

Interféromètre de Michelson

I. Questions préliminaires

On considère deux sources lumineuses S_1 et S_2 ponctuelles, monochromatiques, de même longueur d'onde dans le vide λ_0 , cohérentes et en phase, et d'intensités respectives I_1 et I_2 . La lumière est représentée, au point M et à l'instant t , par une vibration scalaire d'amplitude complexe $\underline{a}(M, t) = A_0 e^{j\varphi(M, t)}$, avec $j^2 = -1$. Dans cette expression, A_0 , est l'amplitude réelle (supposée constante) de la vibration et $\varphi(M, t)$ sa phase au point M et à l'instant t .

1. On note $\delta(M)$ la différence de marche en un point M de l'espace où viennent interférer deux vibrations issues de S_1 et S_2 . Exprimer $\delta(M)$ en fonction des chemins optiques.

2. Montrer que l'intensité lumineuse $I(M)$ au point M s'écrit :

$$I(M) = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \cos\left(\frac{2\pi\delta(M)}{\lambda_0}\right)$$

3. Représenter les variations de l'intensité lumineuse en fonction de $\delta(M)$. Indiquer les points remarquables.

4. Exprimer les intensités I_M d'une frange brillante et I_m d'une frange sombre. En déduire le contraste de la figure d'interférences défini par :

$$C = \frac{I_M - I_m}{I_M + I_m}$$

5. Représenter l'allure de C en fonction de $\frac{I_2}{I_1}$. Commenter.

6. Quel est l'intérêt de choisir deux sources telles que $I_1 = I_2$.

7. Quelle relation lie la différence de marche $\delta(M)$ à l'ordre d'interférence $p(M)$.

8. Citer une application du phénomène d'interférences lumineuses.

II. Description de l'interféromètre de Michelson réel

9. Expliquer, en se servant d'un schéma soigné, le rôle de la lame séparatrice (Sp). Quel est l'intérêt pratique de choisir les coefficients de réflexion et de transmission égaux à 0,5 pour la séparatrice (Sp).

10. Expliquer, en se servant d'un schéma soigné, le rôle de la lame compensatrice (Cp).

III. L'interféromètre de Michelson éclairé par une source étendue

Dans cette partie, on considère un interféromètre de Michelson idéal constitué par une lame semi-réfléchissante, non absorbante, appelée séparatrice (Sp)_{th}, dont les facteurs

de transmission et de réflexion valent 0,5, d'épaisseur nulle et n'introduisant aucun déphasage, et deux miroirs plans (M_1) et (M_2). La lame (Sp)_{th} est inclinée à 45° par rapport aux normales à (M_1) et (M_2).

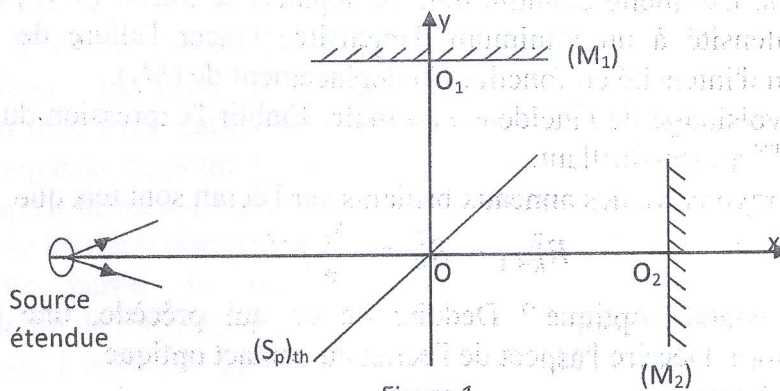


Figure 1

On suppose dans toute la suite que l'interféromètre de Michelson est plongé dans l'air d'indice égal à 1.

11. Expliquer pourquoi, dans l'étude théorique, on peut remplacer les deux lames (Sp) et (Cp) de l'interféromètre réel par la lame séparatrice théorique (Sp)_{th}.

12. Proposer un protocole de réglage de l'interféromètre de Michelson permettant d'obtenir, avec par exemple une source spectrale de vapeur atomique, une figure d'interférence nette, contrastée et lumineuse.

Franges d'égale inclinaison

13. Les miroirs (M_1) (de centre O_1) et (M_2) (de centre O_2) sont perpendiculaires entre eux et respectivement orthogonaux aux axes OO_1 et OO_2 de l'interféromètre. On pose $OO_1 = l$ et $OO_2 = l + e$. L'interféromètre est éclairé par une source étendue S à vapeur atomique de mercure, monochromatique de longueur d'onde $\lambda_0 = 546,1 \text{ nm}$.

Faire le schéma équivalent du montage en lame d'air en faisant apparaître son épaisseur ainsi qu'un rayon incident avec un angle faible i et les deux rayons émergents (1) et (2) auxquels il donne naissance.

14. Lors d'une manipulation, on a obtenu des ellipses au lieu des anneaux circulaires. Expliquer pourquoi. Expliquer comment y remédier.

15. Déterminer l'expression de la différence de marche $\delta(M)$ entre les deux rayons émergents au point M où ils interfèrent en fonction de l'épaisseur e et de l'inclinaison i . Justifier l'appellation « anneaux concentriques d'égale inclinaison ».

16. En déduire l'intensité lumineuse $I(M)$ au point M .

On observe la figure d'interférence en utilisant une lentille convergente (L) de distance focale f' .

17. Compléter le schéma obtenu à la question 13 en y ajoutant la lentille (L) et le cheminement des deux rayons émergents de l'interféromètre et de la lentille.

18. On dispose de trois lentilles convergentes de distances focales images 5 mm , 20 cm et 1 m . Laquelle doit-on choisir pour projeter les franges d'interférences. Pourquoi ?

19. Donner l'expression de l'ordre d'interférence p_0 au centre de la figure d'interférences. Calculer sa valeur numérique pour une épaisseur $e = 1,5 \text{ mm}$. Commenter.

20. On s'intéresse maintenant à l'évolution de l'intensité lumineuse au centre de la figure d'interférences. De quelle quantité doit-on déplacer le miroir (M_2) pour passer d'un maximum d'intensité à un minimum d'intensité. Tracer l'allure de la courbe décrivant la variation d'intensité en fonction du déplacement de (M_2).

21. On se place au voisinage de l'incidence normale. Etablir l'expression du rayon R_k correspondant au $k^{\text{ième}}$ anneau brillant.

22. Montrer que les rayons R_k des anneaux brillants sur l'écran sont tels que

$$R_{k+1}^2 - R_k^2 = \frac{\lambda_0}{e} f'^2.$$

23. Qu'appelle-t-on contact optique ? Dédurre de ce qui précède, une procédure pratique pour l'atteindre. Décrire l'aspect de l'écran au contact optique.

Franges d'épaisseur

24. L'interféromètre de Michelson est réglé dans la configuration «contact optique». On incline le miroir mobile (M_2) d'un angle α et on éclaire l'interféromètre en lumière quasi-parallèle par une source étendue S , monochromatique de longueur d'onde dans le vide λ'_0 . On dispose d'une lampe spectrale, d'un diaphragme et d'une lentille convergente (L_1) de focale f'_1 . Donner le protocole expérimental qui permet, à l'aide d'un miroir plan de positionner ces éléments afin d'éclairer l'interféromètre de Michelson en lumière quasi-parallèle.

25. A l'aide d'un schéma soigné, montrer que l'interféromètre de Michelson est équivalent, du point de vue chemin optique, à une lame coin d'air d'angle α constituée du miroir fixe (M_1) et de (M'_2) image du miroir mobile (M_2) à travers la séparatrice.

26. L'interféromètre étant éclairé en lumière quasi-parallèle, on observe les franges du coin d'air supposées localisées sur le miroir fixe (M_1). On utilise une lentille (L_2) de focale f'_2 , pour en visualiser l'image sur un écran.

Déterminer l'expression approchée de la différence de marche $\delta(P)$ en fonction de la distance X d'un point P sur (M_1) à l'arête commune des miroirs (M_1) et (M'_2). Quelle est la forme des franges d'interférences ? Déterminer l'expression de l'interfrange i_m sur le miroir (M_1) en fonction de la longueur d'onde λ'_0 , et de l'angle α .

27. La lentille (L_2) dont la distance focale est $f'_2 = 20 \text{ cm}$ est placée à une distance $d = 23 \text{ cm}$ du miroir fixe. A quelle distance d' de la lentille faut-il placer l'écran pour avoir une image nette ?

28. Quel est le grandissement γ de la lentille.

29. Donner l'expression de l'interfrange i_e sur l'écran.

30. Sur l'écran on mesure une interfrange de 6 mm . En réalisant l'expérience avec une longueur d'onde connue on a déterminé la valeur de α tel que $\alpha = 3,0 \cdot 10^{-4} \text{ rad}$. En déduire la valeur de λ'_0 .

31. Expliquer pourquoi, sur un interféromètre de Michelson, les franges du coin d'air sont plus faciles à obtenir que les anneaux d'égale inclinaison.

Application : détermination de l'écart de longueur d'onde du doublet jaune du mercure

32. L'interféromètre de Michelson est réglé dans la configuration « lame d'air à faces parallèles » d'épaisseur e . La source est constituée par une lampe spectrale au mercure

qui présente, dans le jaune, un doublet de longueurs d'onde λ_1 et λ_2 très voisines. On suppose que chaque vibration est émise avec la même intensité I_0 . On pose : $\Delta\lambda = \lambda_2 - \lambda_1$, $\lambda_m = \frac{\lambda_1 + \lambda_2}{2}$ et on suppose que $\Delta\lambda \ll \lambda_m$.

En déplaçant le miroir mobile (M_2) à vitesse constante V_0 , grâce à un moteur, les anneaux défilent. Au foyer F' de la lentille de projection (L) est placé un photodétecteur relié à une carte d'acquisition. On enregistre ainsi grâce à un ordinateur la variation d'intensité au point F' au cours du déplacement du miroir mobile.

La lampe à vapeur de mercure présente d'autres couleurs dans le visible.

Comment isoler les deux raies jaunes que contient le spectre du rayonnement émis ?

33. Dans cette partie, la lampe de mercure est assimilée à une source monochromatique de longueur d'onde λ_m . On déplace le miroir mobile très lentement grâce au moteur. L'épaisseur de la lame augmente de Δe . Le photodétecteur enregistre N anneaux brillants qui défilent au centre de la figure d'interférences.

Exprimer l'ordre d'interférence p'_0 en F' .

34. Ecrire une relation entre p_0 , p'_0 et N . On suppose qu'initialement l'ordre p_0 est entier.

35. En déduire l'expression de la longueur d'onde moyenne λ_m .

36. On note T la période du signal périodique enregistré grâce au photodétecteur. Montrer que $\lambda_m = 2V_0T$.

37. L'enregistrement, d'une durée $\Delta t = 42$ s, est une tension périodique de 81 périodes. Calculer numériquement Δe et la longueur d'onde moyenne λ_m . On donne la vitesse du moteur $V_0 = 556 \text{ nm.s}^{-1}$.

38. Détermination de l'écart de longueur d'onde $\Delta\lambda$

On augmente l'épaisseur e de la lame d'air à partir du contact optique.

Les deux vibrations de longueurs d'onde λ_1 et λ_2 sont-elles cohérentes ?

39. Montrer simplement que les franges « disparaissent » pour certaines épaisseurs successives e_k que l'on déterminera. Que vaut la distance Δe parcourue par le miroir mobile entre deux brouillages successifs. En déduire que $\Delta\lambda = \frac{\lambda_m^2}{2\Delta e}$.

40. L'écart temporel entre deux brouillages successifs est $\Delta t = 144,5$ s et la vitesse du moteur est $V_0 = 556 \text{ nm.s}^{-1}$. Calculer numériquement $\Delta\lambda$.

41. Déduire des calculs précédents λ_1 et λ_2 .