

Université de Sfax ★ ★ ★ ★ Institut Préparatoire aux Etudes d'Ingénieurs de Sfax	<b>Devoir Surveillé d'Automatique</b>	A.U : 2020/2021 Groupe : MP2-PC2 Date : 02/04/2021 Durée : 1h 30mn
---	---	---

### Système modulateur de pression

On considère le système modulateur électropneumatique pour réguler la pression des patins. Le schéma du modulateur et le modèle adopté sont illustrés sur la figure 1.

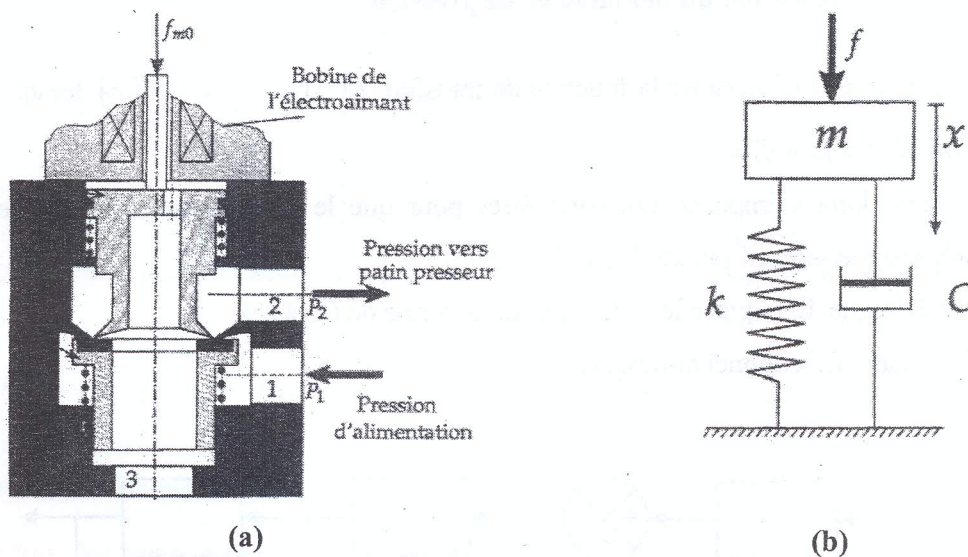


Fig. 1 – a) Schéma du modulateur ; b) Modèle adopté

Avec  $c$  : coefficient de frottement visqueux ;  $m$  : masse des éléments mobiles et  $k$  : raideur équivalente du système.

Le fonctionnement du modulateur est décrit par les cinq équations suivantes :

Le comportement de l'ensemble mobile est exprimé par :

$$m \frac{d^2 x(t)}{dt^2} = \Delta f(t) - c \frac{dx(t)}{dt} - kx(t) \quad (1)$$

Le comportement de l'air comprimé situé au niveau de la sortie 2 du modulateur lorsque celle-ci est obturée est exprimé par :

$$p_2(t) = K_3 x(t) \text{ avec : } K_3 = 0.4 \text{ bar / cm} \quad (2)$$

L'électroaimant est modélisé par un gain, se traduisant par :

$$f_m(t) = K_2 i(t) \text{ avec : } K_2 = 10 \text{ bar} / A \quad (3)$$

Un gain  $K_1$  adapte la pression consigne  $p_c$  au courant nécessaire au pilotage de l'électroaimant se présentant sous la forme :

$$i(t) = K_1 p_c(t) \text{ avec : } K_1 = 1 \text{ A} / \text{bar} \quad (4)$$

La force  $f_r$  développée par le piston 2 de section  $S$  en fonction de la pression  $p_2$  est donnée par :

$$f_r(t) = S p_2(t) \text{ avec : } S = 1.25 \text{ cm}^2 \quad (5)$$

## I. Modélisation et identification du modulateur de pression

1. A partir de l'équation (1), exprimer la fonction de transfert  $T(p) = X(p) / \Delta F(p)$  lorsque les conditions initiales sont nulles.
2. Quelle condition doit-on imposer aux paramètres pour que le modulateur se comporte comme un système hyper-amorti (apériodique) ?
3. Ecrire dans le domaine de Laplace les équations du système de (2) à (5).
4. Compléter le schéma fonctionnel ci-dessous :

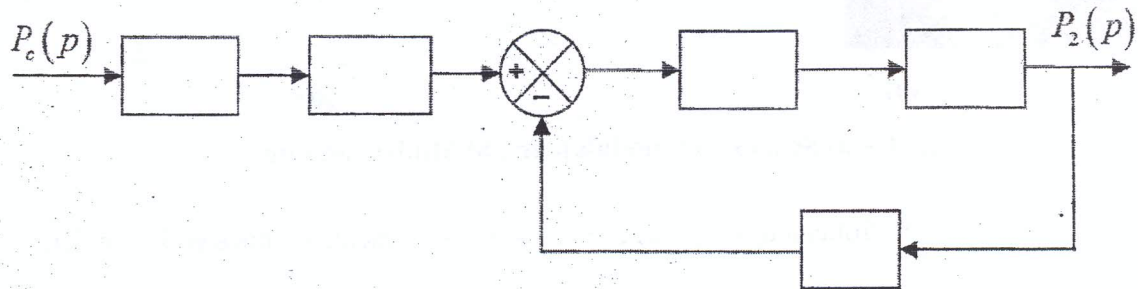


Fig. 2 – Schéma fonctionnel du modulateur

5. Montrer que la fonction de transfert globale du modulateur  $G(p) = P_2(p) / P_c(p)$  admet

pour expression : 
$$G(p) = \frac{P_2(p)}{P_c(p)} = \frac{A}{\frac{p^2}{\omega_0^2} + \frac{2\xi}{\omega_0} p + 1}$$

6. En déduire les expressions de  $A$ ,  $\xi$  et  $\omega_0$  en fonction de  $m$ ,  $k$  et  $c$  ; les autres paramètres ( $K_1$ ,  $K_2$ ,  $K_3$  et  $S$ ) sont à remplacer par leurs valeurs numériques.

Des essais harmoniques ont été conduits afin d'identifier les éléments de la fonction de transfert  $G(p)$  du modulateur. Ils ont donné le diagramme de Bode suivant :

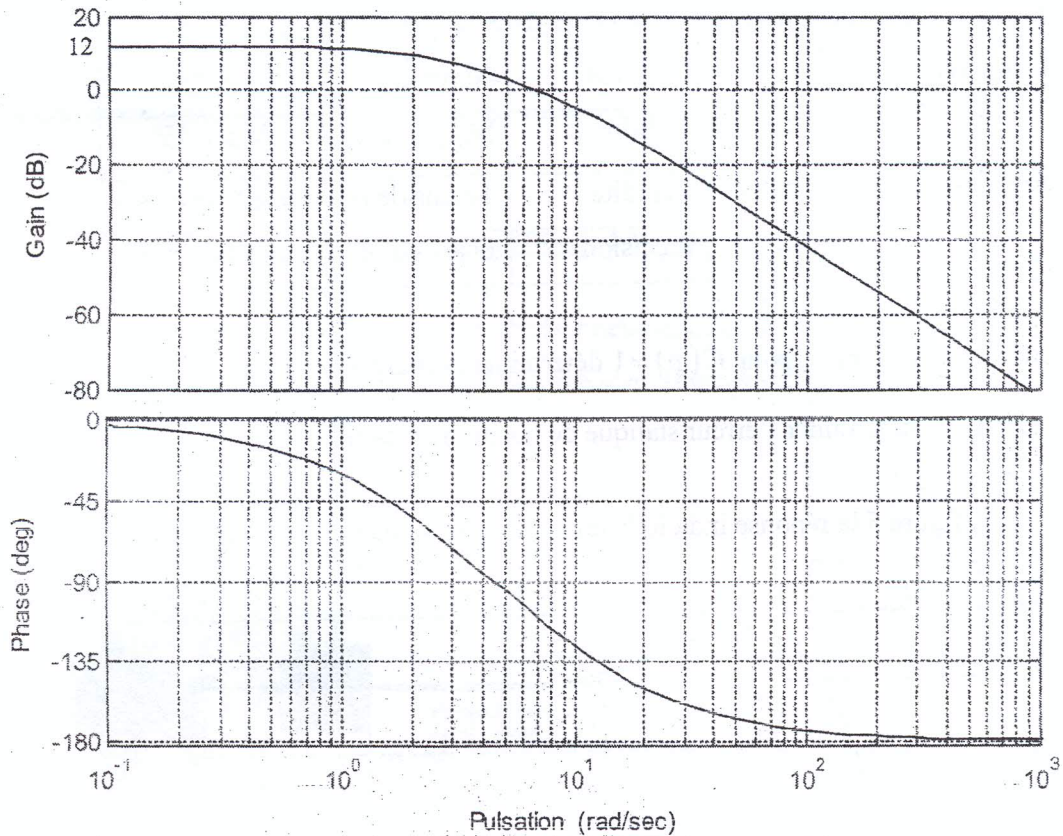


Fig. 3 – Diagramme de Bode de la fonction de transfert  $G(p)$  du modulateur

7. A partir de cette réponse harmonique, identifier  $A$ ,  $\omega_0$  et  $\xi$ .

8. En déduire les paramètres caractéristiques du modèle du modulateur  $c$ ,  $k$  et  $m$ .

## II. Régulation de pression

Dans l'objectif d'assurer une bonne régulation de la pression  $P_2$ , le modulateur est inséré dans la chaîne d'asservissement suivante :

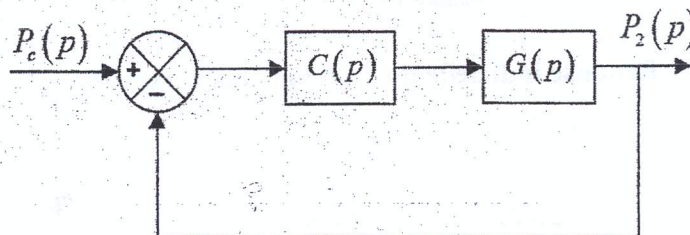


Fig. 4 – Schéma fonctionnel de l'asservissement de pression



Pour la suite, on prend  $G(p) = \frac{80}{(2+p)(10+p)}$ .

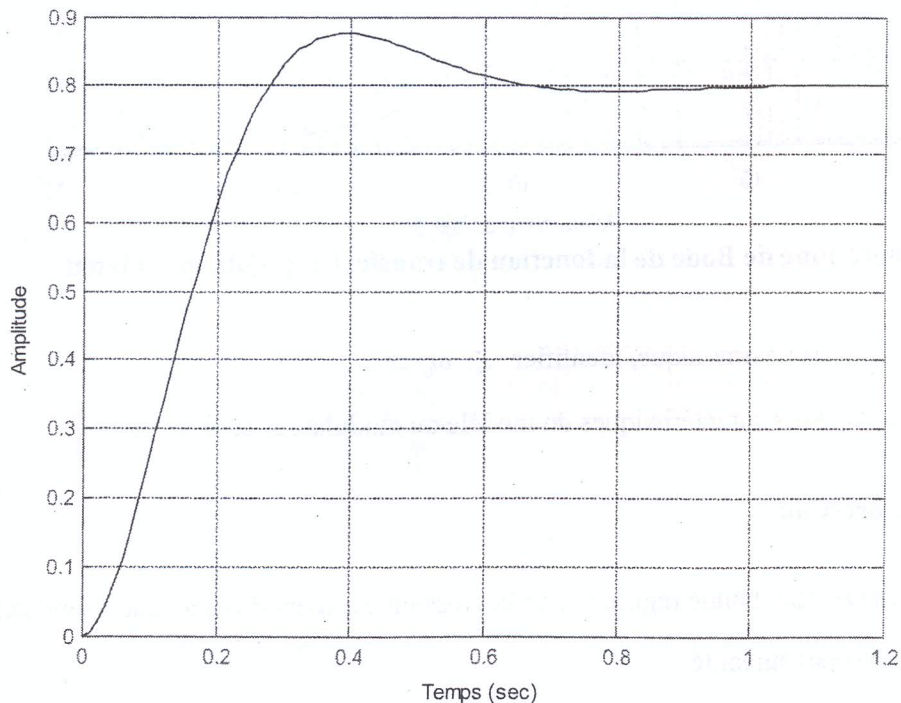
Les exigences du cahier des charges sont données dans le tableau suivant.

Exigence	Critères	Niveau
Régulation de la pression	Stabilité	Marge de phase : $M\varphi = 45^\circ$
	Rapidité	Temps de réponse à 5% < 0.7s
	Précision	Ecart statique de position nul.

9. En se référant à la figure 3, pour  $C(p) = 1$  déterminer la marge de phase.

10. Pour  $C(p) = 1$ , déterminer l'erreur statique de position unitaire.

On donne sur la figure 5 la réponse indicielle unitaire du système non corrigé.



**Fig. 5 – Réponse indicielle du système sans correction**

11. Déterminer graphiquement le temps de réponse à 5%.

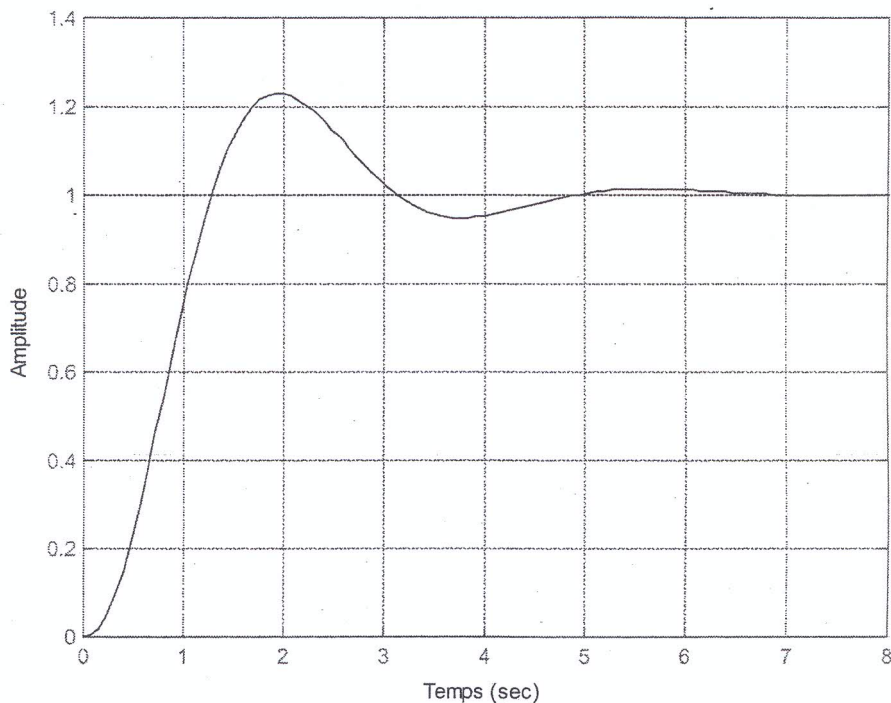
12. Justifier pourquoi la régulation sans correction ne permet pas de satisfaire les critères du cahier des charges.

Afin d'améliorer les performances du système, on envisage de placer un correcteur de type intégral (I) :  $C(p) = \frac{K_i}{p}$  avec :  $K_i > 0$ .

13. Déterminer  $K_i$  permettant de satisfaire la condition  $M\varphi = 45^\circ$ .

14. Calculer l'erreur statique de position unitaire.

On donne sur la figure 6 la réponse indicielle unitaire du système corrigé pour  $K_i$  trouvé précédemment.



**Fig. 6 – Réponse indicielle du système avec correction intégrale**

15. Déterminer graphiquement le temps de réponse à 5%.

16. Justifier pourquoi la régulation de type intégrale ne permet pas de satisfaire les critères du cahier des charges.

Afin d'améliorer les performances du système, on envisage de placer un correcteur de type

Proportionnel-Intégral (PI) :  $C(p) = K_p \frac{1 + T_i p}{T_i p}$  avec  $T_i > 0$ ,  $K_p > 1$

17. Déterminer  $T_i$  pour compenser le pôle dominant du modulateur.

18. Déterminer  $K_p$  pour avoir une marge de phase  $M\varphi = 45^\circ$ .

19. Déterminer l'erreur statique de position unitaire.

On donne sur la figure 7 la réponse indicielle unitaire du système corrigé pour les paramètres  $K_p$  et  $T_i$  trouvés précédemment.

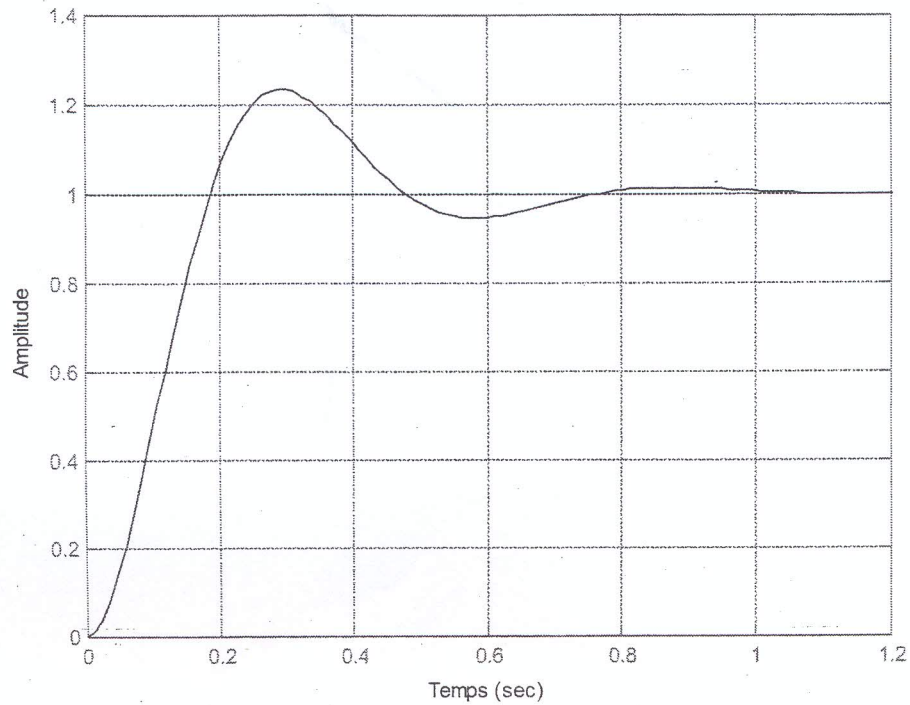


Fig. 7 – Réponse indicielle du système avec correcteur PI

20. Donner le temps de réponse à 5%.

21. Conclure quant à la capacité de ce correcteur à satisfaire l'ensemble des critères du cahier des charges.