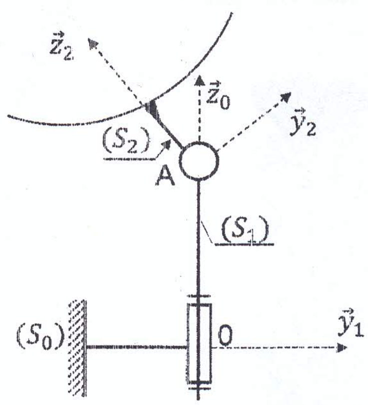
DEVOIR DE CONTROLE MECANIQUE DES SOLIDES INDEFORMABLES

Date :25/02/2022 Durée : 1H Aucun document n'est autorisé

On s'intéresse à un système mécanique permettant d'orienter le réflecteur parabolique pour capter des ondes électromagnétiques. Cette orientation est assurée d'une part par un premier mouvement de rotation autour d'un axe vertical et d'autre part par un second mouvement de rotation autour d'un axe horizontal. Le système est défini par le schéma cinématique simplifié de la figure ci-dessous.



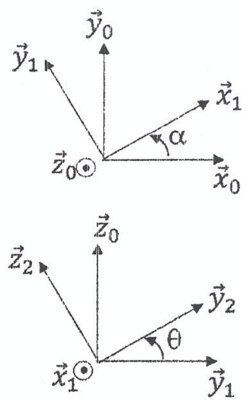


Schéma cinématique du système

Les solides sont supposés indéformables. (S_0) est un bâti fixe. La plateforme (S_1) en liaison pivot parfaite d'axe $(O, \vec{z}_0)$ avec (S_0) et le support du réflecteur (S_2) mobile qui est en liaison pivot parfaite d'axe $(A, \vec{x}_1)$ avec (S_1).
La plateforme (S_1) est caractérisée par une masse **m_1** et par une matrice d'inertie $[I_A(S_1)]$. Le support du réflecteur (S_2) est caractérisé par une masse **m_2** et une matrice $[I_A(S_2)]$. On donne :

$$[I_A(S_1)] = \begin{bmatrix} A_1 & -F_1 & -E_1 \\ -F_1 & B_1 & -D_1 \\ -E_1 & -D_1 & C_1 \end{bmatrix}_{(\vec{x}_1,\vec{y}_1,\vec{z}_0)} \quad et \quad [I_A(S_2)] = \begin{bmatrix} A_2 & 0 & 0 \\ 0 & B_2 & 0 \\ 0 & 0 & C_2 \end{bmatrix}_{(\vec{x}_1,\vec{y}_2,\vec{z}_2)}$$

Les repères orthonormés directs et les paramètres adoptés sont définis comme suit :

$-R_0(O, \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$: Repère absolu galiléen associé à S_0

$-R_1(O, \vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_0)$: Repère associé à S_1

$-R_2(A, \vec{x}_1, \vec{y}_2, \vec{z}_2)$: Repère associé à S_2

Avec $\alpha = (\vec{x}_0, \vec{x}_1) = (\vec{y}_0, \vec{y}_1)$ et $\theta = (\vec{y}_1, \vec{y}_2) = (\vec{z}_0, \vec{z}_2)$.

$\overrightarrow{OG_1} = h\vec{z}_0, \overrightarrow{OA} = H\vec{z}_0$ et $\overrightarrow{AG_2} = R\vec{z}_2$ avec R, H et h sont des constantes positives.

G_1 et G_2 sont respectivement les centres de masse de (S_1) et (S_2). La plateforme (S_1) est entrainée en rotation autour de l'axe $(O, \vec{z}_0)$ par un actionneur M_1 agissant avec un couple $\vec{C}_{M1} = C_{M1}\vec{z}_0$. Le support ($S_2$) est entrainé en rotation autour de l'axe $(A, \vec{x}_1)$ par un actionneur M_2 fixé sur (S_1) et qui exerce un couple $\vec{C}_{M2} = C_{M2}\vec{x}_1$.

Le système se trouve dans le champ de pesanteur supposé constant : $\vec{g} = -g\vec{z}_0$

Nom : ....
Prénom : ....
CIN/N° d'inscription pour les étrangers..

Questions :

1) Déterminer, au point A, les torseurs cinématiques des solides (S_1) et (S_2) en leurs mouvements par rapport au bâti (S_0).

....

....

$\{v_{S_1/S_0}\}_A =$	$\{v_{S_2/S_0}\}_A =$

2) Déterminer, au point A et **dans la base** $(\vec{x}_1, \vec{y}_2, \vec{z}_2)$, le torseur cinétique du solide (S_2) dans son mouvement par rapport au bâti (S_0).

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

$\{C_{S_2/S_0}\}_A =$

3) Etablir l'expression de l'énergie cinétique du système (S) = {(S_1) + (S_2)} dans son mouvement par rapport au bâti (S_0).

....

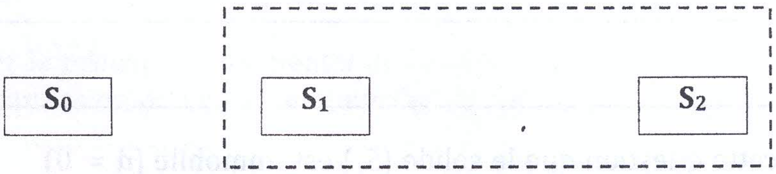
....

....

NE RIEN ECRIRE ICI

$E_C(S/S_0)$=

4) Compléter l'inventaire des actions mécaniques extérieures et intérieures appliquées au système (S) = {(S_1) + (S_2)}.



5) On considère dans cette question que seulement le moteur M1 est actionné (S_2 est fixe (θ=constante)).

On cherche à déterminer l'expression du couple moteur C_{M1}.

a) Déterminer la puissance développée par les actions mécaniques extérieures s'exerçant sur le système (S)dans son mouvement par rapport au bâti (S_0).

NE RIEN ECRIRE ICI

....

....

....

....

....

....

....

$P(ext \rightarrow S/R_0)$=

b) En appliquant le théorème de l'énergie cinétique au système (S) déterminer les équations du mouvement du système (S). Déduire l'expression du couple C_{M1} développé par le moteur M1.

....

....

....

....

....

....

C_{M1}=

6) On considère dans cette question que le solide (S_1) est immobile ($\dot{\alpha} = 0$)

a) Déterminer, au point A et **dans la base** $(\vec{x}_1, \vec{y}_2, \vec{z}_2)$, le torseur dynamique du solide (S_2) dans son mouvement par rapport au bâti (S_0).

....

....

....

....

$\{D_{S_2/S_0}\}_A$=

NE RIEN ECRIRE ICI

b) Déterminer, au point A et **dans la base** $(\vec{x}_1, \vec{y}_2, \vec{z}_2)$, le torseur des actions mécaniques extérieures appliquées au solide (S_2).

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

$\{\tau(\overline{S_2} \rightarrow S_2\}_A =$

c) Appliquer le principe fondamental de la dynamique dans son mouvement par rapport à (S_0). Déduire l'expression du couple moteur C_{M2} et les inconnues des actions mécaniques au point A.

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....