

Devoir d'Automatique

Etude du système d'élévation du siège d'un fauteuil :

On s'intéresse dans cette partie au système d'élévation du siège d'un fauteuil. Ce système représenté sur la figure 1 est constitué par :

- Un moteur à courant continu (M),
- Un système vis-écrou,
- Des leviers articulés.

Le déplacement vertical du siège à une hauteur voulue est assuré par le moteur M qui actionne un système de transformation de mouvement formé par le système vis-écrou et le système de leviers.

Dans le but d'assurer un confort pour l'utilisateur du fauteuil, un dispositif de commande permettant le réglage automatique de la position verticale du siège est prévu.

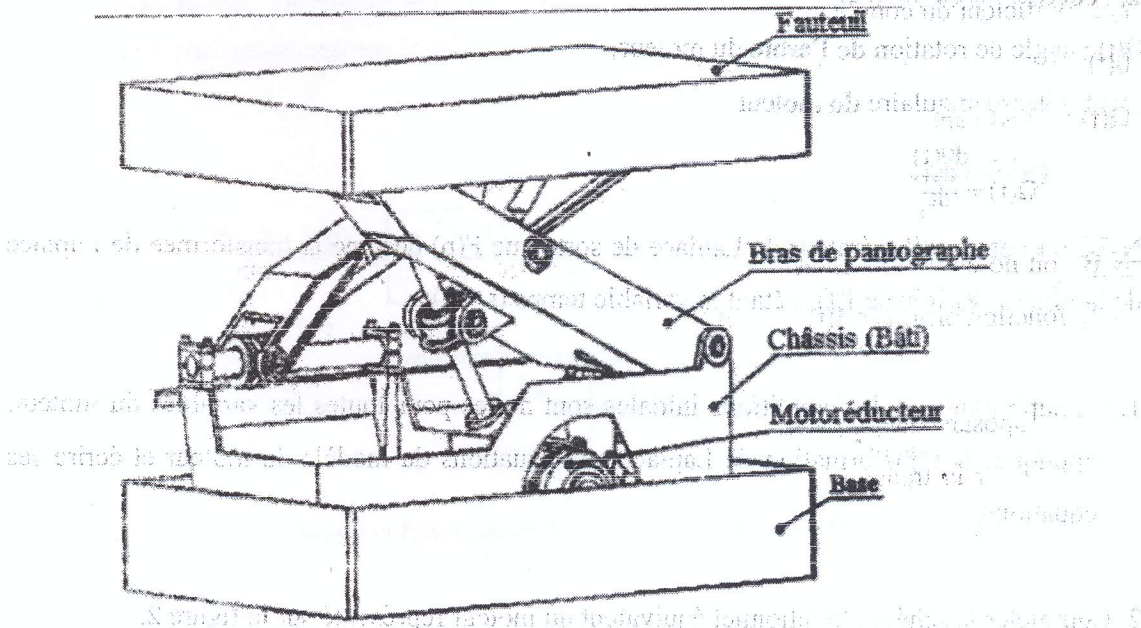


Figure 1 : Vue générale du mécanisme d'élévation du fauteuil

Un modèle mathématique simplifié de ce moteur à courant continu (fonctionnant à flux constant) peut être donné par les équations électriques et mécaniques suivantes :

$$u(t) = L \frac{di(t)}{dt} + r i(t) + e(t)$$

$$e(t) = k_{\Omega} \Omega(t)$$

$$C_m(t) = J \frac{d\Omega(t)}{dt} + f \Omega(t)$$

$$C_m(t) = k_i i(t)$$

Avec :

$u(t)$: tension d'alimentation du moteur,

$i(t)$: courant parcourant l'induit du moteur,

L : inductance de l'induit,

r : résistance de l'induit,

$e(t)$: force contre-électromotrice,

k_{Ω} : coefficient de force contre-électromotrice,

J : inertie totale de la charge tournante,

f : frottement visqueux,

C_m : couple moteur,

k_i : coefficient du couple,

$\theta(t)$: angle de rotation de l'arbre du moteur,

$\Omega(t)$: vitesse angulaire du moteur

$$\Omega(t) = \frac{d\theta(t)}{dt}$$

N.B : on notera p l'opérateur de Laplace de sorte que $F(p)$ désigne la transformée de Laplace de la fonction originale $f(t)$, t étant la variable temps ($t > 0$).

1. En supposant que les conditions initiales sont nulles pour toutes les variables du moteur, appliquer la transformation de Laplace aux équations du modèle du moteur et écrire ses équations.

2. Compléter le schéma fonctionnel équivalent du moteur représenté sur la figure 2.

$U(p)$ est l'entrée et $\theta(p)$ est la sortie du système.

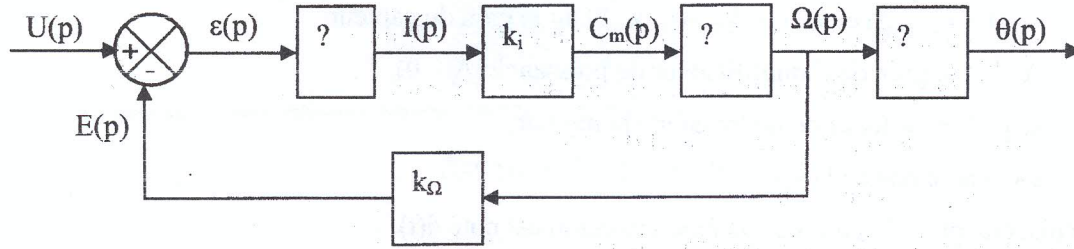


Figure 2 : Schéma fonctionnel équivalent du moteur

3. Dédurre l'expression de la fonction de transfert du moteur, notée $G(p)$, définie par :

$$G(p) = \frac{\theta(p)}{U(p)}$$

Où $\theta(p)$ et $U(p)$ sont les transformées de Laplace respectivement de $\theta(t)$ et $u(t)$.

Dans toute la suite, l'inductance L sera négligée ($L = 0$).

4. Vérifier que la fonction de transfert du moteur s'écrit alors :

$$G(p) = \frac{\theta(p)}{U(p)} = \frac{k_i}{p((rf + k_i k_\Omega) + rIp)}$$

Dans le but d'assurer un confort pour l'utilisateur du fauteuil, un dispositif de commande permettant le réglage automatique de la position verticale du siège est prévu.

Ce dispositif peut être représenté par le schéma fonctionnel suivant :

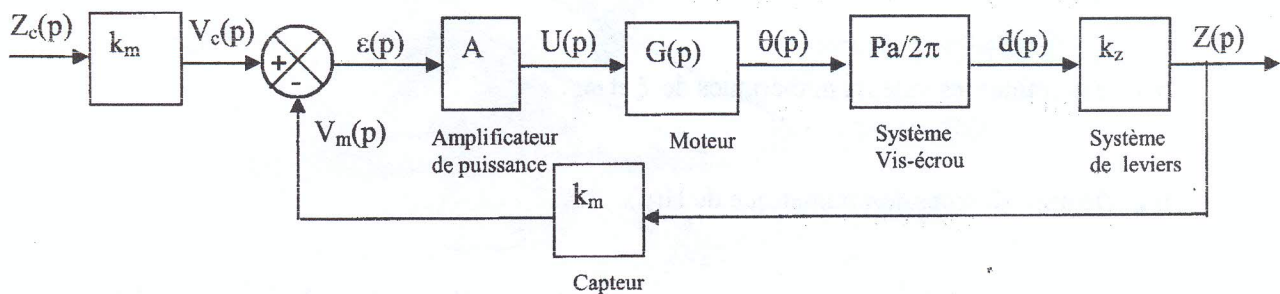


Figure 3 : Schéma fonctionnel du système de commande

Avec :

- $z_c(t)$: est la hauteur du siège désirée (consigne),
- $z(t)$: désigne la position verticale courante du siège (hauteur),

- $v_c(t)$ et $v_m(t)$ sont les tensions images des hauteurs $z_c(t)$ et $z(t)$ du siège.
- $v_c(t) = k_m \cdot z_c(t)$ et $v_m(t) = k_m \cdot z(t)$, k_m étant le gain du capteur,
- A : est le gain de l'amplificateur de puissance ($A > 0$),
- $G(p)$: est la fonction de transfert du moteur,
- P_a : est le pas de la vis.

Le déplacement de l'écrou du système vis-écrou est noté $d(t)$.

La transformation du déplacement $d(t)$ de l'écrou en un déplacement vertical $z(t)$ du siège est supposé linéaire, donnée par : $z(t) = k_z \cdot d(t)$ où k_z est une constante.

Le signal d'erreur $\varepsilon(t) = v_c(t) - v_m(t)$ est amplifié par l'amplificateur de puissance en vue d'alimenter le moteur M qui est commandé par l'induit sous la tension $u(t)$.

5. Montrer que la fonction de transfert en boucle fermée du système asservi de la figure 3 notée $H(p) = Z(p)/Z_c(p)$, reliant l'entrée du système $z_c(t)$ à sa sortie $z(t)$, est du deuxième ordre que l'on mettra sous la forme :

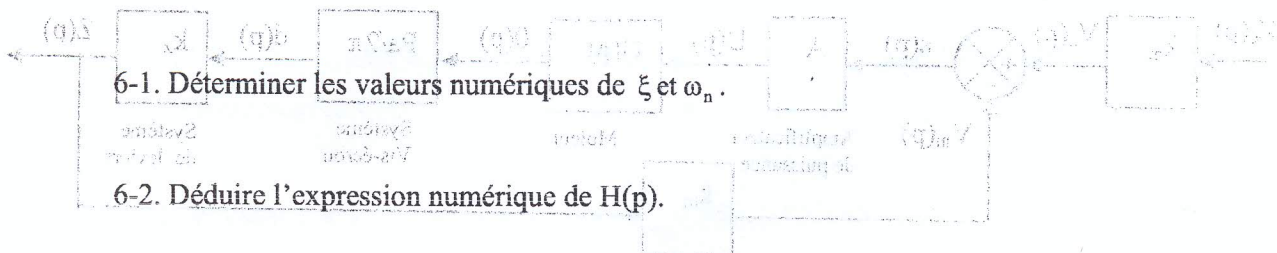
$$H(p) = \frac{Z(p)}{Z_c(p)} = \frac{k_s}{1 + \frac{2\xi}{\omega_n} p + \frac{p^2}{\omega_n^2}}$$

Déduire alors les expressions de k_s (gain statique), de ξ (facteur d'amortissement) et de ω_n (pulsation propre non amortie).

6. Application numérique :

$J = 0,01 \text{ Kg.m}^2$; $k_i = 1 \text{ N.m/A}$; $k_\Omega = 0,05 \text{ V.s}$; $r = 10 \Omega$; $f = 0,005 \text{ N.m.s}$;

$P_a = 0,001 \text{ m}$; $k_z = 5$; $k_m = 10 \text{ V/m}$, $A = 10$.



6-1. Déterminer les valeurs numériques de ξ et ω_n .

6-2. Déduire l'expression numérique de $H(p)$.

6-3. On applique à l'entrée du système asservi un échelon de consigne de valeur $z_c = 10 \text{ cm}$,

6-3-1 Déterminer la valeur finale z_∞ de $z(t)$. Conclure.

6-3-2 calculer les valeurs du dépassement (D) en %, du temps de dépassement correspondant (t_{d1}) et du temps de réponse à 5% de la valeur finale (t_r à 5%).

Examen de fin du premier semestre de S.T.A
Sections : M.P.2 & P.C.2

Durée : 3h

Date : 08 Janvier 2020

Partie Mécanique des Solides Indéformables

Manipulateur de plaque en marbre

Présentation

L'étude porte sur le mécanisme manipulateur de plaque en marbre qui permet de :

- déplacer et positionner la plaque par rapport à l'opérateur pour lui faciliter les opérations à réaliser ;
- maintenir la plaque en toute sécurité dans la position choisie, pendant le travail.

La figure 1 représente le schéma cinématique minimal du manipulateur. Trois déplacements indépendants peuvent être donnés à la plaque :

- élévation et inclinaison réalisées à l'aide de deux vérins hydrauliques ;
- orientation réalisée manuellement.

Schéma cinématique et repérage

Le mécanisme est composé de :

- socle (0) auquel est lié le repère $R_0 (O, \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$ supposé galiléen ;
- corps d'inclinaison (1), lié au repère $R_1 (O, \vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_0)$, est en liaison pivot d'axe (O, \vec{z}_0) avec le socle (0). Son mouvement est paramétré par l'angle $\alpha = (\vec{x}_0, \vec{x}_1) = (\vec{y}_0, \vec{y}_1)$;
- tige d'inclinaison (2), liée au repère $R_2 (B, \vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_0)$, est en liaison glissière d'axe (A, \vec{y}_1) avec le corps (1).
- pignon (3), lié au repère $R_3 (C, \vec{x}_3, \vec{y}_3, \vec{z}_0)$, est en liaison pivot d'axe (C, \vec{z}_0) avec le socle (0). Il est également en liaison pivot d'axe (B, \vec{z}_0) avec la tige (2). Son mouvement est paramétré par l'angle $\beta = (\vec{x}_0, \vec{x}_3) = (\vec{y}_0, \vec{y}_3)$;
- bras (4), lié au repère $R_4 (C, \vec{x}_4, \vec{y}_4, \vec{z}_0)$, est en liaison pivot d'axe (C, \vec{z}_0) avec le socle (0). Son mouvement est paramétré par l'angle $\gamma = (\vec{x}_0, \vec{x}_4) = (\vec{y}_0, \vec{y}_4)$;
- pignon (5), lié au repère $R_5 (H, \vec{x}_5, \vec{y}_5, \vec{z}_0)$, est en liaison pivot d'axe (H, \vec{z}_0) avec le bras (4). Son mouvement est paramétré par l'angle $\theta = (\vec{x}_4, \vec{x}_5) = (\vec{y}_4, \vec{y}_5)$;
- table (6), liée au repère $R_6 (K, \vec{x}_5, \vec{y}_6, \vec{z}_0)$, est en liaison pivot d'axe (K, \vec{x}_5) avec le pignon (4). Son mouvement est paramétré par l'angle $\phi = (\vec{y}_5, \vec{y}_6) = (\vec{z}_0, \vec{z}_6)$;
- corps de levage (7), lié au repère $R_7 (O_7, \vec{x}_7, \vec{y}_7, \vec{z}_0)$, est en liaison pivot d'axe (O_7, \vec{z}_0) avec le socle (0). Son mouvement est paramétré par l'angle $\psi = (\vec{x}_0, \vec{x}_7) = (\vec{y}_0, \vec{y}_7)$;
- tige de levage (8), liée au repère $R_8 (D, \vec{x}_7, \vec{y}_7, \vec{z}_0)$, est en liaison glissière d'axe (E, \vec{y}_7) avec le corps (7). Elle est également en liaison pivot d'axe (D, \vec{z}_0) avec le bras (4).

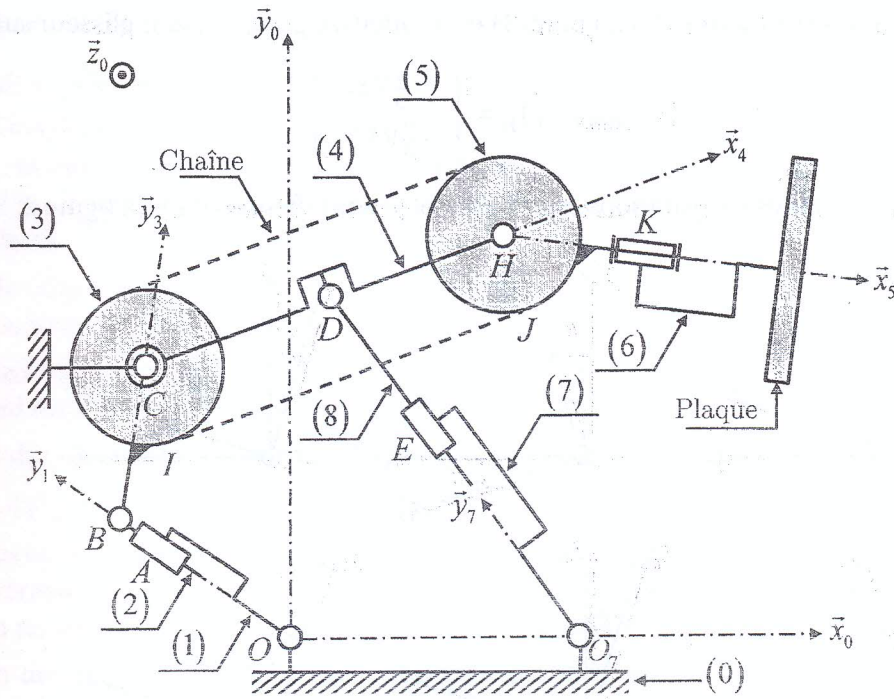


FIGURE 1 – Schéma cinématique minimal du manipulateur de plaque en marbre

Données et caractéristiques géométriques du mécanisme

- les données géométriques du mécanisme sont exprimées par les relations vectorielles :

$$\overrightarrow{OO_7} = l\vec{x}_0; \overrightarrow{OB} = \lambda\vec{y}_1; \overrightarrow{O_7D} = \mu\vec{y}_7; \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{DH} = a\vec{x}_4; \overrightarrow{CI} = \overrightarrow{HJ} = -R\vec{y}_4; \overrightarrow{BC} = h\vec{y}_3; \overrightarrow{HK} = d\vec{x}_5$$

- l, a, R, h et d sont des caractéristiques géométriques du mécanisme (constantes);
- $\lambda, \mu, \alpha, \beta, \gamma, \theta, \phi$ et ψ sont les paramètres du mécanisme (variables temporelles).

Hypothèses

L'étude dynamique du mécanisme est menée au cours de l'opération d'inclinaison de la plaque. Dans ce cas, nous adoptons les hypothèses suivantes :

- toutes les liaisons sont supposées parfaites (sans frottement);
- la masse de l'ensemble $\{E\} = \{5, 6, \text{Plaque}\}$ est M ;
- on note par I_z le moment principal d'inertie de l'ensemble $\{E\}$ par rapport à l'axe (H, \vec{z}_0) ;
- les masses et les inerties du pignon (3) et de la chaîne sont négligeables;
- le champ de la pesanteur est représenté par $\vec{g} = -g\vec{y}_0$;
- la tige du vérin (2) exerce sur le pignon (3) un effort axial au point B défini par : $\vec{F}_{(2 \rightarrow 3)} = F\vec{y}_1$;
- l'étude du problème se ramène à un problème plan parallèle au plan $(O, \vec{x}_0, \vec{y}_0)$. L'action d'un solide (i) sur un solide (j) au centre géométrique de la liaison Q_i , exprimée dans la base \mathcal{B}_i

est modélisée par le torseur $\{\tau_{(i \rightarrow j)}\}_{Q_i} = \begin{Bmatrix} X_{ij} & 0 \\ Y_{ij} & 0 \\ 0 & N_{ij} \end{Bmatrix}_{\mathcal{B}_i}$;

— l'action de la chaîne sur la roue (5) au point H est modélisée par le torseur glisseur suivant :

$$\{\tau_{(\text{Chaîne} \rightarrow 5)}\}_H = \begin{Bmatrix} -\frac{4}{3}T\vec{x}_4 \\ -\frac{2}{3}RT\vec{z}_0 \end{Bmatrix}$$

Les représentations planes des rotations α , β , γ , θ , ϕ et ψ sont définies dans la figure 2.

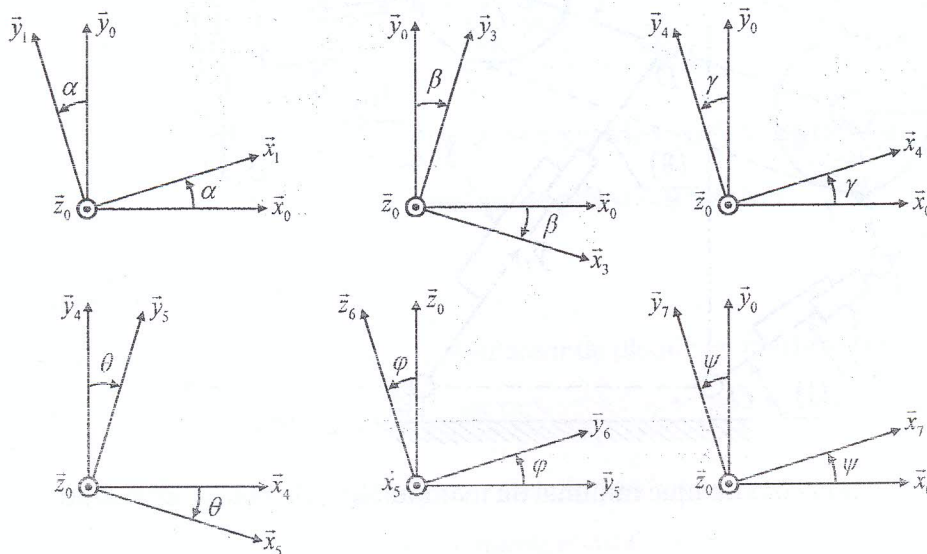


FIGURE 2 – Représentation plane des rotations

Étude cinématique

1. Déterminer les torseurs cinématiques :
 - a) De la tige (2) dans son mouvement par rapport au socle (0) au point B dans la base $\mathcal{B}_1(\vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_0)$.
 - b) Du pignon (3) dans son mouvement par rapport au socle (0) au point B dans la base $\mathcal{B}_3(\vec{x}_3, \vec{y}_3, \vec{z}_0)$.
2. Dédurre deux équations scalaires permettant d'exprimer $\dot{\alpha}$ et $\dot{\beta}$ en fonction de $\dot{\lambda}$.
3. Déterminer les vecteurs vitesses :
 - a) Du point I du pignon (3) dans son mouvement par rapport au bras (4) dans la base $\mathcal{B}_4(\vec{x}_4, \vec{y}_4, \vec{z}_0)$.
 - b) Du point J du pignon (5) dans son mouvement par rapport au bras (4) dans la base $\mathcal{B}_4(\vec{x}_4, \vec{y}_4, \vec{z}_0)$.
4. Sachant que le mouvement de la chaîne par rapport aux pignons (3) et (5) aux points respectifs I et J est sans glissement, déterminer alors la relation entre $\vec{\Omega}_{(3/4)}$ et $\vec{\Omega}_{(5/4)}$.
5. Déterminer les torseurs cinématiques :
 - a) De la tige (8) dans son mouvement par rapport au socle (0) au point D dans la base $\mathcal{B}_7(\vec{x}_7, \vec{y}_7, \vec{z}_0)$.
 - b) Du bras (4) dans son mouvement par rapport au socle (0) au point D dans la base $\mathcal{B}_4(\vec{x}_4, \vec{y}_4, \vec{z}_0)$.
6. Dédurre deux équations scalaires permettant d'exprimer $\dot{\psi}$ et $\dot{\gamma}$ en fonction de $\dot{\mu}$.

Étude dynamique

On considère $\{E\} = \{5, 6, \text{Plaque}\}$ l'ensemble cinématiquement lié à la plaque. Soit G le centre d'inertie de $\{E\}$ défini par $\vec{HG} = L\vec{x}_5$.

Cette étude est menée au cours de l'opération d'inclinaison de la plaque. Dans ce cas, le vérin de levage constitué du corps (7) et la tige (8) est bloqué. En conséquence, le bras (4) est immobile par rapport au socle (0).

7. Déterminer le torseur cinétique, au point H , de l'ensemble $\{E\}$ au cours de son mouvement par rapport au socle (0) dans la base $\mathcal{B}_5(\vec{x}_5, \vec{y}_5, \vec{z}_0)$.
8. Déterminer le torseur dynamique, au point H , de l'ensemble $\{E\}$ au cours de son mouvement par rapport au socle (0) dans la base $\mathcal{B}_4(\vec{x}_4, \vec{y}_4, \vec{z}_0)$.
9. Faire le bilan des actions mécaniques extérieures appliquées sur l'ensemble $\{E\}$. Exprimer le torseur $\left\{ \tau_{(E \rightarrow E)} \right\}_H$ dans la base $\mathcal{B}_4(\vec{x}_4, \vec{y}_4, \vec{z}_0)$.
10. Écrire les équations scalaires qui découlent de l'application du PFD à l'ensemble $\{E\}$ au cours de son mouvement par rapport au socle (0). Déduire alors la tension T exercée par la chaîne sur le pignon (5) ainsi que les autres composantes inconnues des actions mécaniques.
11. Faire le bilan des actions mécaniques extérieures appliquées sur le pignon 3. Exprimer le torseur $\left\{ \tau_{(3 \rightarrow 3)} \right\}_C$ dans la base $\mathcal{B}_0(\vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$.
12. Écrire les équations scalaires qui découlent de l'application du PFD au pignon (3) au cours de son mouvement par rapport au socle (0). Déduire alors l'effort F exercée par la tige (2) sur le bras (3) ainsi que les autres composantes inconnues des actions mécaniques.