1)}$ L'ordre du m^ième^ anneau Sombre est : $p_m = k - m + \frac{1}{2}$ ➔ $R_m = f\sqrt{\frac{\lambda}{e}\left(\varepsilon + m - \frac{1}{2}\right)}$	2 1 1
10°/	En présence de la lame l'ordre au centre devient : $p_0' = \frac{\delta_0'}{\lambda} = \frac{2e - 2(n-1)\ell}{\lambda}$ Soit $\lvert\Delta p_0\rvert = N = \frac{2(n-1)\ell}{\lambda}$ ➔ $\ell = \frac{\lambda N}{2(n-1)}$	1
11°/a-	Au point C on a : $\delta = 2e, \forall\lambda$.	1
11°/b-	On a : $p = \frac{\delta}{\lambda} = \delta\sigma$ ➔ $p_1 = \delta\sigma_1$ et $p_2 = \delta\sigma_2$	1
11°/c-	Le phénomène de brouillage intervient lorsque l'un des ordres entier pendant que l'autre est entier +1/2. Cette situation est donc obtenue si : $p_2 - p_1 = n + \frac{1}{2}$	1
11°/d-	Ce critère se réécrit : $\delta(\sigma_2 - \sigma_1) = n + \frac{1}{2}$ Entre deux brouillages consécutifs, la différence de marche varie de : $\Delta\delta = \frac{1}{(\sigma_2 - \sigma_1)} = \frac{1}{\Delta\sigma}$; Ces situations sont appelées anti-coïncidence : les anneaux brillants dus à une longueur d'onde coïncident avec les anneaux sombres dus à la seconde. $$\delta = 2e \Longrightarrow \Delta\delta = 2\Delta e \Longrightarrow \Delta e = \frac{1}{2\Delta\sigma}$$ Pour le doublet H_α on a : $\Delta e = 1{,}39cm$	1 1 1