

Systèmes Techniques Automatisés  
Épreuve du 2<sup>ème</sup> semestre

Date : 11 Mai 2022

Le sujet comporte trois parties :

- **Partie A:** Conception mécanique,
- **Partie B:** MSI « Mécanique des Solides Indéformables »
- **Partie C:** Automatique.

**Les parties (A et B) et la partie C sont indépendantes et doivent être rédigées sur deux feuilles séparées.**

**FAUTEUIL ROUANT ELECTRIQUE**

**Description :**

Le fauteuil roulant représenté par la figure 1 permet à l'utilisateur de se déplacer librement à l'intérieur et à l'extérieur des locaux sans aucune assistance. Ce fauteuil fonctionne en deux modes : motorisé et manuel.

Pour le mode motorisé, l'utilisateur dispose d'une manette permettant de commander aisément :

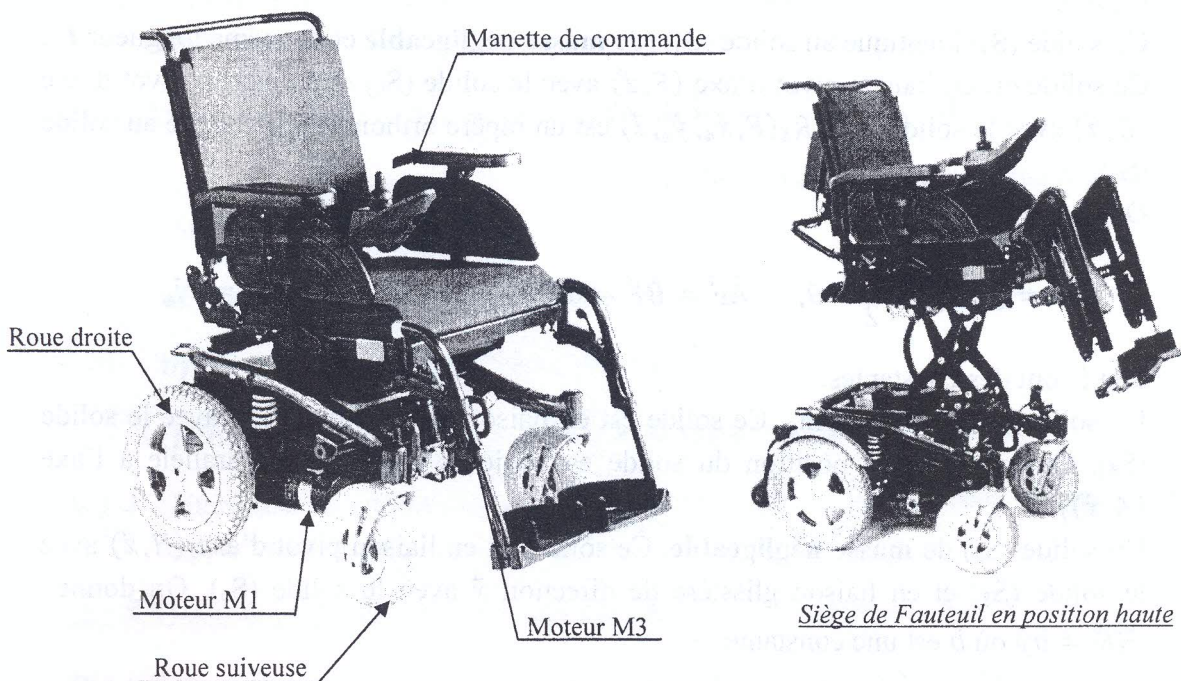
- Le déplacement du fauteuil en avant ou en arrière à une vitesse réglable.
- Le braquage à droite ou à gauche du fauteuil facilitant ainsi les manœuvres difficiles à l'intérieur des locaux même quand la vitesse de déplacement est nulle.
- La montée et la descente du siège (assise + dossier) à une altitude variable avec un déplacement latéral afin de donner à l'utilisateur une autonomie pour se déplacer du siège vers son lit et vis versa.

La motorisation de ce fauteuil est assurée par 3 moteur à courant continu (M1,M2 et M3) :

- Les moto-réducteurs freins M1 et M2 commandent respectivement les deux roues arrière droite et gauche via deux mécanismes de transmission (les deux roues avant sont des roues suiveuses) ;
- Le moto-réducteur M3 permet de commander un système de levier articulé pour assurer le déplacement vertical et latéral du siège à la hauteur voulue.

L'alimentation des trois moteurs est assurée par une batterie de 24 V rechargeable, donnant ainsi une autonomie de 23 km environ.

Le mode manuel est essentiellement utilisé en cas de panne du système de motorisation (panne moteur, batterie déchargée, etc ...).



**Figure 1 : Vue ensemble de fauteuil roulant**

## **PARTIE A : CONCEPTION MECANIQUE**

Les questions relatives à cette partie se trouvent sur le document réponse : DR1

## **PARTIE B : MECANIQUE DES SOLIDES INDEFORMABLES**

Dans cette partie on s'intéresse à l'étude mécanique du système de levage du fauteuil roulant. La figure 2 représente le schéma cinématique du système d'élévation.

Ce système est en mouvement par rapport à un repère  $R(B, \vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$  galiléen orthonormé direct lié au bâti ( $S_0$ ). L'accélération de pesanteur s'écrit  $\vec{g} = -g\vec{y}$ . Les différents solides qui constituent ce système sont les suivants :

- Un solide ( $S_1$ ) dont l'axe ( $A, \vec{x}$ ) est un axe de symétrie matériel, son moment d'inertie par rapport à cet axe est noté  $I_1$ . Ce solide est en liaison rotule de centre B avec le bâti ( $S_0$ ). Il est soumis au couple moteur :  $\vec{C}_m = C_m \vec{x}$ .
- Un solide ( $S_2$ ) de masse  $m_2$ . Ce solide est en liaison glissière de direction  $\vec{x}$  avec ( $S_0$ ) et en liaison hélicoïdale d'axe ( $A, \vec{x}$ ) avec le solide ( $S_1$ ). La rotation du solide ( $S_1$ ) par rapport au solide ( $S_2$ ) est définie par le paramètre cinématique  $\varphi$ . Soit  $p$  (mm/rd) le pas réduit de l'hélice de la liaison hélicoïdale.



- Un solide ( $S_3$ ) modélisé par une tige homogène de **masse négligeable** et de longueur  $L$ . Ce solide est en liaison pivot d'axe ( $E, \vec{z}$ ) avec le solide ( $S_2$ ).  $R_3(E, \vec{x}_3, \vec{y}_3, \vec{z})$  est un repère orthonormé direct lié au solide ( $S_3$ ). On donne  $\theta = (\vec{x}, \vec{x}_3)$ .
- Un solide ( $S_4$ ) identique au solide ( $S_3$ ) (de **masse négligeable** et de même longueur  $L$ ). Ce solide est en liaison pivot d'axe ( $F, \vec{z}$ ) avec le solide ( $S_0$ ) et en liaison pivot d'axe ( $D, \vec{z}$ ) avec le solide ( $S_3$ ).  $R_4(F, \vec{x}_4, \vec{y}_4, \vec{z})$  est un repère orthonormé direct lié au solide ( $S_4$ ).

On donne :

$$\psi = (\vec{x}, \vec{x}_4) = \frac{\pi}{2} - \theta, \quad \overrightarrow{AE} = \overrightarrow{BF} = a\vec{y}, \quad \overrightarrow{ED} = l\vec{x}_3, \quad \overrightarrow{FD} = l\vec{y}_4$$

$a$  et  $l$  sont des constantes.

- Un solide ( $S_5$ ) de masse  $m_5$ . Ce solide est en liaison pivot d'axe ( $I, \vec{z}$ ) avec le solide ( $S_4$ ). On considère la position du solide est toujours horizontale (parallèle à l'axe ( $A, \vec{x}$ )).
- Un solide ( $S_6$ ) de **masse négligeable**. Ce solide est en liaison pivot d'axe ( $H, \vec{z}$ ) avec le solide ( $S_3$ ) et en liaison glissière de direction  $\vec{x}$  avec le solide ( $S_5$ ). On donne :  $\overrightarrow{HK} = b\vec{y}$  où  $b$  est une constante.

On suppose dans cette étude que toutes les liaisons sont **parfaites**.

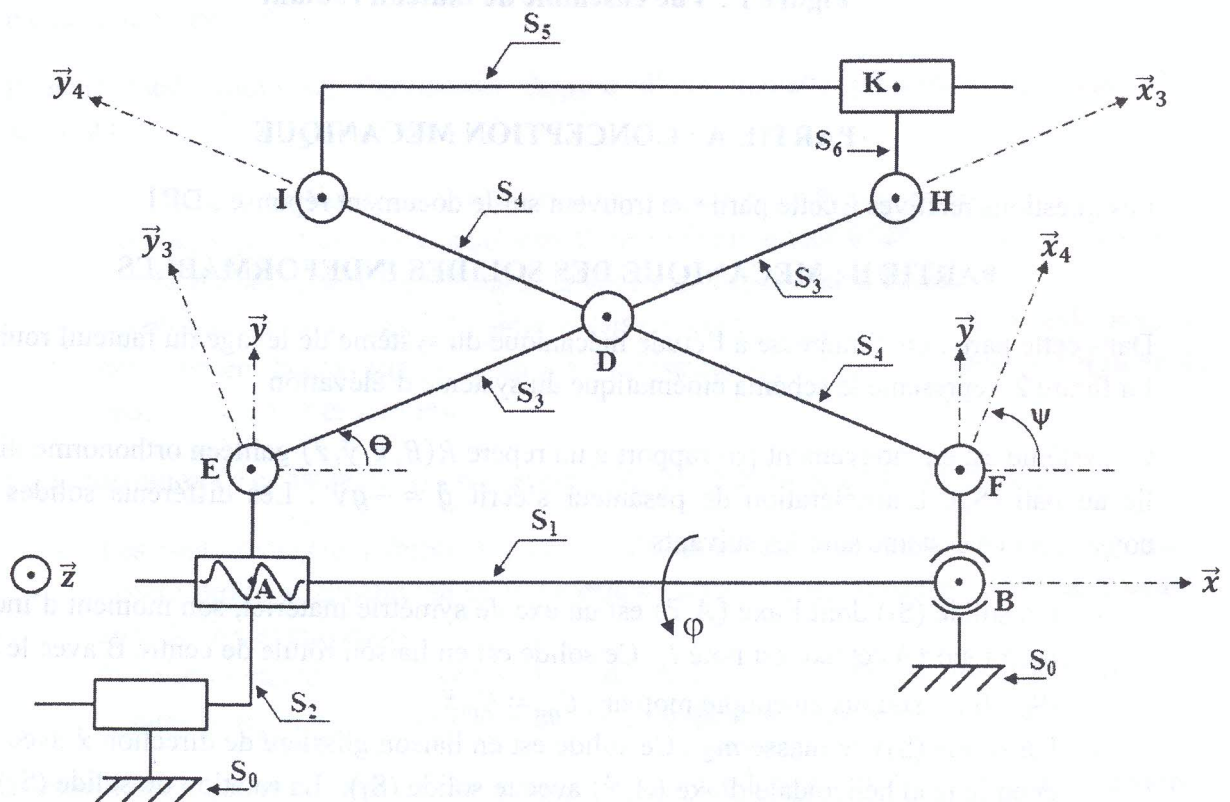


Figure 2 : Schéma cinématique du système d'élévation

## **B.1 : ETUDE CINEMATIQUE**

**B.1.1.** Construire le graphe des liaisons du système étudié. En déduire la nature de la chaîne cinématique.

**B.1.2.** Déterminer les vecteurs de rotation de  $\vec{\Omega}(S_1/S_2)$ ,  $\vec{\Omega}(S_1/S_0)$ ,  $\vec{\Omega}(S_3/S_0)$  et  $\vec{\Omega}(S_4/S_0)$ .

**B.1.3.** Déterminer, au point **A**, la vitesse du solide ( $S_2$ ) dans son mouvement par rapport au bâti ( $S_0$ )

a) Par dérivation,

b) Par composition des vecteurs vitesses.

c) En déduire une relation entre les deux vitesses angulaires  $\dot{\theta}$  et  $\dot{\phi}$ .

**B.1.4.** Déterminer la vitesse du point **H** appartenant au solide ( $S_3$ ) dans son mouvement par rapport au bâti ( $S_0$ ).

**B.1.5.** Déterminer la vitesse de rotation du solide ( $S_6$ ) par rapport à ( $S_0$ ).

**B.1.6.** Déterminer la vitesse du point **K** appartenant au solide ( $S_6$ ) dans son mouvement par rapport au bâti ( $S_0$ ).

**B.1.7.** Déterminer la vitesse du point **I** appartenant au solide ( $S_4$ ) dans son mouvement par rapport au bâti ( $S_0$ ).

**B.1.8.** Déduire la vitesse de glissement au point **K** du mouvement du solide ( $S_6$ ) par rapport à ( $S_5$ ).

**B.1.9.** Déterminer, par composition du mouvement, la vitesse du point **K** appartenant au solide ( $S_5$ ) dans son mouvement par rapport au bâti ( $S_0$ ).

**B.1.10 .** En déduire la nature du mouvement du solide ( $S_5$ ) par rapport au bâti ( $S_0$ ).

## **B.2 : ETUDE ENERGETIQUE**

*On considère le système (S) défini par l'ensemble  $\{S_1, S_2, S_3, S_4, S_5, S_6\}$ .*

**B.2.1.** Déterminer l'énergie cinétique du système (S) dans son mouvement par rapport à ( $S_0$ ).

**B.2.2.** Déterminer la puissance des actions mécaniques intérieures au système (S).

**B.2.3.** Déterminer la puissance des actions mécaniques extérieures appliquées sur le système (S) dans son mouvement par rapport à ( $S_0$ ).

**B.2.4.** En appliquant le théorème de l'énergie cinétique, donner l'équation de mouvement du système (S) par rapport au bâti ( $S_0$ ).

**B.2.5.** Donner en régime permanent ( $\dot{\phi} = \omega = cte$ ) l'expression du couple moteur  $C_m$ .



## PARTIE A : Technologie de conception

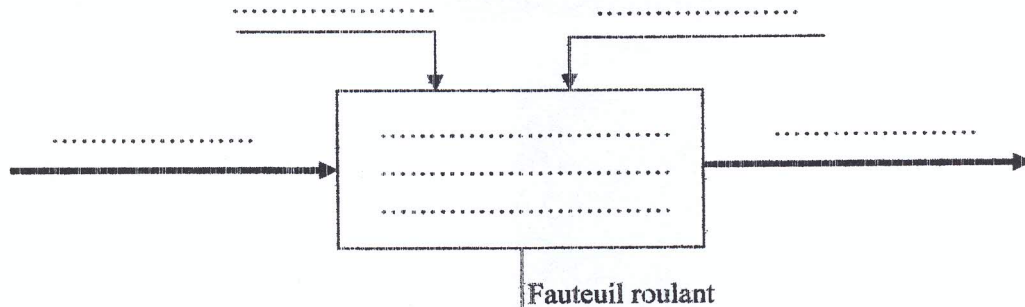
Nom et prénom : ..... Groupe : .....

### PARTIE A : TECHNOLOGIE DE CONCEPTION

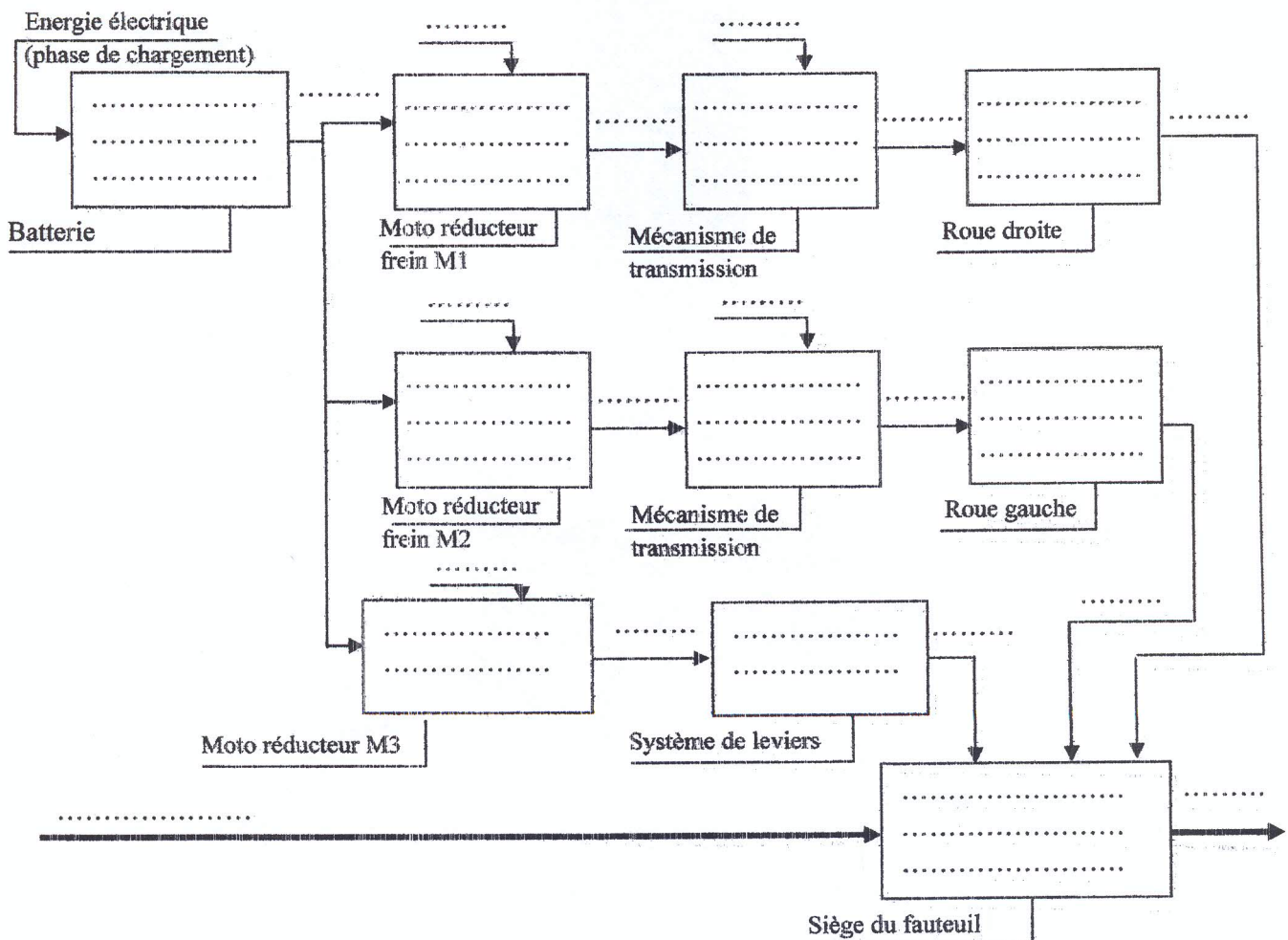
#### A-1- ANALYSE FONCTIONNELLE

En se basant sur la description du fauteuil roulant en mode motorisé, compléter les actigrammes suivants :

##### a) Actigramme A-0



##### b) Actigramme A0



Date . 11/05/2022

Semestre 2

### Partie C . Automatique

#### **Asservissement de l'inclinaison d'un siège d'un fauteuil roulant**

Le fauteuil roulant électrique, étudié dans cette partie, est capable de monter et descendre les escaliers. Cette capacité du fauteuil impose, pour le confort et la sécurité du passager, de maintenir l'horizontalité du siège pendant la montée ou la descente.

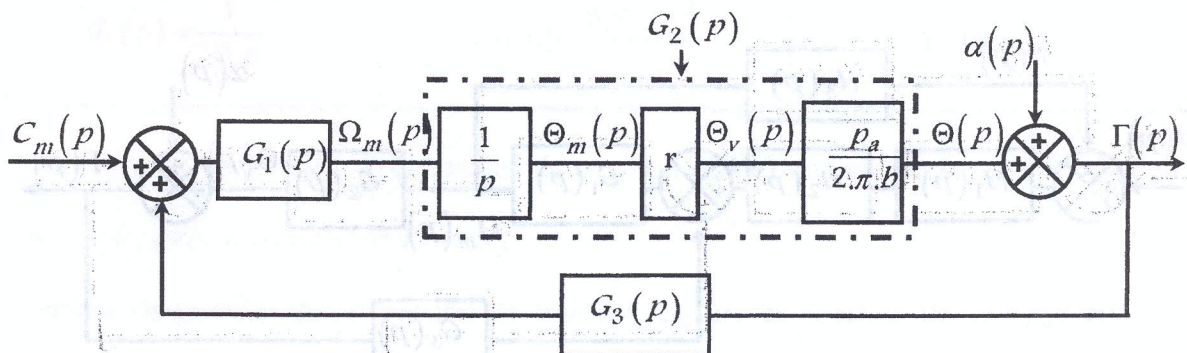
Le choix fait par le concepteur est d'asservir la position angulaire du siège à l'aide d'un vérin à vis commandé par un moteur à courant continu.

#### **Modèle d'asservissement d'inclinaison**

Afin de limiter les calculs, le modèle retenu pour l'étude de l'inclinaison du siège est le modèle donné par l'équation suivante :

$$J_e \cdot \frac{d\omega_m(t)}{dt} = c_m(t) + R_u \cdot \frac{r \cdot p_a}{2 \cdot \pi \cdot b} \cdot M_u \cdot g \cdot (\theta(t) + \alpha(t)) \quad (1)$$

À partir de l'équation précédente, on construit le schéma bloc de la figure n°1.



**Figure n°1 . Schéma bloc de l'inclinaison du siège**

- Avec :
- $r = \frac{\omega_v}{\omega_m} = \frac{\theta_v}{\theta_m}$  : rapport de réduction du réducteur,
  - $p_a$  : pas de la vis,
  - $J_e$  : moment d'inertie l'ensemble S,
  - $M_u$  : masse du siège et du passager,
  - $b$  et  $g$  : des constantes,
  - toutes les autres masses et inerties sont négligées,

La commande des vérins électriques d'inclinaison du siège et de basculement du train avant et du train arrière est réalisée à l'aide d'un moteur à courant continu. On rappelle les équations caractéristiques du moteur à courant continu :

$$u(t) = R i(t) + L \frac{di(t)}{dt} + e(t) \quad (2)$$

$$e(t) = K_e \omega_m(t) \quad (3)$$

$$c_m(t) = K_t i(t) \quad (4)$$

- Avec :
- $L$  : inductance de l'induit,
  - $R$  : résistance de l'induit,
  - $K_e$  : coefficient de force contre-électromotrice,
  - $K_t$  : coefficient du couple,

Le schéma bloc de la figure n°2, décrit le pilotage du système d'inclinaison par le moteur à courant continu.

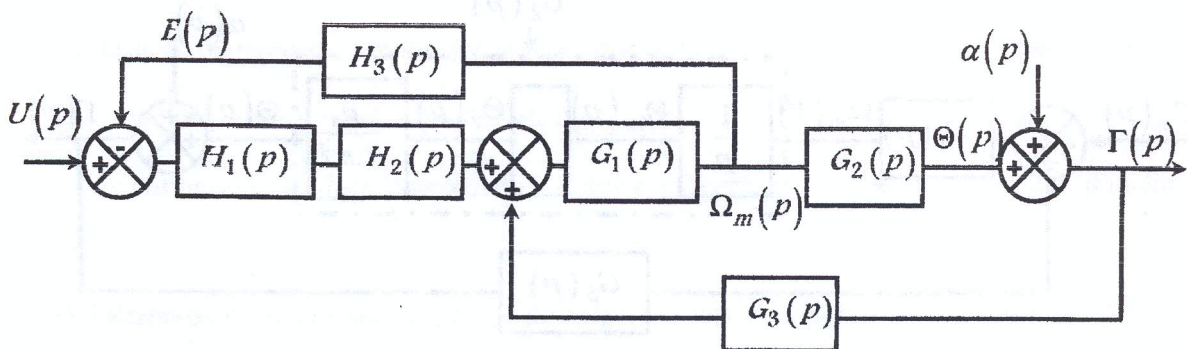


Figure n°2 . Schéma bloc de pilotage de l'inclinaison par le moteur à courant continu



N.B. Les notations utilisées pour les transformées de Laplace des fonctions temporelles sont précisées dans le tableau 1 page 6.

### TRAVAIL DEMANDE

1. À partir de l'équation (1), déterminer les expressions des fonctions  $G_1(p)$  et  $G_3(p)$ .
2. En se basant sur le schéma bloc de la figure n°1, donner l'expression de la fonction  $G_2(p)$ .
3. À partir des équations caractéristiques du moteur, déterminer les expressions des fonctions  $H_1(p)$ ,  $H_2(p)$  et  $H_3(p)$  représentées dans le schéma bloc de la figure n°2.
4. Montrer que le schéma bloc de la figure n°2 peut être donné sous la forme suivante.

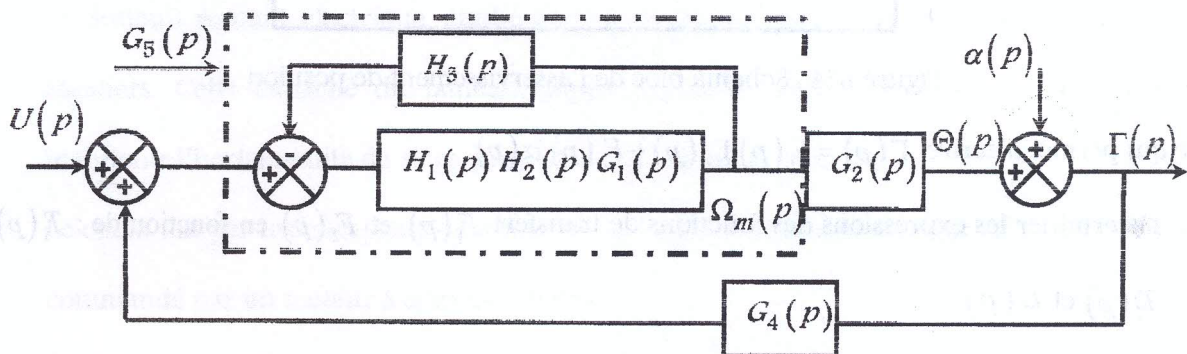


Figure n°3 . Schéma bloc de pilotage de l'inclinaison de siège modifié

Compte tenu des différentes dimensions, des caractéristiques du moteur et de diverses simplifications, nous admettrons, pour la suite, que les blocs  $H_1(p)$ ,  $H_2(p)$ ,  $G_1(p)$ ,  $G_2(p)$  et  $G_3(p)$  deviennent :

$H_1(p).H_2(p) = K_1 = \frac{1}{2}$		$H_3(p) = K_2 = 1,5$
$G_1(p) = \frac{1}{30.p}$	$G_2(p) = \frac{3,8.10^{-3}}{p}$	$G_3(p) = K_3 = 2,3$

5. Donner alors l'expression de la fonction de transfert  $G_4(p)$  en fonction de  $H_1(p)$ ,  $H_2(p)$  et  $G_3(p)$  puis en fonction de  $K_1$  et  $K_3$ .
6. Donner l'expression de la fonction de transfert  $G_5(p)$  en fonction de  $H_1(p)$ ,  $H_2(p)$ ,  $H_3(p)$  et  $G_1(p)$  puis en fonction de  $K_1$ ,  $K_2$  et  $G_1(p)$ .
7. Calculer les fonctions de transfert  $T_1(p)$  et  $T_2(p)$  en fonction de  $G_1(p)$ ,  $G_2(p)$ ,  $K_1$ ,  $K_2$  et  $K_3$  permettant d'écrire :  $\Gamma(p) = T_1(p).U(p) + T_2(p).\alpha(p)$ .



## ASSERVISSEMENT DE POSITION

- Objectif:
- La position angulaire doit être précise à 10% près;
  - Le fauteuil ne doit pas osciller autour de sa position finale mais on peut admettre un dépassement. Pour cela, on assurera une marge de phase MP supérieure à  $70^\circ$ .

L'asservissement de position est décrit par le schéma bloc de la figure n°4.

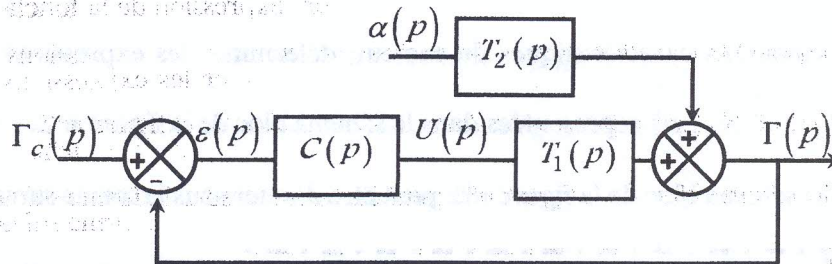


Figure n°4 : Schéma bloc de l'asservissement de position

Ce qui permet d'écrire:  $\Gamma(p) = F_1(p) \cdot \Gamma_c(p) + F_2(p) \cdot \alpha(p)$

8. Déterminer les expressions des fonctions de transfert  $F_1(p)$  et  $F_2(p)$  en fonction de :  $T_1(p)$ ,  $T_2(p)$  et  $C(p)$ .

On prend dans la suite :  $T_1(p) = \frac{6,5 \cdot 10^{-5}}{p^2 + 2,6 \cdot 10^{-2} \cdot p - 3,2 \cdot 10^{-4}}$  et  $T_2(p) = \frac{p^2 + 2,6 \cdot 10^{-2} \cdot p}{p^2 + 2,6 \cdot 10^{-2} \cdot p - 3,2 \cdot 10^{-4}}$

### Correction proportionnelle

Dans un premier temps, on choisit un correcteur proportionnel:  $C(p) = K_r$

9. Déterminer l'expression numérique de la fonction de transfert  $F_1(p)$  en fonction de  $K_r$ , puis déterminer les valeurs de  $K_r$  pour lesquelles le système est stable.

Pour la suite, on choisit  $K_r$  pour que le système soit stable et on se place dans les conditions suivantes.

- le fauteuil est à l'arrêt dans l'escalier  $\alpha = 10^\circ$ ,
- l'utilisateur souhaite légèrement incliner le siège et impose une consigne d'inclinaison :

$$\gamma_c = \gamma_0 \neq 0.$$

10. Déterminer l'erreur statique de position  $\varepsilon_p = \varepsilon(\infty)$  en fonction de  $K_r$  pour  $\alpha = 0$ .

11. Pour quelles valeurs de  $K_r$ , l'erreur relative  $\left| \frac{\varepsilon_p}{\gamma_0} \right|$  est-elle inférieure à 10% ?

On choisit pour la suite  $K_r = 100$

12. Donner l'expression numérique de  $F_1(p)$  sous sa forme canonique et déduire le gain statique  $K_s$ , la pulsation propre non amortie  $\omega_n$  et le facteur d'amortissement  $z$ .
13. Que pensez-vous de la valeur du facteur d'amortissement vis-à-vis les performances du cahier des charges. Donner l'allure de la réponse indicielle.
14. Le lieu de bode de la nouvelle fonction de transfert en boucle ouverte (100.BO) est donné sur la figure n°5. Déterminer la bande passante BP1 à 0db et la marge de phase correspondante MP1.

Amélioration de la correction

Afin d'améliorer le comportement et de limiter les oscillations, on insère dans la chaîne directe un

autre correcteur  $C_2(p) = 40 \cdot \frac{1+10.p}{1+0,1.p}$  en série avec  $C(p) = K_r$ .

15. Le diagramme de Bode du système corrigé par le correcteur  $K_r.C_2(p)$  est représenté sur la figure n°5. Déterminer la bande passante BP2 à 0db et la marge de phase correspondante MP2.
16. Quel correcteur permet-il de respecter le cahier des charges ? Déduire vis-à-vis la rapidité.

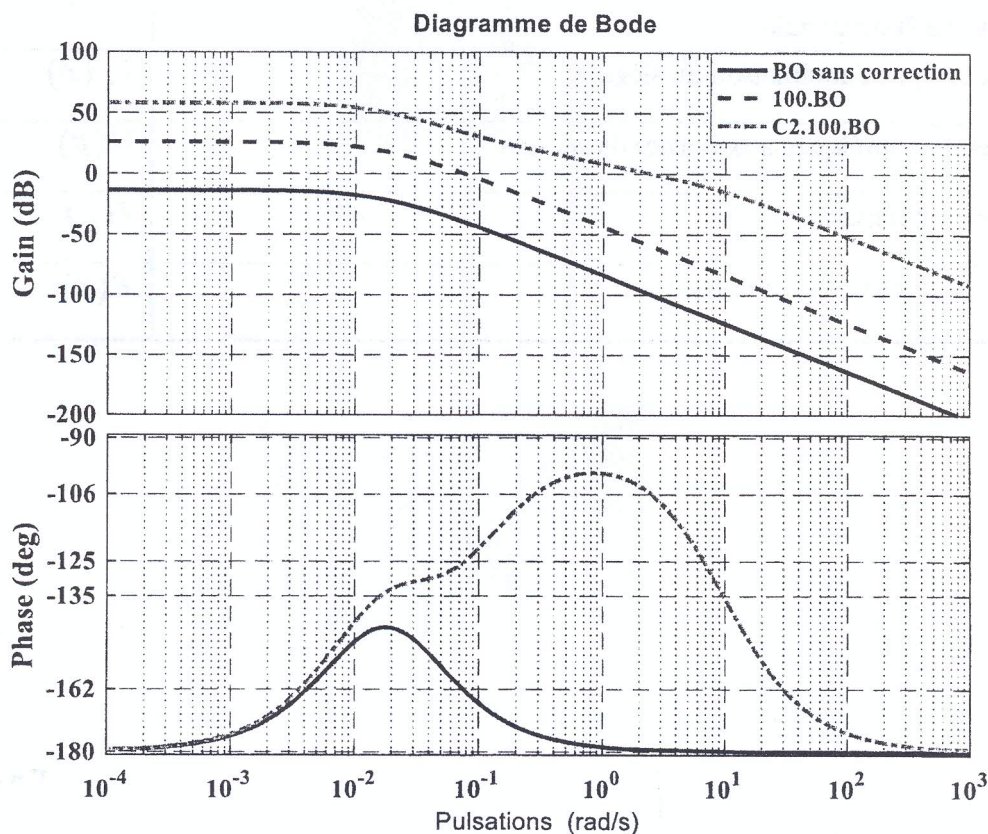


Figure n°5 : Diagrammes de bode



Tableau 1. Notation des variables et leurs transformées de Laplace

Domaine temporel	Domaine fréquentiel
$\omega_m(t) = \frac{d\theta_m(t)}{dt}$ , Vitesse de rotation du moteur	$\Omega_m(p)$
$c_m(t)$ , Couple moteur	$C_m(p)$
$\theta_m(t)$ , Angle de rotation du rotor du moteur	$\Theta_m(p)$
$\theta_v(t)$ , Angle de rotation de la vis du vérin	$\Theta_v(p)$
$\theta(t)$ , Angle de rotation du fauteuil par rapport aux marches	$\Theta(p)$
$c_m(t)$ , Couple moteur	$C_m(p)$
$\alpha(t)$ , Angle d'inclinaison du fauteuil.	$\alpha(p)$
$\omega_v(t) = \frac{d\theta_v(t)}{dt}$ , Vitesse de rotation de la vis.	$\Omega_v(p)$
$\gamma(t)$ , Angle d'inclinaison de l'ensemble S. {siège, passager, rotor, vis,...} par rapport à l'horizontale.	$\Gamma(p)$
$\gamma_c(t)$ , Consigne d'inclinaison du siège	$\Gamma_c(p)$
$u(t)$ , Tension appliquée aux bornes du moteur	$U(p)$
$i(t)$ , Courant d'induit	$I(p)$
$e(t)$ , Force contre électromotrice,	$E(p)$

Fin de l'énoncé