

Devoir de fin de semestre de Physique N° 02  
(Durée : 4 H)

Données

Constante de Boltzmann :  $k_B = 1,38 \cdot 10^{-23} \text{ J.K}^{-1}$ .

Constante d'Avogadro :  $N_A = 6,02 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1}$ .

Charge élémentaire :  $e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$ .

Masse de l'électron :  $m_e = 9,11 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$ .

Masse molaire du néon :  $M_{Ne} = 20,1 \text{ g.mol}^{-1}$ .

Masse molaire du carbone :  $M_C = 12,0 \text{ g.mol}^{-1}$ .

Accélération de la pesanteur :  $g = 9,8 \text{ m.s}^{-2}$ .

Permittivité électrique du vide :  $\frac{1}{4\pi\epsilon_0} = 9 \cdot 10^9 \text{ m.F}^{-1}$ .

Vitesse de la lumière dans le vide :  $c = 3,00 \cdot 10^8 \text{ m.s}^{-1}$ .

$1 \text{ eV} = 1,602 \cdot 10^{-19} \text{ J}$ .

Constante de Planck :  $h = 6,63 \cdot 10^{-34} \text{ J.s}$ .

## Première partie: transfert thermique

### I. Conduction thermique

On considère un corps homogène (figure 1) de section droite  $S$ , de longueur  $L$ , de masse volumique  $\rho$ , de conductivité thermique  $\lambda$ , de capacité thermique massique  $c$ , avec  $\lambda$ ,  $\rho$ ,  $c$  constants. La température du matériau ne dépend que de  $x$  et de  $t$  et sera notée  $T(x, t)$ . Les parois parallèles à l'axe  $x$  sont isolées thermiquement et on note  $\vec{J}(x, t) = J(x, t) \vec{e}_x$  le vecteur densité de courant thermique.

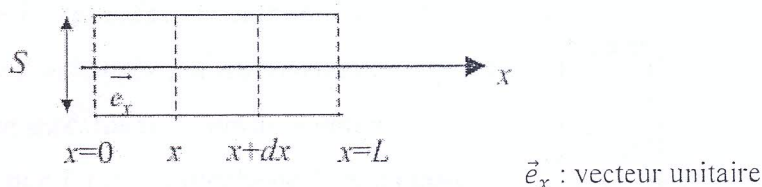


Figure 1

1- Que représente  $J(x, t)$  ? Quelle est son unité ? Enoncer alors la loi de Fourier.

2- Effectuer un bilan énergétique pour un volume élémentaire de matériau compris entre les abscisses  $x$  et  $x + dx$  entre les instants  $t$  et  $t + dt$  en supposant qu'il n'existe pas d'apport énergétique autre que par conduction et qu'il n'y a pas production d'énergie interne. Donner alors l'équation aux dérivées partielles vérifiée par  $T(x, t)$ .

On se place désormais (pour la suite des questions) en régime stationnaire.

3- Donner les lois de variation  $T(x)$  et  $J(x)$  en supposant que les extrémités du matériau sont maintenues à températures constantes,  $T(0) = T_0$  et  $T(L) = T_L$ .

## II. Résistance thermique due à la conduction

$P_{th}$  représentant le flux thermique à travers la section droite  $S$  du matériau, on définit  $R_{th}$ , résistance thermique de conduction du matériau de longueur  $L$  et de surface  $S$  par la relation  $T_0 - T_L = R_{th} \cdot P_{th}$ .

1- Exprimer  $R_{th}$  en fonction de  $L$ ,  $S$  et  $\lambda$ . En faisant l'analogie avec l'électrocinétique, justifier le terme de résistance thermique et préciser l'unité de  $R_{th}$ . Quelle doit être la condition sur  $R_{th}$  pour que le flux transmis soit faible ?

2- On associe deux corps  $A_1$  et  $A_2$  (figure 2) de résistances thermiques  $R_{th1}$  et  $R_{th2}$  de même section  $S$ , l'un de conductivité thermique  $\lambda_1$  est compris entre  $x = 0$  et  $x = L_1$ , le second de conductivité thermique  $\lambda_2$  est compris entre  $x = L_1$  et  $x = L_1 + L_2$ . On note  $T_0, T_1, T_2$  les températures pour  $x = 0, x = L_1, x = L_1 + L_2$ . Etablir l'expression de résistance thermique  $R_{th}$  de l'ensemble en fonction de  $R_{th1}$  et  $R_{th2}$ .

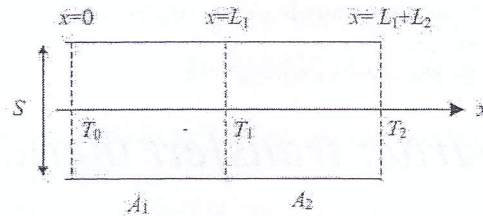


Figure 2

3- Même question lorsque les deux corps  $A_1$ , de section  $S_1$  et de longueur  $L_1$  et  $A_2$  de section  $S_2$  et de longueur  $L_2$  sont associés en « parallèle » (figure 3). On note  $T_0$ , la température sur les faces d'entrée pour  $x = 0$  et  $T_1$  la température sur les faces de sorties pour  $x = L_1$  pour  $A_1$ , et  $x = L_2$  pour  $A_2$ .

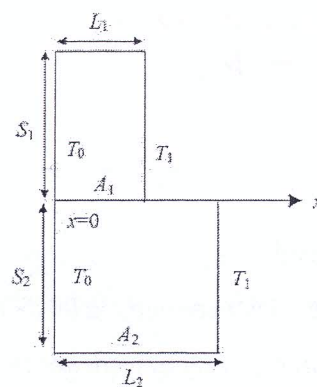


Figure 3

### III. Transfert convectif

On considère une surface  $S$  à la température  $T$ , en contact avec de l'air à la température  $T_a$  et échangeant par convection avec celui-ci une puissance thermique  $P_c$  (sortant algébriquement de la surface  $S$ ) s'écrivant  $P_c = h_c \cdot S(T - T_a)$  où  $h_c$  est le coefficient de convection.

On remarquera que l'énergie thermique correspondante s'écoule du milieu où la température est la plus élevée vers le milieu où la température est la plus faible.

Montrer que cet échange convectif est décrit par une résistance thermique de convection  $R_c$  dont on donnera l'expression.

### IV. Transfert par rayonnement

La puissance  $P_R$  rayonnée par l'unité de surface d'un corps noir et répartie sur toutes les fréquences  $\nu$  est donnée par  $P_R = \int_0^\infty P(\nu) d\nu$  avec  $P(\nu) = \frac{2\pi h \nu^3}{c^2 [\exp(\frac{h\nu}{kT}) - 1]}$  où  $h = 6,62 \cdot 10^{-34} \text{ J.s}$  (constante de Planck) et

$k = 1,38 \cdot 10^{-23} \text{ J.K}^{-1}$  (constante de Boltzmann).  $c = 3 \cdot 10^8 \text{ m.s}^{-1}$  (vitesse de la lumière dans le vide).

1- Montrer que  $P_R$  est donnée par la loi de Stephan :  $P_R = \sigma \cdot T^4$ . Exprimer  $\sigma$  en fonction de  $k$ ,  $h$  et  $c$ . On

donne :  $\int_0^\infty \frac{x^3}{\exp(x)-1} dx = \frac{\pi^4}{15}$

2- On rappelle que la loi de Wien liant la longueur d'onde  $\lambda_m$  du maximum d'émission thermique du corps noir, à sa température  $T$  s'écrit :  $\lambda_m \cdot T = 2898 \mu\text{m.K}$ . On admet que l'ensemble des couches de l'atmosphère rayonne comme un corps noir à la température  $T_e = 263 \text{ K}$ . Calculer les valeurs respectives des longueurs d'onde  $\lambda_{m_a}$  et  $\lambda_{m_s}$  du rayonnement thermique de l'atmosphère terrestre et du rayonnement thermique solaire (température de la surface du soleil  $T_s$  de l'ordre de  $5700 \text{ K}$ ).

A quels domaines du spectre électromagnétique, ces longueurs d'onde appartiennent-elles ?

3- On considère une surface  $S$  délimitant un corps à la température  $T$  en contact avec un environnement à la température  $T_e$ . Le corps et l'environnement se comportant comme des corps noirs, donner l'expression de la puissance  $P$  échangée par rayonnement à travers  $S$  entre le corps et l'environnement (sortant algébriquement du corps vers l'environnement).

4- On suppose que  $T$  est très proche de  $T_e$  et on pose  $T = T_e + \Delta T$ . avec  $\Delta T \ll T_e$ . Montrer que  $P$  peut se mettre sous la forme approchée :  $P = G (T - T_e)$  et donner l'expression de  $G$  en fonction de  $T_e$ ,  $\sigma$  et  $S$ . Quelle est la résistance thermique de rayonnement  $R_R$  correspondante ? Montrer qu'on peut confondre  $T_e$  et  $T$  dans l'expression de  $R_R$  lorsque la forme approchée de  $P$  est du premier ordre en  $(T - T_e)$ .

5- Donner l'expression de la résistance thermique  $R$  si l'on considère à la fois un transfert par convection et par rayonnement entre un corps à la température  $T$  délimité par une surface  $S$  et un environnement à la température  $T_e$ .



## Deuxième partie: Interférences

Une source lumineuse ponctuelle située en  $S$  émet, de manière pulsée, des trains d'ondes lumineuses supposées de même pulsation  $\omega$ . Dans le modèle scalaire de la lumière, la fonction de l'onde monochromatique est caractérisée en un point  $M$  et à l'instant  $t$  par le **signal lumineux** ou **vibration lumineuse** :  $s(M, t) = a \cos[\omega t - \varphi(M, t)]$ , où  $a$  est l'amplitude supposée constante de l'onde et  $\varphi(M, t)$  son retard de phase en  $M$  et à l'instant  $t$  par rapport au point de référence  $S$ .

Par convention, la grandeur complexe associée à la grandeur réelle  $s(M, t)$  est le **signal analytique** :  $\underline{s}(M, t) = a \exp[j(\omega t - \varphi(M, t))]$ , où  $j$  est le nombre complexe pour lequel  $j^2 = -1$ .

Le complexe conjugué de  $\underline{s}(M, t)$  est noté  $\underline{s}^*(M, t)$ .

Le modèle des trains d'ondes suppose que la phase à la source  $\varphi_S$  reste constante pendant des intervalles de temps de durée constante  $\tau_c$  entre lesquels elle change aléatoirement de valeur. L'onde émise durant cet intervalle de temps appelé **temps de cohérence** est nommée "train d'onde". Le train d'onde est ainsi limité dans le temps et se propage dans le vide à la célérité  $c$ . La phase de l'onde  $\varphi_S$  à la source  $S$  prend une nouvelle valeur aléatoire à chaque nouveau train d'onde.

### A. Préliminaires :

#### I. Notion de rayon lumineux et déphasage

La lumière se propage de  $S$  à  $M$  le long d'un rayon lumineux avec une vitesse au point  $P$  qui a pour forme  $v = c/n(P)$ , où  $n(P)$  est l'indice de réfraction du milieu en  $P$  ; par définition, le chemin optique entre les points  $S$  et  $M$  est  $(SM) = \int_S^M n(P) dl(P)$ . L'élément d'arc de la courbe suivie par la lumière est noté  $dl(P)$ , il est défini en  $P$  et est parcourue par la lumière à la vitesse de propagation  $v(P)$  pendant la durée  $dt$

1. En se basant sur cette définition réécrire l'expression du chemin optique en fonction de la célérité de la lumière d'onde dans le vide et  $dt$ .
2. L'onde se propage sans déformation (milieu isotrope non dispersif), le signal  $S(M, t)$  reproduit le signal de la source avec un retard  $\tau(M)$ . Expliciter ce temps de retard en fonction du chemin optique.
3. Calculer l'ordre de grandeur de la pulsation moyenne  $\omega_m$  d'une longueur d'onde moyenne  $\lambda_m$  du domaine visible de l'ordre de  $600 \text{ nm}$  dans le vide.
4. Exprimer l'expression du retard de phase  $\varphi_{PM} = \varphi(M, t) - \varphi(P, t)$  lié à la propagation entre  $P$  et  $M$  en fonction du chemin optique  $(PM)$  et de la longueur d'onde dans le vide  $\lambda_0$
5. Définir une surface d'onde, onde plane et onde sphérique.
6. Énoncer le théorème de Malus
7. Comment peut-on obtenir une onde plane à partir d'une source ponctuelle. Illustrer votre réponse à l'aide d'un schéma.

#### II. Interférences entre deux sources ponctuelles

On admet que l'éclairement (ou intensité lumineuse)  $I(M)$  s'écrit sous la forme d'une moyenne temporelle du carré de l'amplitude du signal

$$I(M) = \langle \underline{s}(M, t) \cdot \underline{s}^*(M, t) \rangle = \langle |\underline{s}(M, t)|^2 \rangle$$

Soient deux sources ponctuelles  $S_1$  et  $S_2$  de longueurs d'ondes  $\lambda_1$  et  $\lambda_2$  émettent respectivement des signaux de la forme :

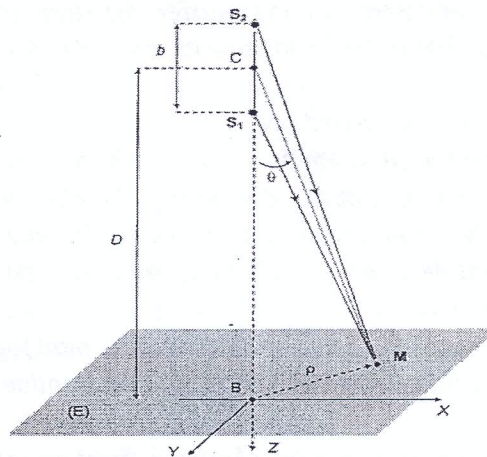
$$S_1(M, t) = a_1 \cos(\omega_1 t - \varphi_1(M, t)) \text{ et } S_2(M, t) = a_2 \cos(\omega_2 t - \varphi_2(M, t))$$

8. Exprimer les intensités  $I_1(M)$  et  $I_2(M)$  de chacune des sources en un point  $M$
9. On voulait calculer l'intensité résultante en même point  $M$ . Exprimer l'éclairement résultant en fonction des intensités  $I_1(M)$  et  $I_2(M)$  de chacune des sources de leurs pulsations  $\omega_1$  et  $\omega_2$  et du déphasage  $\varphi_{1/2}(M, t) = \varphi_2(M, t) - \varphi_1(M, t)$ .
10. Définir le phénomène d'interférence et identifier le terme d'interférence.
11. Identifier les conditions d'observation d'interférences lumineuses.

12. En conclusion et en une seule phrase comment peut-on aboutir à un phénomène d'interférence. Ecrire alors l'expression de l'éclairement une fois cette condition est vérifiée.
13. Décrire les deux types de dispositifs interférentiels.
14. Quel phénomène observe-t-on lorsque les deux sources admettent des longueurs d'onde très proches ?
15. Exprimer les intensités maximale  $I_{\max}$  et minimale  $I_{\min}$  ainsi que le contraste  $C$  de la figure.
16. Tracer l'allure de l'intensité en fonction du déphasage.
17. Dans quelle condition le contraste est maximal. Reprendre le schéma de l'intensité dans cette condition

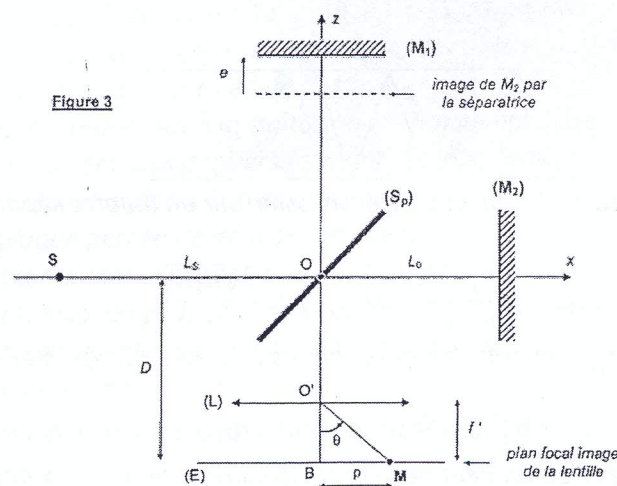
### B. Interféromètre de Michelson

Soient deux sources  $S_1$   $S_2$  conjuguées à l'aide d'un système optique à partir d'une même source  $S$ . on souhaite observer la figure d'interférence sur un écran perpendiculaire à la droite portant des deux sources comme l'indique la figure ci-dessous : ( $D \gg a$  et  $D \gg \rho$ ).



18. Exprimer la différence de marche  $\delta = (S_2M) - (S_1M)$  en fonction de  $b$ ,  $\rho$  et  $D$
19. Quelle est la forme des franges d'interférences ? ces franges sont-elles équidistantes ?
20. Exprimer l'ordre d'interférence  $p(M)$ . Est-il croissant ou décroissant à partir du centre  $B$ . Justifier votre réponse.

L'interféromètre de Michelson est représenté dans la figure ci-dessous :



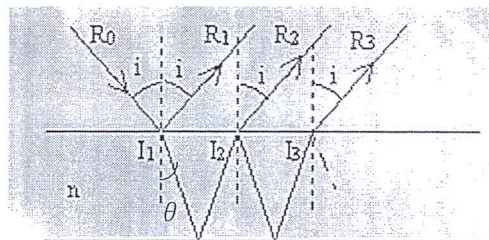
21. Définir les différents composants de l'interféromètre de Michelson mentionnés sur la figure. Quel est le rôle de  $S_p$ . Dans quel type de dispositifs interférentiel, mentionnés dans la 13<sup>ème</sup> question, peut-on classer l'interféromètre du Michelson.



22. Retracer le schéma équivalent du Michelson ainsi que les marches des rayons lumineux issus de  $S'$  image de  $S$  par  $S_p$  en précisant les sources  $S_1$  et  $S_2$  conjuguées de  $S$  par l'interféromètre. Qu'appelle-t-on cette configuration du Michelson. Justifier
23. Sans faire de calcul, quelle est la forme des franges. Justifier.
24. Calculer la distance  $S_1S_2$  en fonction de  $e = L_2 - L_1$  avec  $L_2$  distance entre  $M_2$  et  $S_p$  et  $L_1$  distance entre  $M_1$  et  $S_p$
25. En se référant toujours au schéma équivalent calculer la différence de marche  $\delta = (S_2M) - (S_1M)$  en fonction de  $e$  et  $\theta$ . L'air est assimilé au vide ( $n = 1$ ).
26. Montrer que cette expression est équivalente à celle retrouvée dans la 18<sup>ème</sup> question.
27. Le centre  $B$  des anneaux correspond à un maximum d'intensité. Quel est son ordre d'interférence  $p_0$ ? déterminer le rayon  $\rho_k$  du  $k^{\text{ème}}$  anneau brillant compté à partir du centre en fonction de  $e, f', \lambda_0$  et de son ordre d'interférence  $p_k$ .
28. Exprimer  $k$  en fonction de  $p_0$  et  $p_k$ . En déduire  $\rho_k$  en fonction de  $e, f', \lambda_0$ . Déterminer  $\rho_k$  en fonction de  $k$  et  $p_1$ , le rayon du premier anneau compté à partir du centre
29. Quel est le phénomène observé sur l'écran quand l'interféromètre est réglé en contact optique ?
30. Décrire en la justifiant l'évolution des anneaux lorsque la valeur de l'épaisseur  $e$  de la lame d'air est progressivement augmentée :
- Les anneaux semblent-ils entrer ou sortir du centre ?
  - Y a-t-il un nombre croissant ou décroissant d'anneaux visibles sur l'écran ?
31. Une lame à faces parallèles d'indice  $n_{\text{lame}}$  et d'épaisseur  $e_{\text{lame}} = 8\mu\text{m}$  est ajoutée devant et parallèlement au miroir mobile  $M_1$ . Pour une source monochromatique de longueur d'onde  $\lambda = 500\text{nm}$ , un brusque déplacement de 16 anneaux brillants au centre est alors observé. Evaluer numériquement l'indice de la lame  $n_{\text{lame}}$ .
32. Est-il indispensable dans ce montage de placer l'écran  $E$  dans le plan focal de la lentille ( $L$ ) pour observer des interférences ? en serait-il de même si une source étendue incohérente était utilisée.

### C. Interférences par une lame à face parallèle

Soit une couche d'épaisseur  $e$ , non-dispersive d'indice  $n$  baignant dans le vide (d'indice  $n=1$ ). On suppose la source ponctuelle monochromatique dans la direction  $i$  et on note  $I_0$  son éclairement. L'onde récupérée à l'infini dans la direction symétrique par rapport à la normale est constituée d'une infinité d'ondes. On note  $\underline{a}_k$  l'amplitude complexe de l'onde qui a fait  $k$  aller-retour dans la couche avec  $k \geq 0$  et  $I_k$  son éclairement.



En admettant que les coefficients de réflexion et de transmission sur un dioptré séparant deux milieux d'indice  $n_1$  et  $n_2$  s'écrivent :

$$r_{1-2} = \frac{n_1 - n_2}{n_1 + n_2} \text{ et } t_{1-2} = \frac{2\sqrt{n_1 n_2}}{n_1 + n_2}$$

33. Exprimer  $r = r_{n-1}$  et  $t = t_{n-1}$  et calculer leurs valeurs pour  $n=1.5$ . exprimer alors  $r_{1-n}$  et  $t_{1-n}$  en fonction de  $r$  et  $t$
34. Exprimer les amplitudes  $\underline{a}_0, \underline{a}_1$  et  $\underline{a}_2$  des trois premiers rayons issus de la couche et calculer les rapports  $\frac{I_1}{I_0}, \frac{I_2}{I_0}$  et  $\frac{I_3}{I_0}$ . Justifier qu'on peut dans toute la suite se limiter aux deux premiers rayons d'amplitude  $\underline{a}_0$  et  $\underline{a}_1$
35. Etablir l'expression de la différence de marche entre ces deux rayons en fonction de  $n, e$  et  $\theta$  (angle de réfraction) et conclure quant aux deux cas suivants :
- $i = 0$  et  $n$  quelconque. Schématiser la figure dans cette condition



b.  $n = 0$  et  $i$  quelconque. conclure

36. En prenant la référence de phase pour l'onde  $a_0$  exprimer les amplitudes complexes des ondes en fonction de  $r$ ,  $t$ ,  $\delta$ ,  $\lambda$  et  $I_0$ . Montrer que l'éclairement observé au point M placée à l'infini s'écrit :

$$I(M) = r^2 I_0 (1 + t^4 - 2t^2 \cos(2\pi \delta / \lambda))$$

37. Définir l'ordre d'interférence pour une intensité maximale. Montrer alors que les longueurs d'onde telle que l'intensité est maximale vérifient :

$$\lambda_{\max}^2 = \frac{16e^2(n^2 - \sin^2 i)}{(2p + 1)^2}$$

38. Calculer le facteur de contraste  $C$  et la luminosité  $\mathcal{L}$  définie comme le rapport  $I_{\max}/I_0$

39. Application : investigation chez les papillons MORPHO : lorsqu'on éclaire une aile de MORPHO en lumière blanche sous incidence  $i$  variable et qu'on observe la couleur de la lumière récupérée dans une direction  $i' = -i$  symétrique, la couleur observée varie du vert sous incidence normale au violet sous incidence rasante. l'aile est considéré comme une lame à face parallèle

a. En se référant à la question précédente, expliquer cette observation.

b. On photographie dans la direction symétrique  $i' = -i$  l'aile MORPHO éclairée en lumière blanche sous diverses incidences  $i$  avec une pellicule diapositive. Puis on place la diapositive dans une cuve de spectrophotomètre visible en transmission dont le faisceau de référence traverse une diapositive vierge. On obtient un unique maximum de transmission pour une longueur d'onde  $\lambda_{\max}$  qui dépend de l'angle d'incidence  $i$  conformément au tableau suivant :

$i$ en degrés	-50	-30	0	30	50
$\lambda_{\max}$ en $\mu\text{m}$	0.452	0.498	0.529	0.498	0.452

Montrer que ces mesures sont en accord avec la relation établie dans la question 37. En déduire d'une part la valeur de  $n$ . est-elle proche de la valeur théorique  $n=1.5$  ? quel est la plus petite valeur possible  $e_m$  de  $e$ .

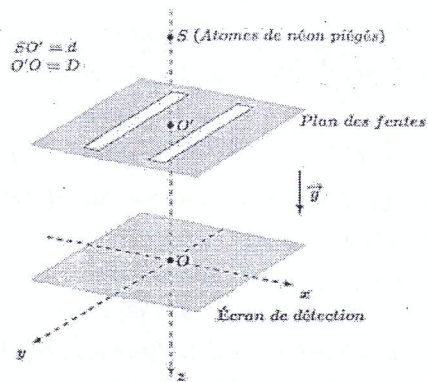
## D. Interférences atomique

### I. Interférences avec les atomes de Néon

L'expérience des fentes de Young permet de tester les modèles quantiques et notamment la dualité onde-particule de la matière. Après des expériences réalisées avec des électrons ou des neutrons, la première expérience d'interférences avec des atomes a été réalisée sur le modèle des fentes de Young en 1991 à l'Université de Constance. En 1992, l'équipe des physiciens japonais F. Shimizu, K. Shimizu et H. Takuma réalise avec succès une expérience d'interférence atomique. Le dispositif utilisé et schématisé par la figure ci-dessous est celui des fentes de Young. L'expérience a consisté à utiliser une assemblée de quelques millions d'atomes de néon capturés dans une cellule à vide puis refroidi à une température  $T = 2,5\text{mK}$  dans un piège laser de manière à minimiser leur agitation thermique moyenne. Les atomes sont portés dans un état métastable grâce à des lasers. Ces derniers formant le piège sont alors éteints, ce qui libère les atomes sans vitesse initiale. Ceux-ci quittent le piège atomique et tombent en chute libre dans le champ de pesanteur au-dessus d'une plaque percée de deux fentes microscopiques. Le piège est situé à une hauteur  $d$  au-dessus de la plaque. Les fentes sont séparées d'une distance  $a$  et la largeur d'une fente est  $b$ . À une distance  $D$  du plan des deux fentes, on place un détecteur MCP («micro Channel plate detector») parallèle à ce plan et on observe l'endroit où les atomes de néon vont frapper la plaque réceptrice après être passés dans l'une des deux fentes. L'ensemble du dispositif est disposé verticalement. On donne :

$$d = 76\text{mm}, a = 6,0\mu\text{m}, D = 113\text{mm} \text{ et } b = 2,0\mu\text{m}$$





40. Expliquer simplement comment se manifesterait la dualité onde corpuscule pour les atomes de néon.
41. En raisonnant sur un quanton de longueur d'onde  $\lambda$  traversant un diaphragme de largeur  $\alpha$ , dans quelle condition le quanton doit subir une diffraction
42. Le néon est un gaz rare monoatomique rare que l'on suppose parfait.

Le théorème d'équipartition de l'énergie : dans un système à l'équilibre à la température  $T$  l'énergie moyenne par molécule associé à une degré de liberté quadratique est  $\frac{1}{2} k_B T$

- a. Exprimer la vitesse quadratique moyenne d'agitation thermique  $v_{th}(Ne) = \sqrt{\langle v^2 \rangle}$  des atomes du gaz néon en équilibre à la température  $T$  dans l'enceinte à partir de laquelle ils sont lâchés. On note  $m(Ne)$  la masse d'un atome de néon.
  - b. En choisissant la vitesse quadratique moyenne comme vitesse caractéristique, établir l'expression de la longueur d'onde  $\lambda_{DB}(Ne)$  associée à des atomes de néon à la température  $T$ .
  - c. Calculer numériquement  $v_{th}(Ne)$  et  $\lambda_{DB}(Ne)$  à  $T = 2,5 mK$  puis à la température ambiante  $T = 300K$  ? Commenter.
  - d. Calculer la température à laquelle on doit refroidir les atomes de néon pour que leur vitesse thermique  $v_{th}(Ne)$  soit inférieure à la vitesse moyenne  $\langle v_{Ne} \rangle = 1,25 m.s^{-1}$  intentionnellement donnée aux atomes au niveau des fentes.
43. Pourquoi refroidit-on les atomes à de si basses températures ? Pour ces atomes, quel a été l'autre critère de choix qui influe dans le même sens ?
  44. Expérimentalement, on observe la figure d'interférences de période spatiale  $i_{exp} = (0,23 \pm 0,1) mm$  sur la plaque de détection. On supposera que  $a$  et  $D$  sont connus avec des précisions suffisamment importantes pour ne pas contribuer à l'incertitude.
    - a. À partir de l'expression  $i = \frac{\lambda D}{a}$ , déduire la longueur d'onde  $\lambda'_{DB}(Ne)$  de l'onde de matière associée aux atomes de néon ainsi que l'incertitude  $\Delta \lambda'_{DB}(Ne)$  associée. Commenter.
    - b. Préciser, en le justifiant, si les atomes de néon vont manifester un comportement classiquement ondulatoire ?

## II. Aspect probabiliste du phénomène d'interférence

Compte-tenu de l'expérience des fentes de Young décrite plus haut, l'idée va être de modéliser les quantons émis par une source  $S$  ponctuelle de quantons mono énergétiques placée sur la médiatrice de deux fentes de la même manière que des ondes, à savoir par une fonction  $\Psi(M, t)$  définie au point  $M$  à l'instant  $t$  et contenant toute l'information sur la particule. La distance entre le plan des fentes et l'écran, qui lui est parallèle, est  $D$  ( $D \gg a$ ). L'observation est effectuée en un point  $M$  quelconque de l'écran repéré par  $x \ll D$ . L'écran percé des deux fentes ( $F1$ ) et ( $F2$ ) est constituée d'un matériau qui ne peut être traversé par les quantons.

45. Quelle est l'interprétation de la fonction d'onde  $\Psi(M, t)$  ?
46. Pour tenir compte de l'aspect "matériel" de la particule, on impose à la fonction d'onde  $\Psi(M, t)$  la condition :  $\iiint |\Psi(M, t)|^2 d\tau(M) = 1$  où  $d\tau(M)$  est l'élément de volume autour du point  $M$ . Que représente cette condition ?



47. L'expérience des fentes de Young suggère également que les ondes de matière considérées puissent se superposer. Énoncer le principe de superposition.
48. Un quanton peut suivre deux trajectoires différentes et indiscernables, vers le détecteur en M. On admet que les fonctions d'onde en M associées à l'onde provenant respectivement de S1 et de S2 sont :

$$\Psi_1(x, t) = A_1 e^{-i(\omega t - kx)} \text{ et } \Psi_2(x, t) = A_2 e^{-i(\omega t - kx - \phi)}$$

Les quantités  $A_1$  et  $A_2$  sont réelles et  $\phi$  représente la différence de phase entre les deux ondes.

- Quelle est la probabilité  $P_1$  que la particule prenne la trajectoire 1 issue de S1 ?
- Quelle est la probabilité  $P_2$  que la particule prenne la trajectoire 2 issue de S2 ?
- Quelle est la probabilité totale  $P$  de détecter la particule par le détecteur ? Tracer l'allure de cette probabilité en fonction de  $\phi$  en faisant apparaître un maximum d'informations.

49. Supposons que  $A_1 = A_2$ . Calculer les probabilités totales pour les deux cas  $\phi = 0$  et  $\phi = \pi$ .

2.4.4.5. Tracer l'allure de la probabilité totale  $P$  en fonction de  $\phi$  en tenant compte du fait que le phénomène de diffraction module la figure d'interférences.