Institut Préparatoire aux Études d'Ingénieur de Sfax	IPEIS	23 Février 2021 2ème année PC AU : 2021 / 2022

Devoir de Contrôle de Physique N° 02
(Durée : 2 H)

Problème I : Physique des Ondes (Propagation des ondes électromagnétiques dans un plasma)

Données pour le problème I :

- Célérité de la lumière dans le vide : $c \simeq 3{,}0.10^{8}\,m.s^{-1}$
- Perméabilité magnétique du vide : $\mu_0 \simeq 4\pi.10^{7}\,H.m^{-1}$
- Permittivité électrique du vide : $\varepsilon_0 \simeq \dfrac{1}{\mu_0 c^2}$
- Charge élémentaire : $e = 1{,}6.10^{-19}\,C$
- Masse de l'électron : $m = 9{,}1.10^{-31}\,kg$
- $\cos a + \cos b = 2\cos\left(\dfrac{a+b}{2}\right)\cos\left(\dfrac{a-b}{2}\right)$
- On rappelle les équations de MAXWELL dans le vide en présence de charges ρ et de courants $\vec{j}$ et la loi de conservation de la charge électrique :

$$div\vec{E} = \frac{\rho}{\varepsilon_0} \quad ; \quad div\vec{B} = 0 \quad ; \quad \overrightarrow{rot}\vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad ; \quad \overrightarrow{rot}\,\vec{B} = \mu_0\left(\vec{j} + \varepsilon_0\frac{\partial \vec{E}}{\partial t}\right)$$

$$div\,\vec{j} + \frac{\partial \rho}{\partial t} = 0$$

Ainsi que la relation de l'analyse vectorielle, pour un champ vectoriel $\vec{A}$:

$$\overrightarrow{rot}\left(\overrightarrow{rot}\,\vec{A}\right) = \overrightarrow{grad}\left(div\vec{A}\right) - \Delta\vec{A}$$

Un plasma est un gaz partiellement ou totalement ionisé. C'est donc un milieu globalement neutre dans lequel on trouve des électrons, des ions et éventuellement des atomes ou des molécules neutres. Comme les ions sont plus de mille fois plus lourds que les électrons, l'amplitude de leurs mouvements et donc le courant électrique qui leur est associé est négligeable devant le courant électronique. Pour les plasmas, l'inertie des électrons est un phénomène important. On s'intéresse donc au cas plus général où l'inertie compte et on utilise l'expression de la densité de courant donnée par l'expression :

$$\vec{j} = \frac{n\,e^2\tau}{m(1+i\omega\tau)}\vec{E} \qquad (1)$$

n étant la densité volumique des électrons libres.
On peut distinguer deux régimes : les basses fréquences, où la dissipation est dominante et les hautes fréquences où les effets d'inertie deviennent dominants et des nouveaux phénomènes apparaissent.

✓ **Dynamique d'un plasma libre :**

1- En utilisant la relation (1) écrire l'équation d'évolution dans le temps de la densité volumique de courant $\vec{j}$

2- En utilisant la relation de conservation de la charge électrique et les équations de MAXWELL, montrer que la densité volumique de charge ρ obéit à l'équation d'évolution suivante :

$$\frac{\partial^2 \rho}{\partial t^2}+\frac{1}{\tau}\frac{\partial \rho}{\partial t}+\omega_p{}^2\rho=0 \qquad (2)$$

τ est le temps caractéristique d'amortissement de la vitesse et l'expression de ω_p une pulsation appelée pulsation plasma. Donner l'expression de ω_p en fonction de n, e, m et ε_0.

3- Pour des faibles densités électroniques, la pulsation plasma est faible et le terme d'amortissement prédomine dans l'équation précédente. Prévoir l'évolution dans le temps de la densité volumique de charge ρ

4- Pour une faible dissipation et une densité électronique importante, donner une forme approchée de l'équation (2). Montrer que le plasma est le siège d'oscillations dont on donnera la pulsation.

✓ **Propagation des ondes dans un plasma :**

Comme dans un plasma la densité locale de charge peut être différente de zéro, la divergence du champ électrique n'est pas nécessairement nulle. On distingue deux types d'onde : les ondes transverses pour lesquelles $div\vec{E}=0$, et les ondes longitudinales. Dans la suite, on ne considérera que les ondes transverses.

Le plasma sera considéré comme un milieu dilué dont les charges sont sans interaction entre elles. Nous tiendrons compte seulement des effets inertiels et nous admettrons que la densité de courant est liée au champ électrique par la relation approchée suivante :

$$\vec{j}=\frac{1}{i\omega}\frac{ne^2}{m}\vec{E}$$

5- Ecrire l'expression de la densité de courant $\vec{j}$ en fonction de $\omega, \omega_p, \varepsilon_0$ et $\vec{E}$.

➢ Relation de dispersion :

On considère une onde se propageant dans le plasma suivant la direction (oz) dont l'expression complexe du champ électrique associé est :

$$\underline{\vec{E}}(z,t)=\vec{E_0}\exp i(\omega t-kz)$$

6- Déterminer l'équation de propagation à laquelle obéit le champ électrique $\underline{\vec{E}}$

7- Montrer que la relation de dispersion liant k à ω s'écrit sous la forme suivante : $k^2=\frac{1}{c^2}\left(\omega^2-\omega_p{}^2\right)$

La pulsation plasma ω_p sépare deux zones de fréquence où le plasma a des comportements très différents.

➢ *Domaine des basses fréquences* $\left(\omega<\omega_p\right)$

8- Déterminer l'expression du vecteur d'onde k dans le domaine des basses fréquences.

9- Déterminer l'expression du champ électrique dans le cas des basses fréquences. Comment peut-on qualifier l'onde électromagnétique associée ? Montrer que pour de telles fréquences, il n'y a aucune propagation dans le plasma et que ce milieu réfléchit parfaitement les ondes électromagnétiques.

10- Dans l'ionosphère (partie de l'atmosphère située à quelques centaines de kilomètres d'altitude qui est partiellement ionisée), la densité en électrons libres est de l'ordre de $n=10^{10}$ électrons par m^3. Quel est le domaine de fréquence correspondant aux ondes électromagnétiques réfléchies par l'ionosphère ? Voyez-vous une application pratique ?

➢ *Domaine des hautes fréquences* $\left(\omega>\omega_p\right)$

11- Déterminer l'expression du vecteur d'onde k dans le domaine des hautes fréquences $\left(\omega>\omega_p\right)$

12- Déterminer l'expression du champ électrique dans le cas des hautes fréquences. Quelle est la nature de l'onde correspondante ? Déterminer sa vitesse de phase v_φ. Tracer $v_\varphi(\omega)$. Commenter.

✓ Propagation d'un battement entre deux ondes dans un plasma

On considère la superposition de deux ondes se propageant dans le plasma selon Oz et polarisées selon Ox. La première a une pulsation ω_1 et un nombre d'onde k_1 tandis que la seconde a une pulsation ω_2 et un nombre d'onde k_2. Ces deux ondes ont une même amplitude E_0 . Soit en notation réelle :

$$\overrightarrow{E} = E_0\left(\cos\left(\omega_1 t - k_1 z\right) + \cos\left(\omega_2 t - k_2 z\right)\right)\overrightarrow{U_x}$$

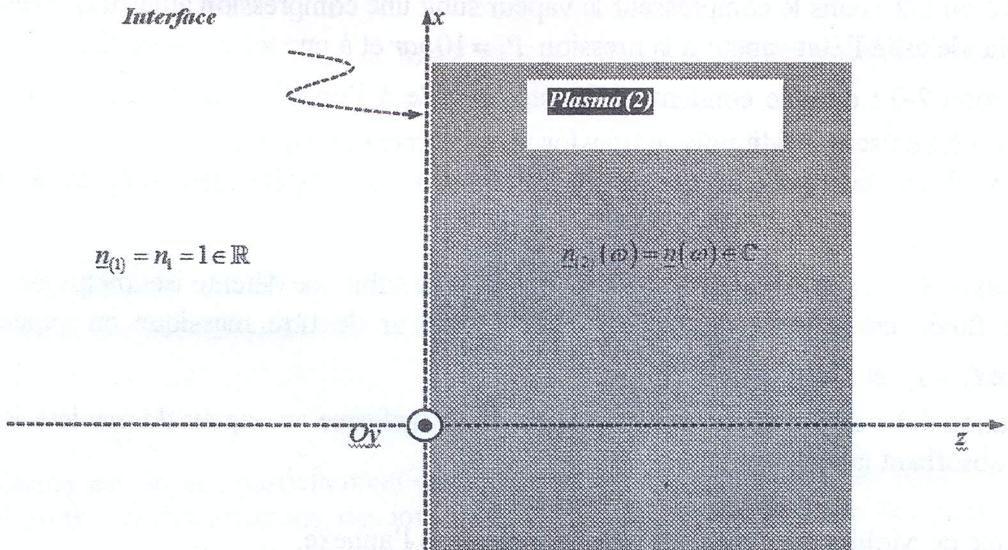
On suppose que les deux pulsations sont proches et on pose : $\omega_2 - \omega_1 = \delta\omega \ll \omega_1$ et $k_2 - k_1 = \delta k \ll k_1$

13- Montrer que l'onde résultante est progressive de haute fréquence : $\omega_m = \dfrac{\omega_1 + \omega_2}{2}$ d'amplitude modulée par une enveloppe **basse** fréquence, qui constitue elle-même une onde progressive de pulsation ω_b dont on donnera l'expression.

14- Déterminer les vitesses de propagation v_r de l'onde **haute** fréquences et v_g de l'onde **basse** fréquence. Quel est le nom habituel de v_g ? Donner les expressions approchées de v_r et v_g en fonction de ω_1, ω_p et c. Commenter.

✓ Propagation d'une onde électromagnétique entre le sol et l'ionosphère (plasma)

Une onde électromagnétique plane monochromatique polarisée rectilignement est émise depuis la surface terrestre suivant la direction (oz) normale à l'interface vide-ionosphère. On néglige l'effet du champ magnétique terrestre.



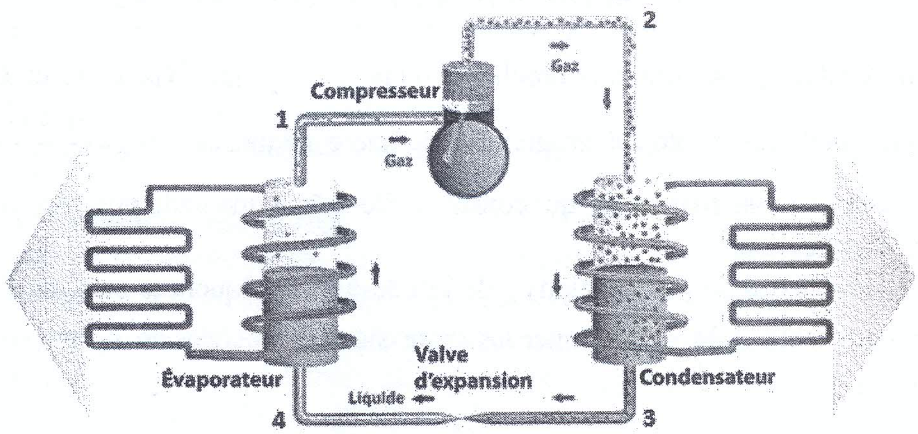
Sur l'interface, l'onde incidente de champ électrique $\overrightarrow{\underline{E}_i}(z,t) = E_0 \exp i\left(\omega t - k_0 z\right)\overrightarrow{U_x}$ donne naissance à une onde réfléchie et une onde transmise de champs respectifs $\overrightarrow{\underline{E}_r}(z,t) = \underline{E_{0r}} \exp i\left(\omega t + k_0 z\right)\overrightarrow{U_x}$ et $\overrightarrow{\underline{E}_t}(z,t) = \underline{E_{0t}} \exp i\left(\omega t - \underline{k} z\right)\overrightarrow{U_x}$

15- Déterminer les expressions des champs magnétiques $\overrightarrow{\underline{B}_i}$, $\overrightarrow{\underline{B}_r}$ et $\overrightarrow{\underline{B}_t}$ de ces ondes.

16- Déterminer les coefficients $\underline{r}$ de réflexion et de transmission $\underline{t}$ en amplitude à l'interface vide-ionosphère en fonction de l'indice $\underline{n}$ du plasma.

Problème II : Thermodynamique

Dans ce problème on se propose d'étudier le fonctionnement d'une climatisation domestique à fluide frigorigène *R134a* dont le but est de maintenir une température moyenne constante dans un local. Ce fluide *R134a* décrit le cycle thermodynamique suivant :



- Etat 1 : le fluide sort de l'évaporateur à l'état vapeur saturante à la température T_1 et à la pression $P_1 = 2\,bar = P_{sat}(T_1)$
- Transformation 1-2 : dans le compresseur la vapeur subit une compression adiabatique réversible.
- Etat 2 : le fluide est à l'état vapeur à la pression $P_2 = 10\,bar$ et à une température $T_2 > T_1$.
- Transformation 2-3 : dans le condenseur la vapeur cède à l'extérieur de la chaleur Q_c à pression constante. Le fluide se refroidit puis se transforme totalement en liquide.
- Etat 3 : Le fluide est à l'état de liquide saturant à la température $T_3 < T_2$ et à la pression $P_3 = P_2 = P_{sat}(T_3)$
- Transformation 3-4 : dans la valve d'expansion le liquide subit une détente isenthalpique.
- Etat 4 : le fluide est à l'état de mélange liquide-vapeur de titre massique en vapeur x_4 à la température $T_4 = T_1$ et à la pression $P_4 = P_1$
- Transformation 4-1 : dans l'évaporateur le liquide se transforme en vapeur de manière isotherme et isobare en absorbant la chaleur Q_e.

1- Le diagramme de Mollier du fluide *R134a* est donné dans l'annexe.

a- Évaluer la chaleur latente de vaporisation de ce fluide pour une pression de 2 bar.

b- Tracer en précisant votre raisonnement le cycle d'évolution du fluide *R134a* dans le diagramme de Mollier fourni dans le document de réponse. On rappelle que le document de réponse doit être joint à la copie.

c- Reporter dans le tableau suivant les valeurs relevées sur ce diagramme de la pression, température, enthalpie massique et titre en vapeur aux 4 états précédemment mentionnées.

Points	Température (°C)	Pression (bar)	h ($KJ\ kg^{-1}$)	Titre massique (x)
1				
2				
3				
4				

2- Dans le condenseur le fluide cède du transfert thermique Q_c à un thermostat « chaud » de température T_c. On appelle $\mathcal{P}_c$ la puissance thermique correspondante. A partir du cycle d'évolution du fluide représenté sur le diagramme de Mollier, déterminer la valeur de $\mathcal{P}_c$ sachant que le débit massique (q_m) (du fluide est $1,5\,kg.s^{-1}$)

3- Dans l'évaporateur le fluide reçoit la chaleur Q_e d'un thermostat « froid » (local à refroidir) de température T_f. On appelle $\mathcal{P}_f$ la puissance thermique massique correspondante. A partir du cycle d'évolution du fluide représenté sur le diagramme de Mollier, déterminer la valeur de $\mathcal{P}_f$

4-

a- Déduire la valeur du travail utile massique w_u reçue par le fluide dans le compresseur.

b- Définir et calculer le coefficient de performance notée COP du climatiseur.

c- Quel serait ce coefficient noté COP_{carnot} si le fluide décrivant un cycle de Carnot effectue les échanges thermiques avec les mêmes sources de chaleurs ? En quoi le cycle étudié diffère-il d'un cycle de Carnot ? Evaluer le rapport $\eta = \dfrac{COP}{COP_{carnot}}$.

Document réponse